

Dynamique des populations – modèle de Malthus

THÈME 2
Pb3

Au début du 19^{ème} siècle, Thomas Malthus, un économiste anglais, a étudié l'évolution de la population anglaise d'une part, et celle des ressources agricoles permettant de nourrir cette population d'autre part. En effet, il craignait qu'à terme ces ressources deviennent insuffisantes.

En 1800, l'Angleterre comptait environ 8,3 millions d'habitants, et les ressources agricoles permettaient de nourrir 10 millions d'habitants.

Malthus émet les hypothèses suivantes :

- la population anglaise augmente chaque année de 2 %
- les ressources agricoles permettent de nourrir 400 000 habitants de plus chaque année.



Malthus ↑

Londres surpeuplé,
gravure de
George Cruikshank,
d'après les écrits
de Malthus →



On note p_n et a_n respectivement le nombre d'habitants en millions et le nombre d'habitants en millions pouvant être nourris par les ressources agricoles en $1800 + n$, $n \in \mathbb{N}$, selon le modèle de Malthus.

On a donc $p_0 = 8,3$ et $a_0 = 10$.

PARTIE 1

- 1) Que représentent p_1 et a_1 ?
- 2) Calculer p_1 et a_1 .
- 3)a) Quelle est la nature de la suite (p_n) ?
3)b) Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n , $n \in \mathbb{N}$.
3)c) Exprimer p_n en fonction de n , $n \in \mathbb{N}$.
- 4)a) Quelle est la nature de la suite (a_n) ?
4)b) Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n , $n \in \mathbb{N}$.
4)c) Exprimer a_n en fonction de n , $n \in \mathbb{N}$.
- 5) Combien d'habitants prévoit Malthus en Angleterre en 1820 ? Et combien d'habitants peuvent être nourris cette année-là ?
- 6) En quelle année y aurait-il une famine ?

PARTIE 2 Avec le tableur

	A	B	C
1	n	p_n	a_n
2	0	8,3	10
3	1		
4	2		
5	3		

- 1) Quelles formules doit-on taper puis étendre dans les cellule B3 et C3 ?
- 2) Créer ce tableau, puis afficher les nuages de points (n, p_n) et (n, a_n) avec $0 \leq n \leq 100$ sur le même graphique.
- 3) En quelle année y aurait-il une famine ?

PARTIE 3 Avec Python

Compléter et tester le programme suivant qui renvoie l'année de famine prévue par Malthus :

```
population=[           for n in range(101)]
agriculture=[           for n in range(101)]
k=0
while population[k]<agriculture[k]:
    k=k+1
print('les ressources agricoles seront insuffisantes en',           )
```