

Triangle de Sierpinski

Nombre de triangle : T_n

Aire totale des triangles colorés : A_n

Périmètre total des triangles colorés : P_n

Aire individuelle d'un triangle blanc : a_n

Périmètre individuel d'un triangle blanc : p_n

Formules quelque soit l'étape :

$$T_n: 3^n$$

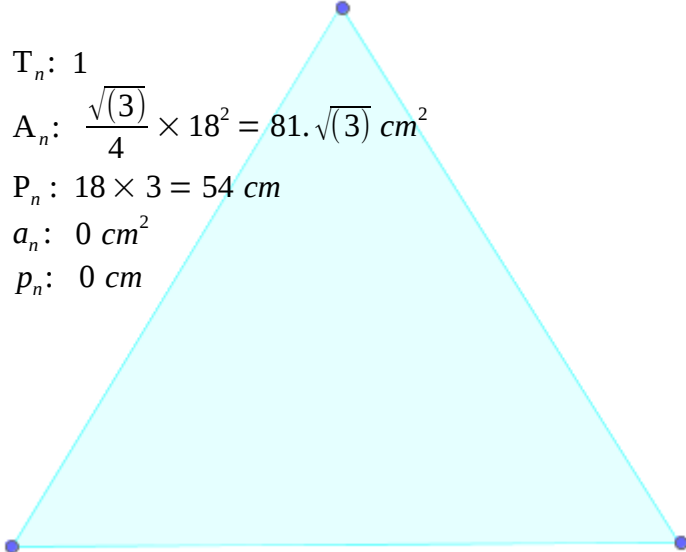
$$A_n: \sqrt{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^n \times 3n$$

$$P_n: 3^n + 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$a_n: \sqrt{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

$$p_n: 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Niveau 0



$$T_n: 1$$

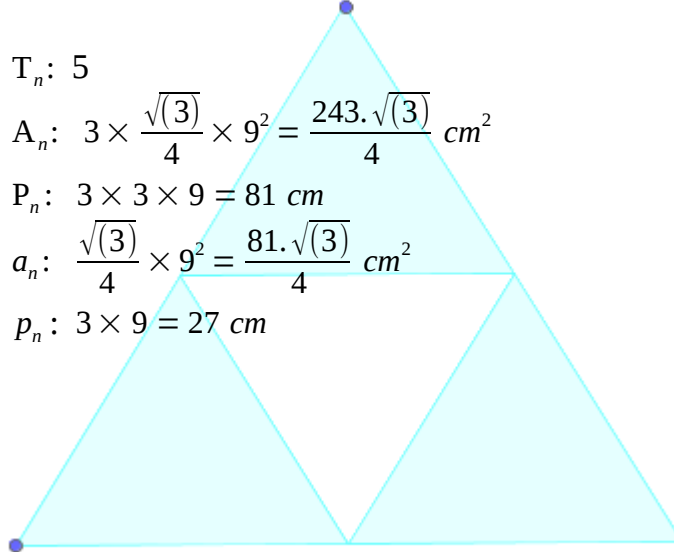
$$A_n: \frac{\sqrt{3}}{4} \times 18^2 = 81 \cdot \sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$P_n: 18 \times 3 = 54 \text{ cm}$$

$$a_n: 0 \text{ cm}^2$$

$$p_n: 0 \text{ cm}$$

Niveau 1



$$T_n: 5$$

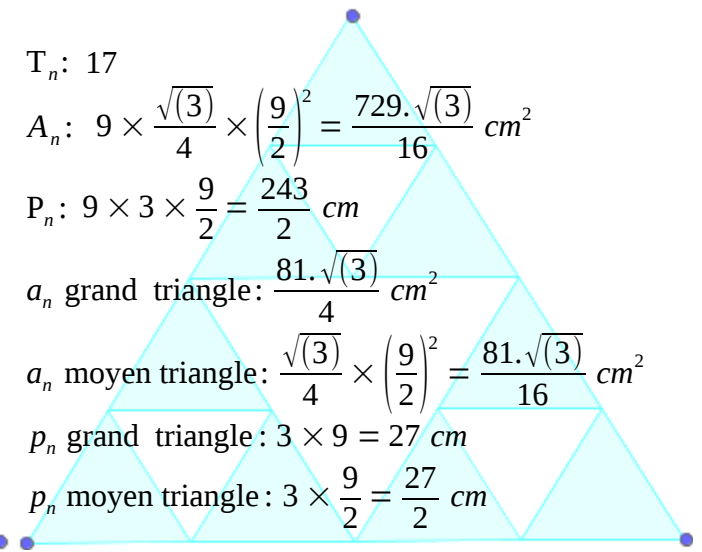
$$A_n: 3 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 9^2 = \frac{243 \cdot \sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

$$P_n: 3 \times 3 \times 9 = 81 \text{ cm}$$

$$a_n: \frac{\sqrt{3}}{4} \times 9^2 = \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

$$p_n: 3 \times 9 = 27 \text{ cm}$$

Niveau 2



$$T_n: 17$$

$$A_n: 9 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{729 \cdot \sqrt{3}}{16} \text{ cm}^2$$

$$P_n: 9 \times 3 \times \frac{9}{2} = \frac{243}{2} \text{ cm}$$

$$a_n \text{ grand triangle: } \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

$$a_n \text{ moyen triangle: } \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{16} \text{ cm}^2$$

$$p_n \text{ grand triangle: } 3 \times 9 = 27 \text{ cm}$$

$$p_n \text{ moyen triangle: } 3 \times \frac{9}{2} = \frac{27}{2} \text{ cm}$$

Niveau 3

$$T_n: 53$$

$$A_n: 27 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{2187 \cdot \sqrt{3}}{64} \text{ cm}^2$$

$$P_n: 27 \times 3 \times \frac{9}{4} = \frac{729}{4} \text{ cm}$$

$$a_n \text{ grand triangle: } \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

$$a_n \text{ moyen triangle: } \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{16} \text{ cm}^2$$

$$a_n \text{ petit triangle: } \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{64} \text{ cm}^2$$

$$p_n \text{ grand triangle: } 27 \text{ cm}$$

$$p_n \text{ moyen triangle: } \frac{27}{2} \text{ cm}$$

$$p_n \text{ petit triangle: } 3 \times \frac{9}{4} = \frac{27}{4} \text{ cm}$$

Niveau 4

$$T_n: 161$$

$$A_n: 81 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{9}{8}\right)^2 = \frac{6561 \cdot \sqrt{3}}{256} \text{ cm}^2$$

$$P_n: 18 \times 3 = 54 \text{ cm}$$

$$a_n \text{ grand triangle: } \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

$$a_n \text{ moyen triangle: } \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{16} \text{ cm}^2$$

$$a_n \text{ petit triangle: } \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{64} \text{ cm}^2$$

$$a_n \text{ plus petit triangle: } \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{9}{8}\right)^2 = \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{256} \text{ cm}^2$$

$$p_n \text{ grand triangle: } 27 \text{ cm}$$

$$p_n \text{ moyen triangle: } \frac{27}{2} \text{ cm}$$

$$p_n \text{ petit triangle: } \frac{27}{4} \text{ cm}$$

$$p_n \text{ plus petit triangle: } 3 \times \frac{9}{8} = \frac{27}{8} \text{ cm}$$

Niveau 5

$$T_n: 485$$

$$A_n: 243 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{9}{16}\right)^2 = \frac{19683 \cdot \sqrt{3}}{1024} \text{ cm}^2$$

$$P_n: 243 \times 3 \times \frac{9}{16} = \frac{6561}{16} \text{ cm}$$

$$a_n \text{ grand triangle: } \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

$$a_n \text{ moyen triangle: } \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{16} \text{ cm}^2$$

$$a_n \text{ petit triangle: } \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{64} \text{ cm}^2$$

$$a_n \text{ plus petit triangle: } \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{256} \text{ cm}^2$$

$$a_n \text{ très petit triangle: } \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{9}{16}\right)^2 = \frac{81 \cdot \sqrt{3}}{1024} \text{ cm}^2$$

$$p_n \text{ grand triangle: } 27 \text{ cm}$$

$$p_n \text{ moyen triangle: } \frac{27}{2} \text{ cm}$$

$$p_n \text{ petit triangle: } \frac{27}{4} \text{ cm}$$

$$p_n \text{ plus petit triangle: } \frac{27}{8} \text{ cm}$$

$$p_n \text{ très petit triangle: } 3 \times \frac{9}{16} = \frac{27}{16} \text{ cm}$$



Waclaw Sierpiński

Mathématicien polonais (Varsovie 1882-Varsovie 1969).

Il fonda avec Janiszewski et Mazurkiewicz l'école mathématique polonaise moderne, qui a largement contribué au progrès de la théorie des ensembles, de la topologie et des fondements logiques des mathématiques. Il a également fait des travaux importants en théorie des nombres.