Compte-rendu de la séance de Y en CE2 b le 12 juin 2023

Programme de cycle 2 (mathématiques)

Compétences travaillées

Chercher

S’engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses

Modéliser

Reconnaître des formes dans des objets réels et les reproduire géométriquement

Communiquer

Utiliser l’oral ..., le langage naturel ... pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements

Nombres et calcul

problèmes relevant des structures multiplicatives, de partages ou de groupements (multiplication/division)

Grandeurs et mesures

Résoudre des problèmes, notamment de mesurage ..., en utilisant ... division : recherche du nombre de parts et de la taille d’une part

Espace et géométrie

Situer des objets ... les uns par rapport aux autres ou par rapport à d’autres repères :

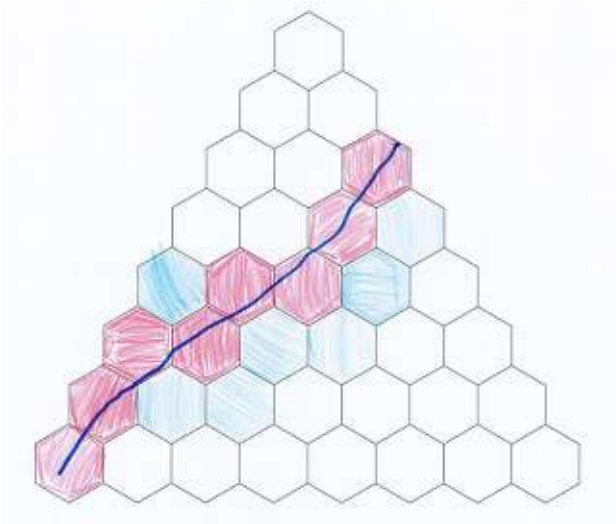
vocabulaire permettant de définir des positions (gauche, droite, au-dessus, en dessous, sur, sous, devant, derrière, près, loin, premier plan, second plan, nord, sud, est, ouest, etc.)

Programmer les déplacements d’un robot ... : relations entre l’espace dans lequel on se déplace et ses représentations.

Reconnaître, nommer les figures usuelles : ..., triangle, … polygone…

Principe du jeu

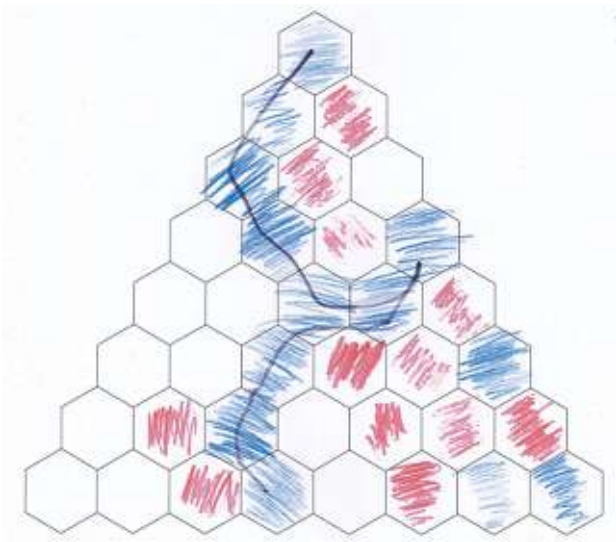
Le jeu Y a été créé par John Milnor (mathématicien américain) en 1950. Il se joue sur un triangle rempli par une structure en nid d'abeilles (36 hexagones ci-dessous) et les joueurs, chacun son tour, colorient dans leur couleur un hexagone. Par exemple si l'un des joueurs a un crayon rouge et l'autre joueur a un crayon bleu :



alors le premier joueur colorie en rouge un des hexagones non encore coloriés, et ensuite l'autre joueur colorie en bleu un autre hexagone, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'un des joueurs (ci-dessus, Rouge) ait réussi à connecter par un de ses chemins les trois côtés du triangle.

Le jeu Y a été présenté comme une amélioration du jeu Hex (ainsi nommé à cause des hexagones) et nommé Y pour une double raison :

- Phonétiquement, en anglais, la lettre X se prononce presque comme le mot Hex. Il s'agit donc d'un jeu de mots.
- Le chemin gagnant a typiquement la forme de la lettre Y :



Nombres et calcul

La question a été posée : combien y a-t-il d'hexagones dans le triangle ? Plusieurs élèves ont répondu 36 par comptage. En fait, il y a un moyen d'éviter ce comptage : en superposant deux plateaux de jeu, dont l'un est retourné « pointe en bas », on obtient un parallélogramme ayant 9 hexagones de long et 8 hexagones de large, ce qui donne 9×8=72 hexagones pour le double (puisqu'on a ajouté un second triangle) du compte.

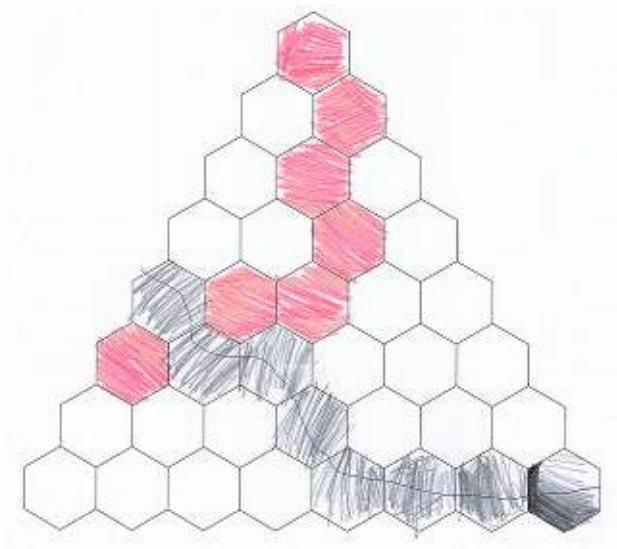
Dans une partie de Y, chaque joueur va donc colorier au maximum la moitié des hexagones, soit 18 coloriages. Et le fait qu'à un instant du jeu, les hexagones rouges sont aussi nombreux que les hexagones bleus à un hexagone près, permet de vérifier rapidement que personne ne triche (ou n'oublie de jouer, c'est arrivé).

Enfin, il a été constaté en jouant qu'un chemin gagnant occupe au minimum 8 hexagones.

Les élèves, ayant déjà eu l'occasion de jouer en tournoi (avec alquerkonane) ont spontanément essayé d'en recréer un, en évitant de jouer plusieurs parties contre le même joueur.

Victoire simple

Ce chemin est gagnant :



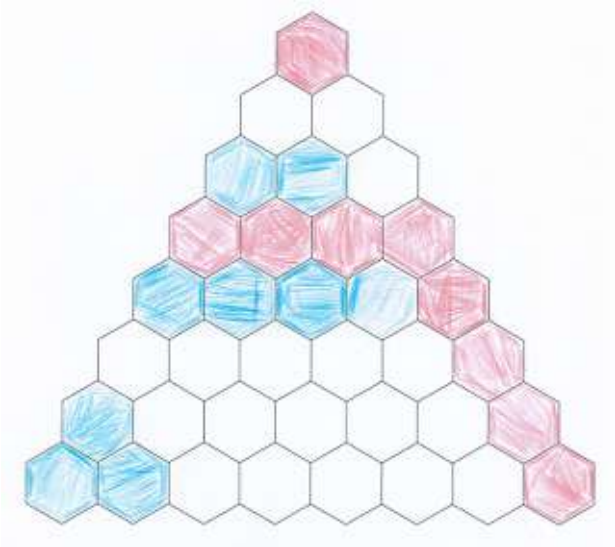
En effet, il touche le bord gauche du triangle en plein milieu, le bord bas du triangle sur 4 hexagones et aussi (ce qui se voit moins) le bord droit du triangle avec l'hexagone en bas à droite.

Ce fait (un hexagone dans un coin touche deux bords) a été souvent difficile à percevoir.

Vision

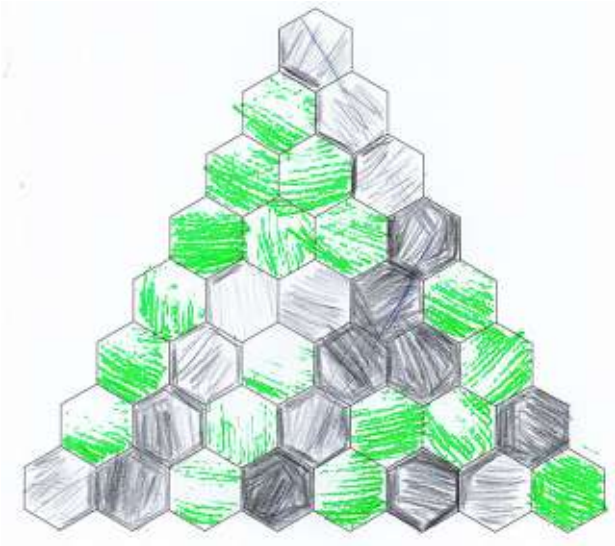
La pratique du jeu de Hex fait travailler la vision (repérage des alignements). D'ailleurs, si un joueur a gagné rapidement (en ne coloriant que 8 hexagones),

- ou bien il s'en rend compte rapidement (les rouges ci-dessous)

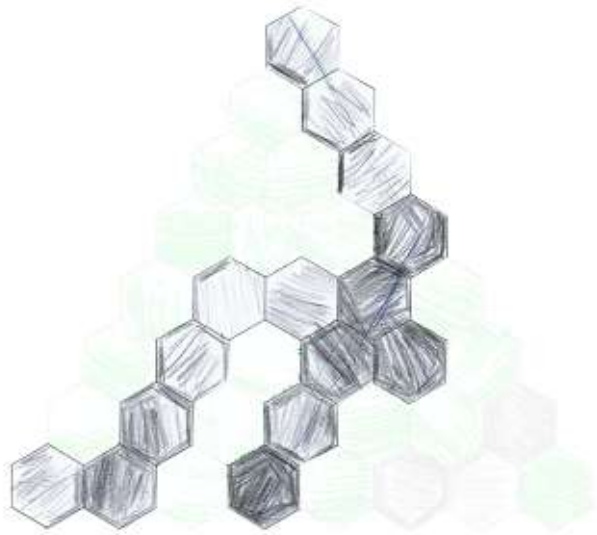


et alors le jeu s'arrête,

- ou bien le jeu continue et l'abondance d'hexagones rend la perception du chemin gagnant de plus en plus difficile, jusqu'à ce que le jeu soit fini :



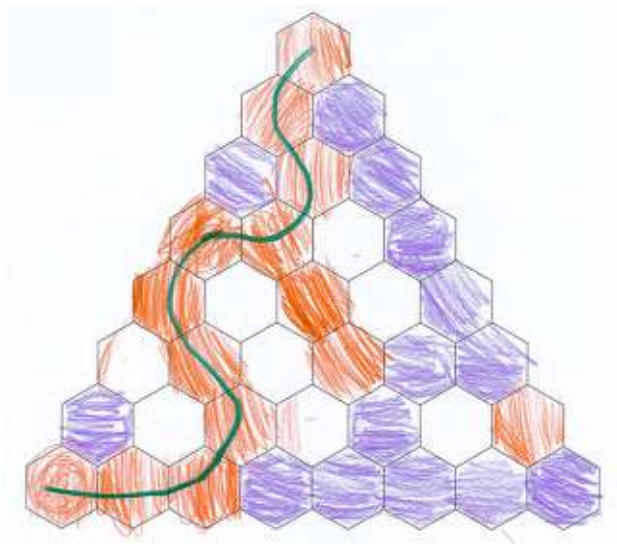
Dans ce cas, détecter le chemin gagnant (et savoir qui a gagné !) s'est avéré souvent compliqué. Il a souvent fallu annoncer l'identité du gagnant voire lui montrer son chemin gagnant. Un élève semble avoir trouvé comment faire : on place un robot sur un sommet du bord, de telle manière que l'hexagone qui est à sa gauche et l'hexagone qui est à sa droite soient de couleurs différentes (par exemple, ci-dessus, au milieu en bas, en tournant le robot vers le haut, il a un hexagone noir à sa gauche et un hexagone vert à sa droite). Ensuite le robot avance de telle manière qu'il ait toujours un hexagone noir à sa gauche et quand il est de retour à son point de départ il a contourné un chemin noir :



Cet algorithme, dû à David Gale, permet de « calculer » les chemins monochromes. Parmi ceux-ci, l'un d'eux rejoint les trois côtés du triangle, c'est celui ci-dessus. La difficulté est double, puisqu'il faut

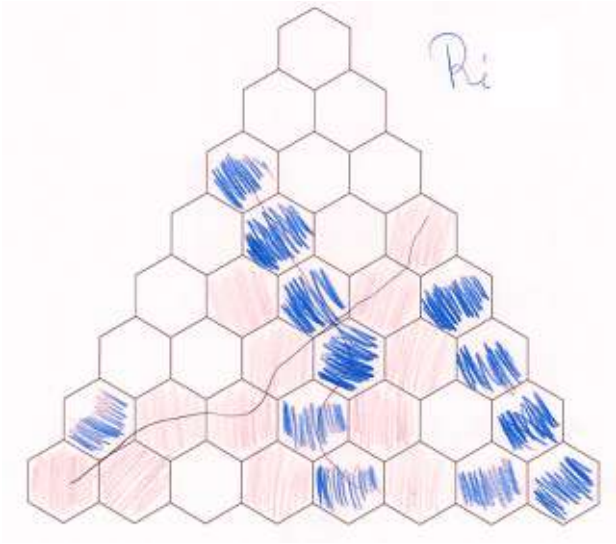
- voir le chemin (en tant que chemin)
- vérifier qu'il touche les trois côtés du triangle.

Ci-dessous le chemin bleu saute aux yeux :



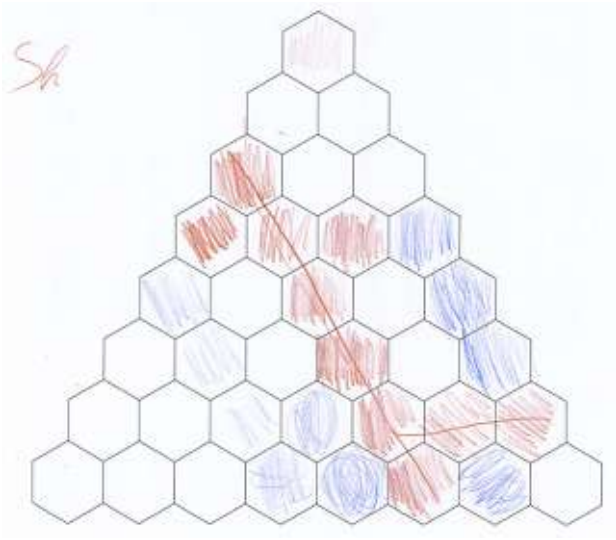
Mais il ne touche pas le côté gauche du triangle. C'est d'ailleurs le chemin rouge (redessiné en vert) qui est gagnant, car il touche aussi le côté droit du triangle, ce qui est moins évident.

Ci-dessous c'est le chemin rouge qui a été mal perçu (ce n'est pas un chemin) :



En fait ce jeu n'est pas encore terminé puisqu'il n'y a pour l'instant aucun chemin joignant les trois côtés. Mais R… (les bleus) qui s'est annoncée gagnante, a de fait un coup gagnant (en haut à droite).

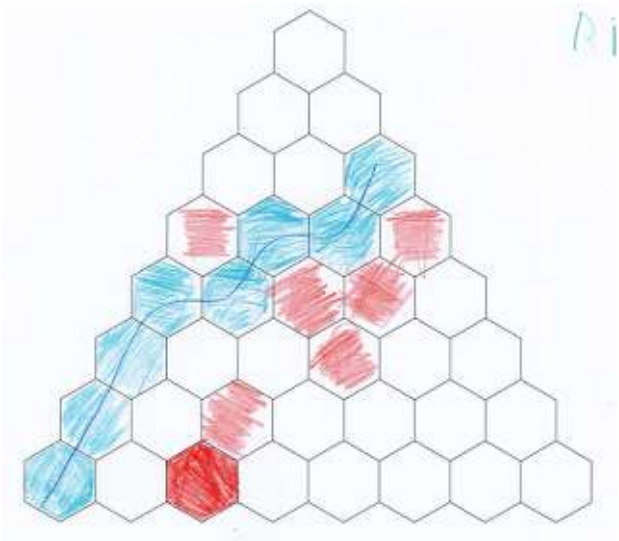
Ci-dessous c'est S… (les rouges) qui a gagné en établissant un chemin en forme de Y :



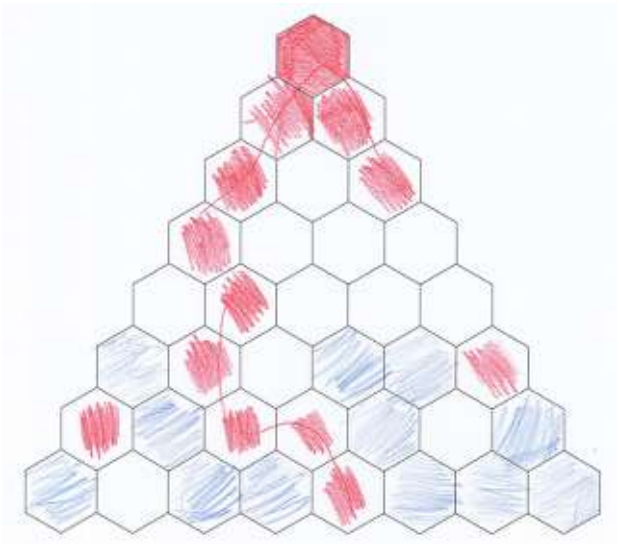
Jeu avec jetons

Le jeu avec les crayons de couleur présente l'avantage de laisser une trace qui peut plus tard servir de base à des exercices (type « deviner qui a gagné » voire « deviner qui **va** gagner »). Mais ils sont longs à produire parce que, pour peu qu'il soit fait avec soin, le coloriage prend du temps.

Ci-dessous on voit qu'un hexagone rouge (en bas) a été colorié avec soin, et ensuite les hexagones ont été coloriés de plus en plus vite donc avec moins de soin :



Ci-dessous, à la longue, on voit que seuls les centres des hexagones rouges ont été coloriés :



Cela n'a pas empêché de voir le chemin gagnant. Cette transition va vers un jeu avec jetons rouges et bleus à poser sur les hexagones, ce qui suffit dès que la vision des chemins est correcte chez les élèves, et permet de jouer bien plus vite.

Le fait d'avoir joué plusieurs parties a d'ailleurs permis à 2 élèves de percevoir que commencer par un sommet du triangle (a priori avantageux parce qu'il ne reste plus ensuite à rejoindre le côté opposé) n'est pas la meilleure façon de jouer : commencer par le centre semble plus avantageux, parce que le centre est proche des trois côtés à la fois.

Aucun élève n'a eu le temps de découvrir l'intérêt stratégique des « connexions virtuelles » (hexagones de la même couleur, séparés par deux hexagones non encore coloriés).