

Afin d'établir un diagnostic, un médecin peut procéder à des tests. Mais attention ! Certains patients peuvent avoir un test positif alors qu'ils ne sont pas malades (faux positifs), et d'autres peuvent avoir un test négatif alors qu'ils sont malades (faux négatifs). Alors comment interpréter les résultats d'un test ?

Dans ce problème, nous allons tenter de répondre à cette question.

On considère un test de détection du virus Ebola.

On note  $M$  : « Le patient est malade. »

et  $T$  : « Le test est positif. ».

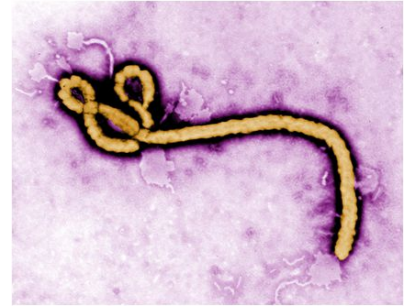
La **sensibilité** du test est la probabilité qu'un patient malade ait un test positif. C'est donc  $P_M(T)$ .

La **spécificité** du test est la probabilité qu'un patient non malade ait un test négatif. C'est donc  $P_{\bar{M}}(\bar{T})$ .

La **prévalence**  $p$  est la proportion de malades dans la population.

Ici la sensibilité du test a été estimée à 90 %, et la spécificité à 95 %.

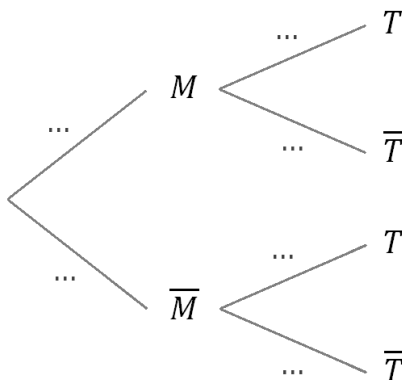
(Cette détermination se fait lors d'une phase de calibrage sur un échantillon.)



## PARTIE 1 Étude théorique avec une prévalence fixée

Dans cette partie, on suppose que la prévalence de l'infection au virus Ebola est 5 %.

1) Compléter l'arbre pondéré :



2) Calculer la probabilité que le test soit positif.

3) La **valeur prédictive positive**, notée VPP, est  $P_T(M)$ .

La **valeur prédictive négative**, notée VPN, est  $P_{\bar{T}}(\bar{M})$ .

Calculer les valeurs prédictives positive et négative.

Interpréter dans le contexte de l'énoncé.

4) Calculer la probabilité d'avoir un faux positif.

5) Calculer la probabilité d'avoir un faux négatif.

6) En déduire la probabilité que le résultat du test soit erroné.

## PARTIE 2 Influence de la prévalence

Dans cette partie, la proportion de malades dans la population est  $p$ , avec  $p \in ]0 ; 1[$ .

1) Exprimer  $P(T)$  en fonction de  $p$ .

2) En déduire  $P(\bar{T})$  en fonction de  $p$ .

3) Montrer que  $VPP = \frac{0,9p}{0,85p+0,05}$ .

4) De même, exprimer  $VPN$  en fonction de  $p$ .

5) On veut maintenant représenter graphiquement  $VPP$  et  $VPN$  en fonction de  $p$ .

On fait varier  $p$  entre 0 et 1, avec un pas de 0,01.

Quelles formules doit-on taper puis étendre dans les cellules B2 et C2 ?

	A	B	C
1	<b>p</b>	<b>VPP</b>	<b>VPN</b>
2	0		
3	0,01		
4	0,02		

6) Représenter sur un même graphique  $VPP$  et  $VPN$ .

7) Interpréter le graphique dans le contexte du problème.

### Conclusion :

En connaissant les propriétés d'un test (sensibilité et spécificité), ainsi que la proportion  $p$  de malades dans la population, on peut interpréter les résultats du test et déterminer selon le résultat de celui-ci la probabilité que le patient soit ou ne soit pas malade.