

# Alquerkonane

Alain Busser

IREMI 974

26 décembre 2025

## IA

Le logiciel utilisé est ludii player (programmé en Java). Il estime le facteur de branchement à 2,88. Comme l'élagage Alpha-Beta abandonne la recherche à la profondeur 18, on peut estimer la taille du graphe du jeu à  $2,88^{18}$  soit 200 millions de sommets : il faudra plusieurs Gio pour la base de donnée permettant d'explorer le graphe afin d'y trouver une stratégie gagnante par la force brute. La complexité de l'arbre est estimée à  $10^{19}$ .

## IA

L'algorithme MCTS (*Monte-Carlo Tree Search*, ou recherche arborescente de Monte-Carlo) consiste à parcourir au hasard l'arbre du jeu en favorisant les branches prometteuses (parce qu'à partir d'elles on a statistiquement plus de chances de gagner).

L'algorithme UCT (*Upper Confidence bounds for Trees*) en est une amélioration, qui parfois explore des branches moins prometteuses en apparence et augmente les chances de trouver un optimum global, pas seulement local.

UCT simule assez bien un joueur humain, et suggère (comme certains élèves) l'existence d'une stratégie gagnante pour les blancs (qui jouent en second).

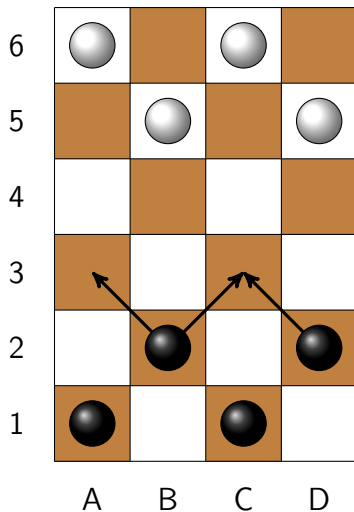
## IA

L'élagage Alpha-Beta est encore meilleur qu'UCT (selon `ludii player`). C'est une amélioration de l'algorithme du minimax qui peut prouver l'existence d'une stratégie gagnante, pour des jeux suffisamment simples.

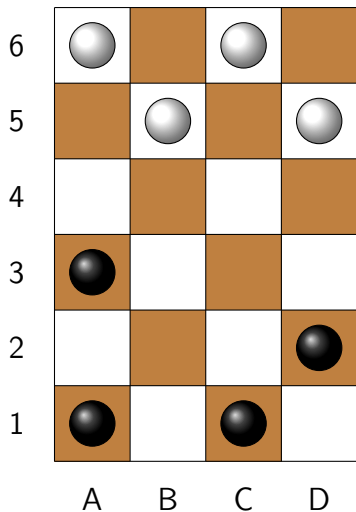
Mais dans `ludii player`, la profondeur d'analyse est limitée à 18, alors que la longueur moyenne d'une partie est 22 tours. La recherche exhaustive d'une stratégie gagnante est donc hors de portée de la méthode Alpha-Beta.

On cherche donc la stratégie gagnante pour 3 positions intermédiaires, avec une dose d'indéterminisme (le N de NP). Dans chacun des 3 cas, Alpha-Beta trouve une stratégie gagnante pour la position correspondante.

# Trois ouvertures

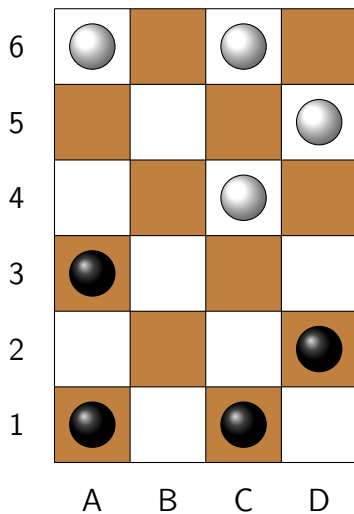


## Premier cas

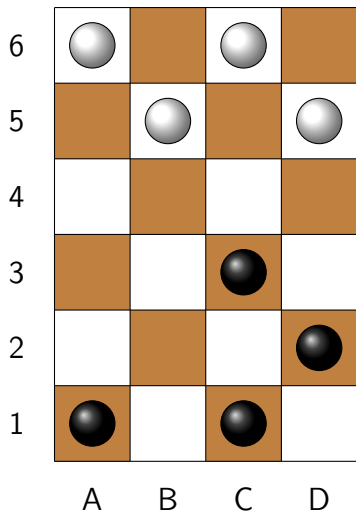


# Premier cas

riposte gagnante

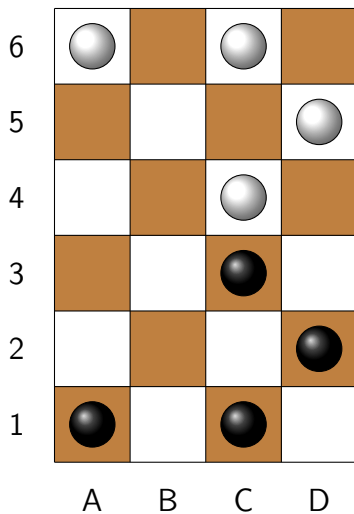


## Second cas

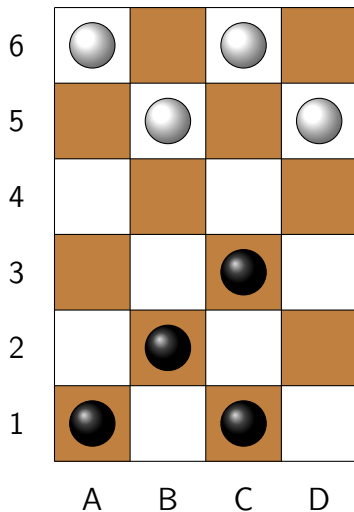


# Second cas

riposte gagnante

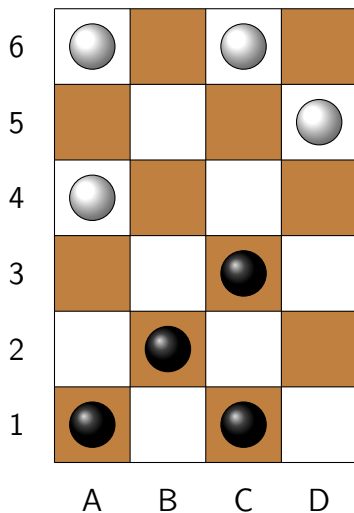


## Troisième cas



# Troisième cas

riposte gagnante



# Analyse

Pour chaque riposte conjecturée, et pour chaque choix des noirs à partir de la situation ( $4 + 5 + 4 = 13$  positions à examiner), Alpha-Beta prouve l'existence d'une stratégie gagnante pour les blancs (en plusieurs minutes de réflexion sur un PC, pour chaque situation, donc une demi-heure de calcul).  
Ce qui prouve le

## Théorème

Il existe une stratégie gagnante pour le second joueur à *alquerque*  $6 \times 4$ .

## pour aller plus loin

Le jeu *alquerque*  $6 \times 4$  est donc *ultra-faiblement résolu* : on connaît l'existence d'une stratégie gagnante pour les blancs.

Le jeu sera *faiblement résolu* lorsqu'on connaîtra cette stratégie gagnante.

On cherche une métrique  $m$  telle que pour chaque coup  $p$  des noirs, et chaque position  $q$  atteignable à partir de  $p$ ,  $m(q) > m(s)$  où  $s$  est le coup donné par la stratégie gagnante.

Quelle est cette métrique ? Existe-t-elle ?

Dans le cas contraire, existe-t-il un algorithme simple calculant la stratégie gagnante ?

## Conclusion

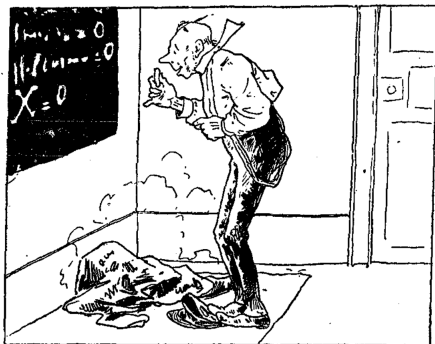
Demande d'élèves en phase d'entraînement, le joueur qui commence étant le gagnant à chifoumi (comme dans les sports collectifs) :

*On ne pourrait pas plutôt dire que le perdant à chifoumi joue en premier ?*

Une (redoutable) élève de CM 2 (en CE 2 à l'époque) et une (tout aussi redoutable) élève de CE 1, lorsqu'on leur laisse le choix, préfèrent jouer en deuxième...

Selon la théorie de John Conway, la valeur du jeu *alquerque*  $6 \times 4$  est 0. Tous ces calculs pour juste trouver 0, c'est un phénomène courant en mathématiques, comme le montre l'image suivante, de Christophe (Le savant Cosinus, éditeur Armand Colin, 1900).

# Conclusion de la conclusion



A trois heures et demie, le docteur découvre la valeur de  $x$ , l'inconnue cherchée; ce qui lui cause une joie sans mélange. — Nous prions les esprits superficiels de s'abstenir de toute réflexion sur la valeur de  $x$ , et de ne point prétendre que Zéphyrin a beaucoup travaillé pour peu de chose.