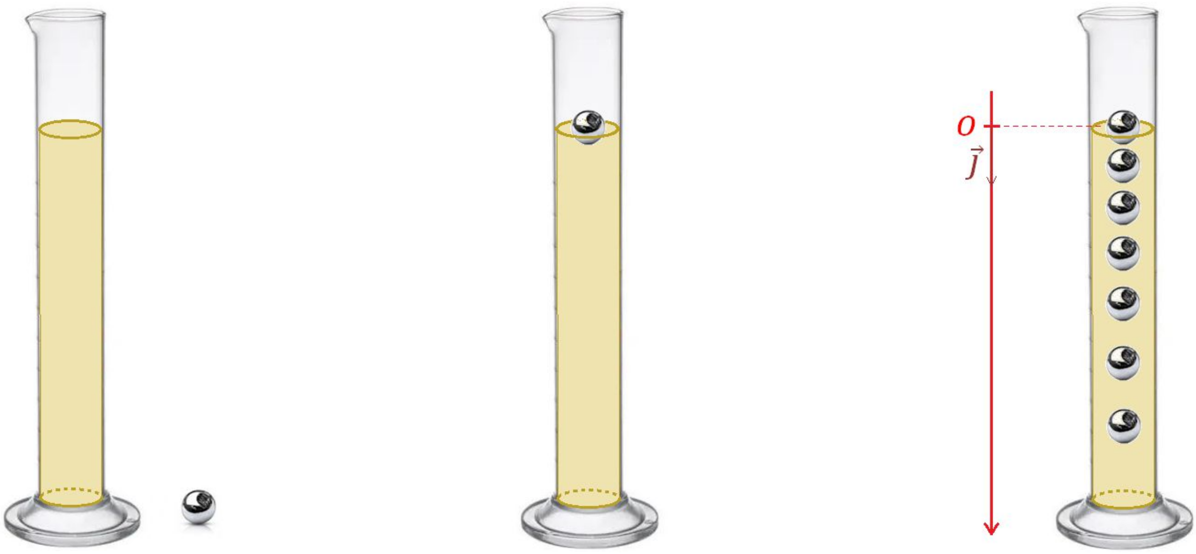
Chute d’une bille dans un fluide visqueux

THÈME 3
Pb2



On dispose d’une éprouvette contenant un fluide visqueux et d’une bille.

À l’instant $t_0 = 0$, on lâche la bille dans le fluide sans vitesse initiale.

On relève la position y_i du centre de gravité de la bille à l’instant t_i sur un axe vertical $(O\vec{j})$ orienté vers le bas.

t_i (en s)	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6
y_i (en m)	0	0,007	0,021	0,039	0,06	0,081	0,102	0,124	0,146	0,168	0,19	0,212	0,234

Dans ce problème, on va chercher à savoir si la deuxième loi de Newton est bien vérifiée en comparant les valeurs expérimentales et théoriques.

PARTIE 1 Expérience

1) On saisit les données précédentes en colonne dans un tableur, et on rajoute une colonne pour v_i, la vitesse moyenne de la bille à l’instant t_i .

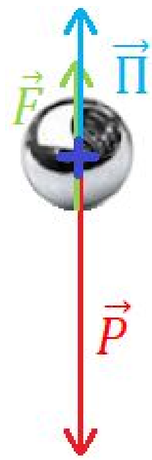
On a $v_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$.

	A	B	C
1	ti	yi	vi
2	0	0	
3	0,05	0,007	
4	0,1	0,021	
5	0,15	0,039	

Quelle formule doit-on taper dans la cellule C3 ?
Étendre cette formule jusqu’à la celllule C13.

2) Toujours grâce au tableur, représenter le nuage de points $(t_i\,;v_i)$.
Vers quelle vitesse limite semble tendre la vitesse de la bille ?

PARTIE 2 Théorie



Lors de l'expérience, la bille subit 3 forces : son poids $\vec{P}$, la poussée d'archimède $\vec{\Pi}$, et une force de frottement $\vec{F}$.

D'après la deuxième loi de Newton, $\vec{P}+\vec{\Pi}+\vec{F}=m\,\vec{a}$,
avec m la masse de la bille en kg, et $\vec{a}$ le vecteur accélération de son centre de gravité.

On obtient alors une équation différentielle de la forme :

$$(E) : v' = -\frac{k}{m}v + \alpha g \quad \text{avec} \quad \begin{cases} k \text{ une constante positive} \\ \alpha \text{ une constante dépendant des masses volumiques de la bille et du fluide} \\ g \text{ l'accélération de la pesanteur en } N.kg^{-1} \end{cases}$$

1) Résoudre l'équation différentielle $(E_0) : v' = -\frac{k}{m}v$.

2) Résoudre l'équation différentielle (E).

3) Que vaut $v(0)$?

4) On a $m = 6\times10^{-3}\,kg$, $g = 9{,}8\,N.kg^{-1}$, $\alpha = 0{,}6$ et $k = 8\times10^{-2}\,kg.s^{-1}$.
Donner l'expression de $v(t)$. (Arrondir les coefficients à 10^{-2} près.)

5) Étudier les variations de la fonction v sur $[0;+\infty[$.

6) Déterminer la limite de v en $+\infty$ et donner une interprétation du résultat.

7) Comparer cette valeur avec les résultats expérimentaux de la PARTIE 1.

8) On considère que la vitesse limite v_{lim} est atteinte lorsque la vitesse de la bille est égale à 99 % de la vitesse limite théorique. Au bout de combien de temps peut-on considérer que celle-ci est atteinte ?