

CALCULS

☑ On commence par les (), puis les multiplications ou divisions et enfin les additions ou soustractions.

$$\rightarrow 100 - (7 + 2) \times 5 = 100 - 9 \times 5 = 100 - 45 = 55$$

☑ On fait les calculs dans l'**ordre** lorsque l'expression ne comporte que des additions ou soustractions, et que des multiplications ou divisions.

$$\rightarrow 40 - 17 + 20 = 23 + 20 = 43$$

☑ Diviser par une fraction c'est multiplier par son inverse.

$$\rightarrow \frac{2}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{21} \text{ fraction irréductible !}$$

POURCENTAGES

☑ Appliquer un pourcentage

75 % des 24 élèves d'une classe ont un téléphone. signifie que sur 100 élèves, 75 ont un téléphone !

$$\rightarrow \frac{75}{100} \times 24 = 18 \text{ Donc 18 élèves ont un téléphone.}$$

☑ Augmenter - Diminuer

Un bijoux affiché 79 € est soldé à - 20 %

$$\rightarrow \text{Montant de la remise : } \frac{20}{100} \times 79 = 15,8$$

$$\rightarrow \text{Prix soldé : } 79 - 15,8 = 63,2 \text{ €}$$



☑ Calculer un pourcentage

Dans un collège de 600 élèves, 126 sont en 3^{ème}. signifie que 126 élèves sur 600 sont en 3^{ème}.

$$\rightarrow \frac{126}{600} \times 100 = 21 \text{ Donc 21 \% des élèves sont en 3}^{\text{ème}}.$$

PROPORTIONNALITE

Pour réaliser une douzaine de crêpes, Camille utilise 3 œufs, 150 g de sucre et 225 g de farine.

Calculer les ingrédients pour 20 crêpes.

Nb de crêpes	œufs	sucre	farine
12	3	150	225
20	?	?	?

$$\frac{20 \times 3}{12} = 5 \quad \frac{20 \times 150}{12} = 250 \quad \frac{20 \times 225}{12} = 375$$

STATISTIQUES

Voici les 13 pointures des filles d'une classe rangées par ordre **CROISSANT** :

36 ; 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; **38** ; 39 ; 39 ; 39 ; 40 ; 41 ; 42

☑ La **fréquence** des filles qui chaussent du 37 est :

$$f = \frac{3}{13} \approx 0,23 \text{ soit environ 23\% des filles.}$$

☑ La **moyenne** est $M = \frac{36 + 36 + \dots + 42}{13} = \frac{499}{13} \approx 38,4$

☑ L'**étendue** de cette série est : 42 - 36 = 6

☑ Il y a 13 valeurs, la **médiane** qui partage la série en 2 groupes de **même** effectif, est la 7ème valeur soit 38.

Il y a autant d'élèves qui chaussent du 38 ou moins que d'élèves qui chaussent du 38 ou plus.

PUISSANCES

☑ Exemples : $5^2 = 5 \times 5$; $7^3 = 7 \times 7 \times 7$

☑ Pour multiplier 2 puissances d'un même nombre, on ajoute les exposants et pour diviser 2 puissances d'un même nombre, on soustrait les exposants.

$$9^3 \times 9^2 = 9^{3+2} = 9^5 \quad \frac{10^5}{10^2} = 10^{5-2} = 10^3 \quad 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$$

☑ **Notation scientifique** : un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule, suivi d'une puissance de 10 qui multiplie ce nombre.

$$\rightarrow 2017 = 2,017 \times 10^3$$

RACINES CARREES

$$\sqrt{4} = 2 ; \sqrt{9} = 3 ; \sqrt{16} = 4 ; \sqrt{25} = 5 ; \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{49} = 7 ; \sqrt{64} = 8 ; \sqrt{81} = 9 ; \sqrt{100} = 10$$

FONCTIONS

☑ fonction **linéaire** $f : x \mapsto ax$

→ Soit $f : x \mapsto 3x$ ex : $f(7) = 3 \times 7 = 21$

7 a pour image 21 par f et 21 a pour antécédent 7 par f

☑ fonction **affine** $f : x \mapsto ax + b$

→ Soit $f : x \mapsto 2x - 7$ ex : $f(5) = 2 \times 5 - 7 = 10 - 7 = 3$

On dit que 5 a pour image 3 par f et que 3 a pour antécédent 5 par f.

CALCUL LITTERAL

☑ Développer et réduire

$$k(a+b) = k \times a + k \times b$$

$$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

$$E = 5(2x+3)$$

$$E = 5 \times 2x + 5 \times 3$$

$$E = 10x + 15$$

$$F = (x+6)(x+2)$$

$$F = x \times x + x \times 2 + 6 \times x + 6 \times 2$$

$$F = x^2 + 2x + 6x + 12$$

$$F = x^2 + 8x + 12$$

☑ Résoudre des équations

$$\frac{x}{7} = \frac{30}{105}$$

$$x = \frac{7 \times 30}{105} = \frac{210}{105} = 2$$

$$S = \{2\}$$



$$3x - 5 = 7$$

$$3x - 5 + 5 = 7 + 5$$

$$3x = 12$$

$$x = \frac{12}{3} = 4$$

$$S = \{4\}$$

☑ Valeur d'une expression

→ Compléter un tableau :

x	4x	x ³	12 - 3x
7	4 x 7 = 28	7 ³ = 343	12 - 3 x 7 = -9

→ Calculer avec une formule :

Le volume d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 5 cm est donné par : $V = \pi \times r^2 \times h$

$$V = \pi \times 3^2 \times 5 = \pi \times 9 \times 5 = 45\pi \approx 141 \text{ cm}^3 \text{ à } 1 \text{ cm}^3 \text{ près}$$

CONVERSIONS

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3\,600 \text{ s}$$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$



$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ litres}$$

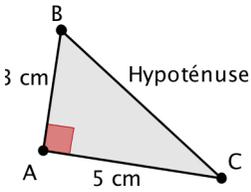
Combien de litres d'eau pour remplir une piscine rectangulaire de 5 m par 4 m et de profondeur 1,5 m ?

$$V_{\text{piscine}} = 5 \times 4 \times 1,5 = 30 \text{ m}^3$$

Comme 1 m³ = 1 000 l, il faut donc 30 000 litres.

PROPRIETE DE PYTHAGORE

→ Permet de calculer une longueur dans un triangle rectangle.



ABC est rectangle en A donc d'après la propriété de **Pythagore**,

$$\text{on a } BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$\text{d'où } BC = \sqrt{34} \approx 5,8 \text{ cm (à 1 mm près)}$$

RECIPROQUE DE LA PROP. DE PYTHAGORE

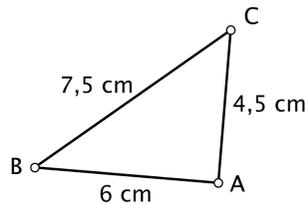
→ Permet de prouver qu'un triangle est rectangle.

$$\text{D'une part } BC^2 = 7,5^2 = 56,25$$

$$\text{D'autre part } AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$$

On constate que $AB^2 + AC^2 = BC^2$, donc d'après la **reciproque de la propriété de Pythagore**, ABC est rectangle en A.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que le triangle n'est pas rectangle.



PROPRIETE DE THALES

→ Permet de calculer une longueur dans une situation de « Thalès ».

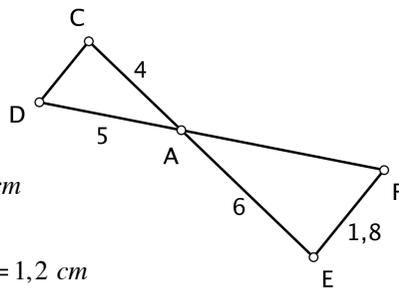
Les points A, C, E et A, D, F sont alignés, de plus les droites (CD) et (EF) sont parallèles, donc d'après la propriété de Thalès

$$\text{on a } \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AF} = \frac{CD}{EF}$$

$$\text{soit } \frac{4}{6} = \frac{5}{AF} = \frac{CD}{1,8}$$

$$\text{d'où } AF = \frac{6 \times 5}{4} = 7,5 \text{ cm}$$

$$\text{et } CD = \frac{4 \times 1,8}{6} = \frac{7,2}{6} = 1,2 \text{ cm}$$



RECIPROQUE DE LA PROP. DE THALES

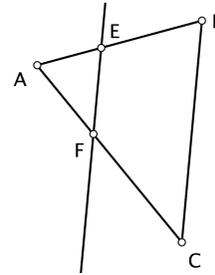
→ Permet de prouver que 2 droites sont parallèles.

$$\text{D'une part } \frac{AE}{AB} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$\text{D'autre part } \frac{AF}{AC} = \frac{3}{7,5} = 0,4$$

$$\text{On constate que } \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}, \text{ de}$$

plus les points A, E, B et A, F, C sont alignés dans le même ordre, donc d'après la **reciproque de la propriété de Thalès** les droites (BC) et (EF) sont parallèles.



Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que les droites ne sont pas parallèles.

GRANDEURS

→ **Savoir calculer un périmètre :**

On ajoute les longueurs de chaque côté.

→ **Savoir calculer une vitesse :**

Emilie parcourt 50 km en 2 heures avec son scooter.

$$\text{Sa vitesse moyenne est de } v = \frac{d}{t} = \frac{50}{2} = 25 \text{ km/h}$$

→ **Savoir convertir une vitesse en m/s :**

$$v = 25 \text{ km/h} = \frac{25 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{25\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} \approx 7 \text{ m/s}$$

→ **C'est quoi un débit ?**

Un robinet a un débit de 0,5 m³/h cela signifie que le robinet laisse couler 0,5 m³ d'eau en 1 heure.

→ **C'est quoi une densité ?**

La densité de population de la Réunion est de 336 habitants/km² cela signifie que sur une superficie de 1 km², se trouve en moyenne 336 habitants.

→ **Aires usuelles :** $A_{\text{Carré}} = \text{côté}^2$

$$A_{\text{Rectangle}} = L \times l \quad A_{\text{Triangle}} = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$$

→ **Volumes usuels :**

$$V_{\text{Pavé droit}} = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$$

$$V_{\text{Cube}} = c^3$$

PROBABILITES

$$\checkmark p = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

→ Dans un sac, il y a 10 boules rouges numérotées de 1 à 10 et 6 noires numérotées de 11 à 16. On tire sans regarder une boule du sac.

→ La proba de tirer une boule noire est : $p = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

→ La proba de tirer une boule rouge est : $p = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

On a 5 chances sur 8 d'obtenir une boule rouge.

→ La proba de tirer une boule impaire est : $p = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

On a 1 chance sur 2 d'obtenir une boule impaire.

ARITHMETIQUE

→ 21 est divisible par 3 car $21 = 3 \times 7 + 0 \rightarrow \text{reste} = 0!$

→ 21 n'est pas divisible par 4 car $21 = 4 \times 5 + 1$

→ Un nombre est **premier** lorsqu'il est divisible par exactement 2 nombres : 1 et par lui-même. Exemples : 2, 3, 5, 7, 11... Cette liste est infinie.

→ Pour décomposer 252 en facteurs premiers, on va déterminer ses diviseurs premiers dans l'ordre croissant

On obtient ainsi : $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 7$

→ Pour rendre irréductible $\frac{30}{252}$, on va décomposer

numérateur et dénominateur en produit de facteurs premiers !

$$\frac{30}{252} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3} \times 3 \times 7} = \frac{5}{2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{42}$$

Ce mémento regroupe l'essentiel du programme de maths au brevet **professionnel** des collèges 2017

Collège de TERRE-SAINTE © **Pascal DORR**

Pour réviser : www.maths974.fr