

La loi de refroidissement de Newton stipule que la variation de la température d'un corps est proportionnelle à la différence entre la température de ce corps et celle du milieu environnant.

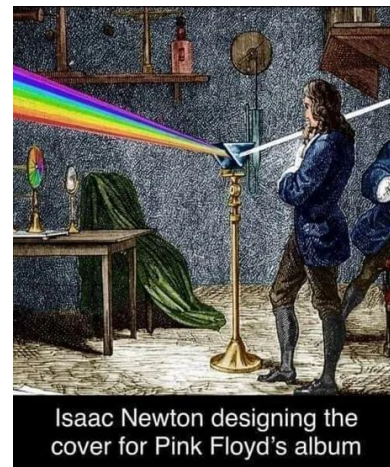
Dans ce problème, nous allons étudier le refroidissement d'une tasse de café servie à une température initiale de $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ en appliquant la loi de Newton. On suppose que la température du milieu environnant est constante, et vaut $20\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Pour tout entier naturel n , on note T_n la température du café à l'instant n , avec T_n en $^{\circ}\text{C}$ et n en minutes. On a donc $T_0 = 80$.

D'après la loi de Newton, on a, pour tout n :

$T_{n+1} - T_n = C(T_n - 20)$ avec C un coefficient dépendant du matériau.

Dans ce problème, on prendra $C = -0,2$.



Isaac Newton designing the cover for Pink Floyd's album

PARTIE 1 Conjectures

1) Conjecturer d'après le contexte le sens de variation et la limite de la suite (T_n) .

2)a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $T_{n+1} = 0,8 T_n + 4$.

2)b) Calculer T_1 et T_2 .

2)c) La suite (T_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?

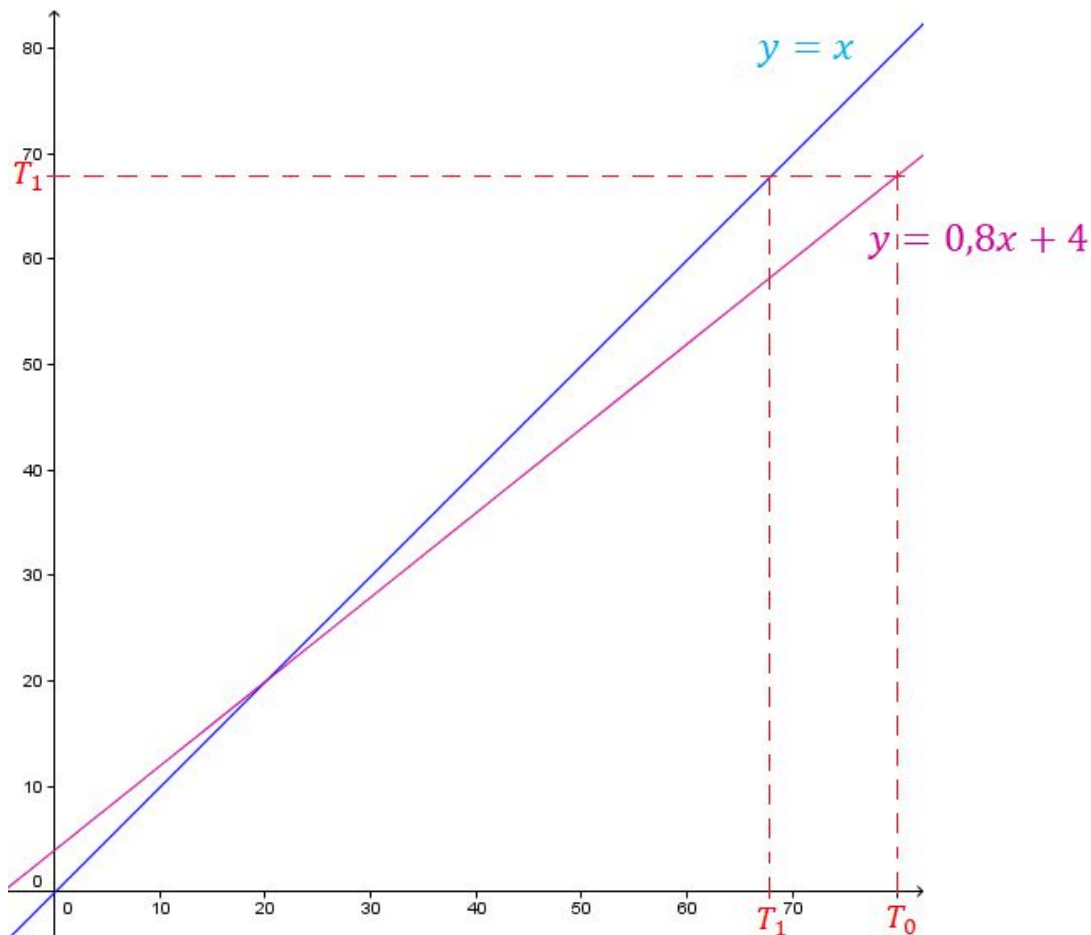
3)a) À la calculatrice, afficher la table de (T_n) au moins jusqu'à T_{25} .

3)b) Que peut-on conjecturer concernant le sens de variation de (T_n) ? sa limite éventuelle ?

4) Dans le repère ci-dessous, on a tracé les droites d'équations $y = x$ et $y = 0,8x + 4$.

On a déjà placé T_0 et T_1 .

Construire les points T_2 à T_{10} et conjecturer la limite de (T_n) . Est-ce cohérent ?



5) On souhaite faire une conjecture sur la limite de (T_n) , cette fois-ci à l'aide de Python.

```
def Newton(n):
    T=[80]
    for i in range(n):
        T.append(0.8*T[i]+4)
    return T
```

Que retourne ce programme ?

Le tester pour $n = 25$.

Conclure sur la limite éventuelle de (T_n) .

PARTIE 2 Étude de la suite (T_n)

(T_n) est une suite arithmético-géométrique.

1) Déterminer la suite constante égale à k vérifiant la relation de récurrence suivie par (T_n) .

2) Démontrer que la suite $(T_n - k)$ est géométrique.

3) En déduire une expression de T_n en fonction de n .

4) Déterminer la limite de la suite (T_n) .