

Automates et RegExp

Alain Busser
Franck Jean-Albert
Sébastien Hoarau

IREMI La Réunion

2 juin 2021

Test d'intelligence

intelligence naturelle ou intelligence artificielle ?

liste G

a
aa
bb
aaa
abb
bba
aaaa
aabb

liste D

b
ab
ba
aab
aba
baa
bab
bbb

Dans quelle liste mettre aaab ?

Test d'intelligence

intelligence naturelle ou intelligence artificielle ?

liste G

a
aa
bb
aaa
abb
bba
aaaa
aabb

liste D

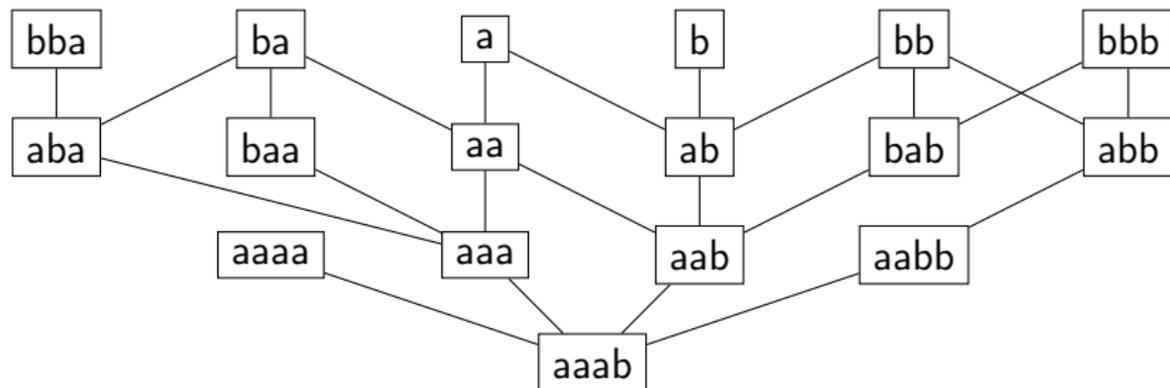
b
ab
ba
aab
aba
baa
bab
bbb

Dans quelle liste mettre aaba ?

Test d'intelligence

Distance de Levenshtein

Distances de Levenshtein par rapport au mot `aaab`



Test d'intelligence

intelligence artificielle avec k-nn

Distances de Levenshtein par rapport au mot `aaab`

liste G	
a	3
aa	2
bb	3
aaa	1
abb	2
bba	3
aaaa	1
aabb	1

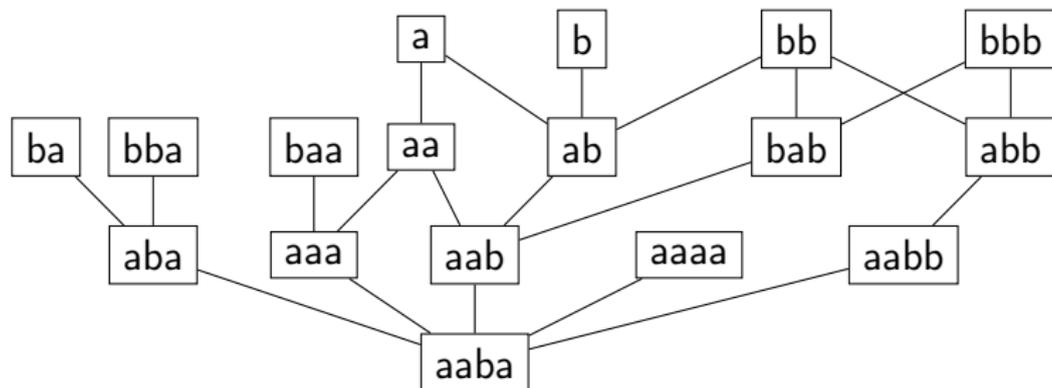
liste D	
b	3
ab	2
ba	3
aab	1
aba	2
baa	2
bab	2
bbb	3

- méthode des 4 plus proches voisins : liste G (3 contre 1)
- méthode 10-nn : *ex aequo* (5 contre 5)
- méthode 16-nn : *ex aequo* (8 contre 8)

Test d'intelligence

Distance de Levenshtein

Distances de Levenshtein par rapport au mot aaba



Test d'intelligence

intelligence artificielle avec k-nn

Distances de Levenshtein par rapport au mot aaba

liste G	
a	3
aa	2
bb	3
aaa	1
abb	2
bba	2
aaaa	1
aabb	1

liste D	
b	3
ab	2
ba	2
aab	1
aba	1
baa	2
bab	2
bbb	3

- méthode 5-nn : liste G (3 contre 2)
- méthode 8-nn : *ex aequo* (6 contre 6)
- méthode 16-nn : *ex aequo* (8 contre 8)

Hypothèse

Chaque b est suivi d'un a sauf à la fin du mot

liste G

a
aa
bb
aaa
abb
bba
aaaa
aabb

liste D

b
ab
ba
aab
aba
baa
bab
bbb

$$(a^*(ba)a^*)^* + (a+b)^*b$$

Hypothèse

Il y a un nombre pair de b

liste G

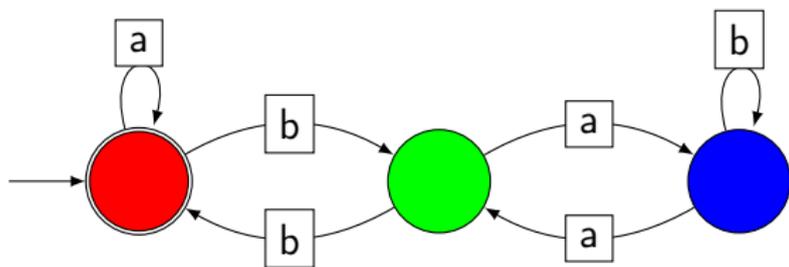
a
aa
bb
aaa
abb
bba
aaaa
aabb

liste D

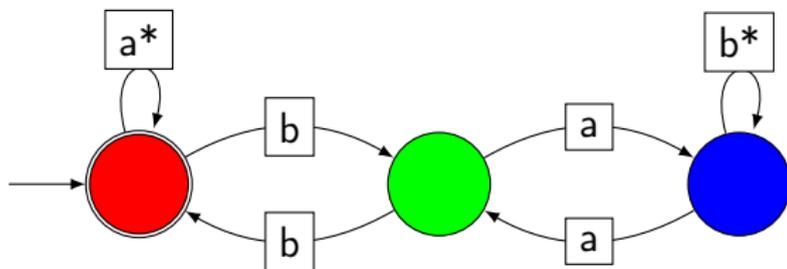
b
ab
ba
aab
aba
baa
bab
bbb

$(a^* + (ba^*b)^*)^*$

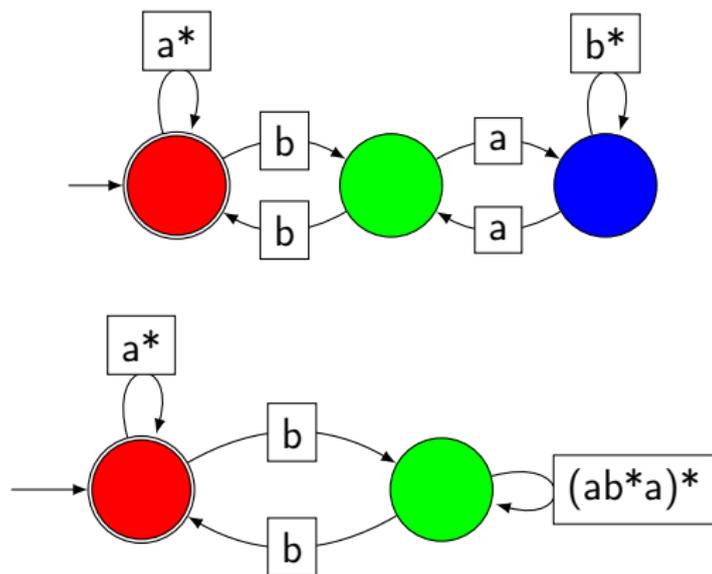
Automate reconnaissant les mots binaires



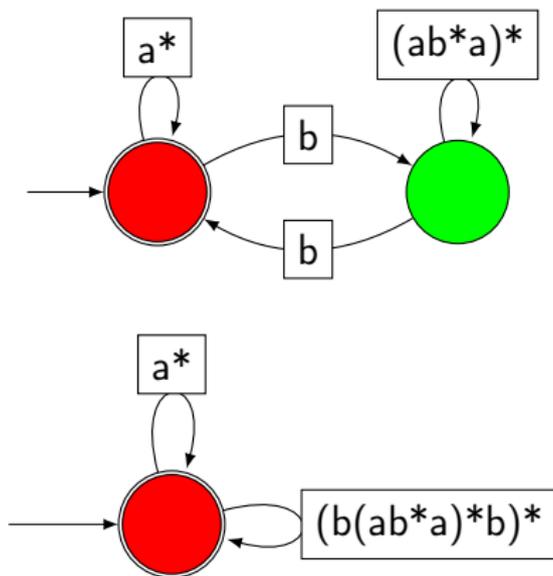
Réduction de l'automate



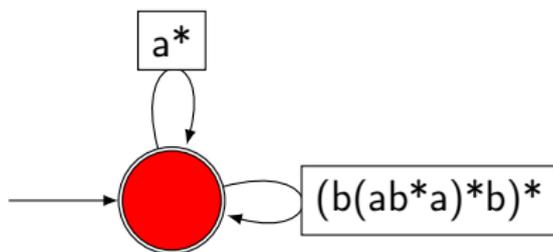
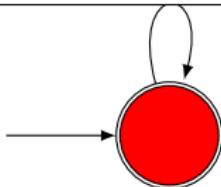
Réduction de l'automate



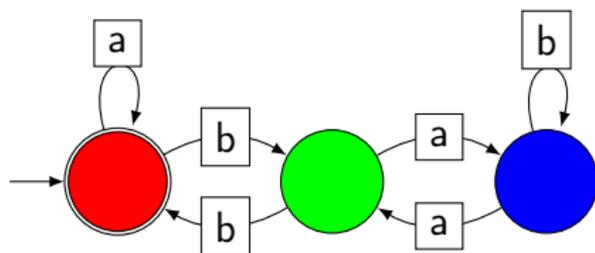
Réduction de l'automate



Réduction de l'automate

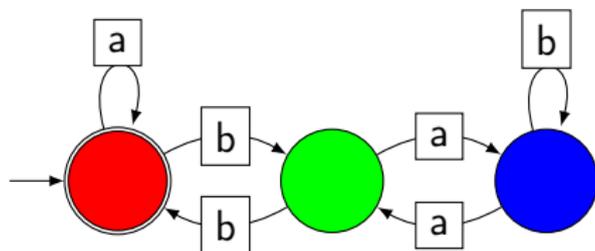

$$(a^* + (b(ab^*a)^*b)^*)^*$$


Matrice de l'automate



$$M = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ b & 0 & a \\ 0 & a & b \end{pmatrix}$$

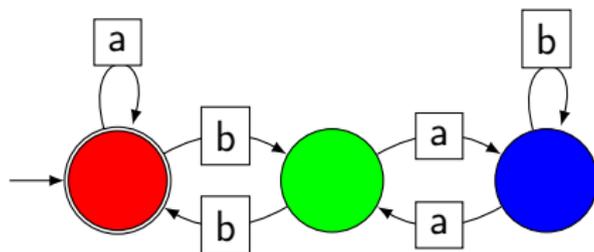
Matrice de l'automate



$$M = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ b & 0 & a \\ 0 & a & b \end{pmatrix}$$

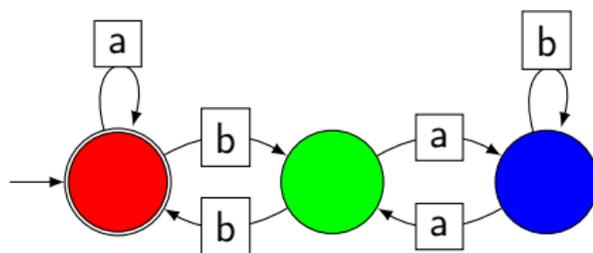
$$M^2 = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 & ab & ba \\ ba & a^2 + b^2 & ab \\ ab & ba & a^2 + b^2 \end{pmatrix}$$

Matrice de l'automate



$$M^3 = \begin{pmatrix} a^3 + ab^2 + b^2a & a^2b + ba^2 + b^3 & aba + bab \\ a^2b + ba^2 + b^3 & aba + bab & a^3 + ab^2 + b^2a \\ aba + bab & a^3 + ab^2 + b^2a & a^2b + ba^2 + b^3 \end{pmatrix}$$

Matrice de l'automate



$$M^* = \begin{pmatrix} (a + b(ab^*a)^*b)^* & a^*b(ab^*a + ba^*b)^* & a^*b(ba^*b)^*a(b + a(ba^*b)^*a)^* \\ (ab^*a)^*b(a + b(ab^*a)^*b)^* & (ab^*a + ba^*b)^* & (ba^*b)^*a(b + a(ba^*b)^*a)^* \\ b^*a(ab^*a)^*b(a + b(ab^*a)^*b)^* & b^*a(ab^*a + ba^*b)^* & (b + a(ba^*b)^*a)^* \end{pmatrix}$$

$$(a + b(ab^*a)^*b)^*$$

Résultat de algorithme

Le premier terme de la matrice M^* est l'expression régulière cherchée :

$$(a + b(ab^*a)^*b)^*$$

Pour comparaison, la réduction de l'automate donnait

$$(a^* + (b(ab^*a)^*b)^*)^*$$

Principe de l'algorithme ?

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^* = \begin{pmatrix} (a+bd^*c)^* & a^*b(d+ca^*b)^* \\ d^*c(a+bd^*c)^* & (d+ca^*b)^* \end{pmatrix}$$

- On décompose la matrice en blocs tels que a et d soient des matrices carrées
- on calcule récursivement les coefficients de la matrice :
 - On calcule récursivement a^* et d^*
 - on en déduit $a + bd^*c$ et $d + ca^*b$ (matrices carrées)
 - on en déduit $(a + bd^*c)^*$ et $(d + ca^*b)^*$

Test de connaissance

Qui a inventé cet algorithme ?

Qui a inventé l'algorithme matriciel ?

- G. Berry
- A. Busser
- A. Church
- N. Chomsky
- E. Dijkstra
- J. Conway
- G. Dowek
- E. Ethève
- B. Gates
- K. Gödel
- S. Hoarau
- F. Jean-Albert
- S. Kleene
- D. Knuth
- A. Markov
- E. Post
- D. Pouvreau
- R. Sethi
- O. Sicard
- W. Sierpinski
- A. Tarski
- O. Tomate
- A. Turing
- L. Tiennot
- F. Tobé
- D. Tournès
- C. Villani