CALCULS

☑ On commence par les ( ), puis les multiplications ou divisions et enfin les additions ou soustractions.

☑ On fait les calculs dans **l'ordre** lorsque l'expression ne comporte que des additions ou soustractions, et que des multiplications ou divisions.

➔ Ex : 12 x (10 – 2 x 4) = 12 x (10 – 8) = 12 x 2 = 24

☑ Diviser par une fraction c'est multiplier par son inverse.

➔ Ex : donner votre réponse sous forme irréductible !

$$\frac{5}{6}-\frac{2}{7}\div\frac{3}{4}=\frac{5}{6}-\frac{2}{7}\times\frac{4}{3}=\frac{5}{6}-\frac{8}{21}=\frac{35}{42}-\frac{16}{42}=\frac{19}{42}$$

PUISSANCES

$5^3=5\times5\times5$; $7^1=7$; $12^0=1$; $10^5=100\ 000$

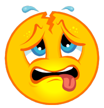
$$a^n\times a^m=a^{n+m} \qquad \frac{a^n}{a^m}=a^{n-m} \qquad \left(a^n\right)^m=a^{n\times m} \qquad a^{-1}=\frac{1}{a}$$

☑ Pour multiplier 2 puissances d'un même nombre, on ajoute les exposants et pour diviser 2 puissances d'un même nombre, on soustrait les exposants.

☑ Pour prendre la puissance d'une puissance on multiplie les exposants.

☑ **Notation scientifique** : un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule, multiplié par une puissance de 10.

➔ $\frac{7\times10^3\times10^4}{5\times10^5}=1{,}4\times\frac{10^7}{10^5}=1{,}4\times10^2$



STATISTIQUES

Voici les 13 pointures des élèves d'une classe rangées par ordre **CROISSANT** :
36 ; 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; **38** ; 39 ; 39 ; 39 ; 40 ; 41 ; 42

☑ **La fréquence de la pointure 39 est** $\frac{3}{13}\approx0{,}23$

☑ **La moyenne** de cette série est :

$$M=\frac{36+36+...+42}{13}=\frac{499}{13}\approx38{,}4$$

☑ **L'étendue** de cette série est : 42 - 36 = 6

☑ Il y a 13 valeurs, la **médiane** qui partage la série en 2 groupes de **même** effectif, est la 7ème valeur soit 38.
Il y a autant d'élèves qui chaussent du 38 ou moins que d'élèves qui chaussent du 38 ou plus.

FONCTIONS

- *nombre de départ*
- *x*
- *un antécédent*
- *abscisse*

- *nbre d'arrivée*
- *$f(x)$; y*
- *l'image*
- *ordonnée*

☑ fonction affine $f:x\mapsto ax+b$

*avec a **coef. directeur** et b **ordonnée à l'origine***

☑ fonction linéaire $f:x\mapsto ax$ ☑ ft constante $f:x\mapsto b$

➔ Soit $f:x\mapsto 2x-7$ ex : $f(5)=2\times5-7=10-7=3$

5 a pour image 3 par f et 3 a pour antécédent 5 par f

CALCUL LITTERAL

➔ Savoir calculer la valeur d'une expression :

Le volume d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 5 cm est donné par : $V=\pi\times r^2\times h$

$$V=\pi\times3^2\times5=\pi\times9\times5=45\pi\approx141\ cm^3\ \text{à}\ 1\ cm^3\ \text{près}$$

➔ Savoir développer et réduire :

$$k(a+b)=k\times a+k\times b$$
$$(a+b)(c+d)=a\times c+a\times d+b\times c+b\times d$$

$E=5(2x+3)$
$E=5\times2x+5\times3$
$E=10x+15$

$F=(x+6)(x+2)$
$F=x\times x+x\times2+6\times x+6\times2$
$F=x^2+2x+6x+12$
$F=x^2+8x+12$

➔ Savoir résoudre une équation

$\frac{x}{7}=\frac{30}{105}$
$x=\frac{7\times30}{105}=\frac{210}{105}=2$
$S=\{2\}$

$3x-5=7$
$3x\cancel{-5}\ \cancel{+5}=7+5$
$3x=12$
$x=\frac{12}{3}=4$
$S=\{4\}$

➔ Savoir résoudre une inéquation

***ATTENTION**, si on divise ou multiplie les 2 membres d'une inégalité par un même nombre **NEGATIF**, il faut changer le **sens** de l'inégalité.*

$-5x\le24+7x$
$-5x-7x\le24$
$-12x\le24$
$x\ge\frac{24}{-12}$
$x\ge-2$

ARITHMETIQUE

☑ 21 est divisible par 3 car 21 = 3 x 7 + 0 ➔ reste = 0 !

☑ 21 n'est pas divisible par 4 car 21 = 4 x 5 + 1

☑ Un nombre est **premier** lorsqu'il est divisible par exactement 2 nombres : 1 et par lui même.
Exemples : 2, 3, 5, 7, 11… Cette liste est infinie.

☑ Pour décomposer 252 en facteurs premiers, on va déterminer ses diviseurs premiers dans l'ordre croissant

On obtient ainsi : 252 = 2 x 2 x 3 x 3 x 7 = 2^2 x 3^2 x 7

☑ Pour rendre irréductible $\frac{30}{252}$,on va décomposer numérateur et dénominateur en produit de facteurs premiers !

$$\frac{30}{252}=\frac{\cancel{2}\times\cancel{3}\times5}{\cancel{2}\times2\times\cancel{3}\times3\times7}=\frac{5}{2\times3\times7}=\frac{5}{42}$$

POURCENTAGE

➔ Savoir appliquer un pourcentage

75 % des 24 élèves d'une classe ont un téléphone.
signifie que sur 100 élèves, 75 ont un téléphone !

$\frac{75}{100}\times24=18$ Donc 18 élèves ont un téléphone.

➔ Savoir augmenter ou diminuer

Un bijoux affiché 79 € est soldé à – 20 %

➔ Montant de la remise : $\frac{20}{100}\times79=15{,}8$

➔ Prix soldé : $79-15{,}8=63{,}2$ €

➔ Savoir calculer un pourcentage

Dans un collège de 600 élèves, 126 sont en 3ème.
signifie que 126 élèves sur 600 sont en 3ème.

$\frac{126}{600}\times100=21$ Donc 21 % des élèves sont en 3ème.

PROBABILITES

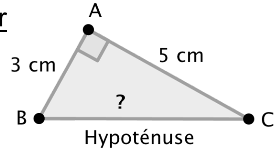
☑ $p=\frac{nombre\ d'issues\ favorables}{nombre\ d'issues\ possibles}$

Dans un jeu de 32 cartes :

$p(Roi)=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$ $\quad p(As\ de\ coeur)=\frac{1}{32}$

PROPRIETE DE PYTHAGORE

➔ Permet de calculer une longueur dans un triangle rectangle.



ABC est rectangle en A donc d'après la propriété de Pythagore,

on a $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

d'où $BC = \sqrt{34} \approx 5{,}8$ cm (à 1 mm près)

RACINES CARREES

$\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{9} = 3$; $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{36} = 6$

$\sqrt{49} = 7$; $\sqrt{64} = 8$; $\sqrt{81} = 9$; $\sqrt{100} = 10$

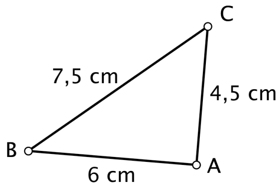
RECIPROQUE DE LA PROP. DE PYTHAGORE

➔ Permet de prouver qu'un triangle est rectangle.

D'une part $BC^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$
D'autre part $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4{,}5^2 = 36 + 20{,}25 = 56{,}25$

On constate que $AB^2 + AC^2 = BC^2$, donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, ABC est rectangle en A.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que le triangle n'est pas rectangle.



GRANDEURS

1 litre = 1 dm^3 = 1 000 cm^3 et 1 m^3 = 1 000 litres

☑ Combien de litres d'eau pour remplir une piscine rectangulaire de 5 m par 4 m et de profondeur 1,5 m ?
$V_{piscine}$ = 5 x 4 x 1,5 = 30 m^3 = 30 000 litres.

☑ Un TGV parcourt 1600 km en 5 heures. Sa vitesse est

$$v = \frac{d}{t} = \frac{1600\ km}{5\ h} = 320\ km/h\ (ou\ km\ .h^{-1})$$

☑ Un robinet a un débit de 1,5 m^3/h cela signifie que le robinet laisse couler 1,5 m^3 d'eau en 1 heure.

Le débit de ce robinet en L/min est de

$$1{,}5\ m^3/h = \frac{1{,}5\ m^3}{1\ h} = \frac{1\ 500\ L}{60 \min} = 25\ L/\min.$$

AIRES ET VOLUMES

$A_{Carré} = côté^2$ $\qquad$ $A_{Rectangle} = L \times l$

$A_{Triangle} = \dfrac{Base \times Hauteur}{2}$ $\qquad$ $A_{Sphère} = 4 \times \pi \times r^2$

$V_{Pavé\ droit} = Longueur \times largeur \times hauteur$ $\qquad$ $V_{Cube} = c^3$

$V_{Prisme} = Aire\ de\ la\ base \times Hauteur$ $\qquad$ $V_{Cylindre} = \pi \times r^2 \times Hauteur$

$V_{Pyramide} = \dfrac{Aire\ de\ la\ base \times Hauteur}{3}$ $\qquad$ $V_{Cône} = \dfrac{\pi \times r^2 \times Hauteur}{3}$

$V_{Boule} = \dfrac{4}{3}\pi \times r^3$

☑ Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k, les longueurs sont multipliées par k, les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3

TRIGONOMETRIE

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu $\hat{\alpha}$ donné :

$\sin \hat{\alpha} = \dfrac{coté\ opp\ à\ \hat{\alpha}}{hypoténuse}$ $\qquad$ $\cos \hat{\alpha} = \dfrac{coté\ adj\ à\ \hat{\alpha}}{hypoténuse}$ $\qquad$ $\tan \hat{\alpha} = \dfrac{opp\ à\ \hat{\alpha}}{adj\ à\ \hat{\alpha}}$

➔ Permet de calculer une longueur :

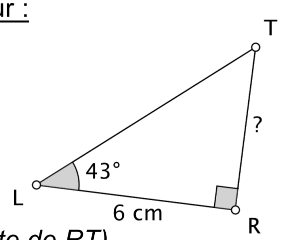
Dans le triangle rectangle RTL,

on a $\tan \widehat{RLT} = \dfrac{RT}{RL}$,

soit $\tan 43° = \dfrac{RT}{6}$

d'où RT = 6 x tan 43° (valeur exacte de RT)

et RT≈ 5,6 cm (valeur approchée au mm près)

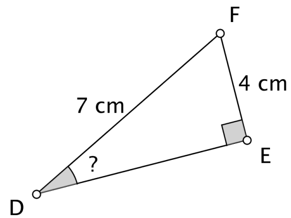


➔ Permet de calculer un angle :

Dans le triangle rectangle EDF,

on a $\sin \widehat{EDF} = \dfrac{EF}{DF} = \dfrac{4}{7}$

d'où $\widehat{EDF} \approx 35°$ (à 1° près)



On peut retenir : CAHSOHTOA (casse-toi)

PROPRIETE DE THALES

➔ Permet de calculer une longueur.

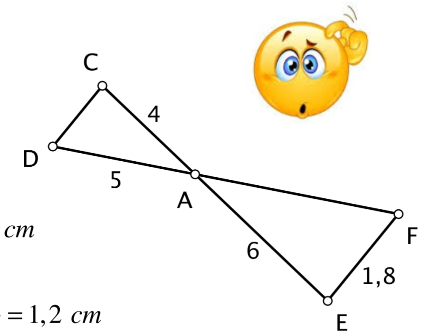
Les points A, C, E et A, D, F sont alignés, de plus les droites (CD) et (EF) sont parallèles, donc d'après la propriété de Thalès,

on a $\dfrac{AC}{AE} = \dfrac{AD}{AF} = \dfrac{CD}{EF}$

soit $\dfrac{4}{6} = \dfrac{5}{AF} = \dfrac{CD}{1{,}8}$

d'où $AF = \dfrac{6 \times 5}{4} = 7{,}5\ cm$

et $CD = \dfrac{4 \times 1{,}8}{6} = \dfrac{7{,}2}{6} = 1{,}2\ cm$



RECIPROQUE DE LA PROP. DE THALES

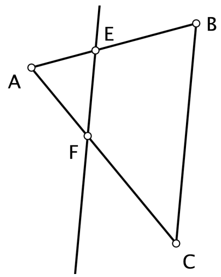
➔ Permet de prouver que deux droites sont parallèles.

D'une part $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{2}{5} = 0{,}4$

D'autre part $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{3}{7{,}5} = 0{,}4$

On constate que $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$, de

*plus les points A, E, B et A, F, C sont alignés dans le même ordre, donc d'après la **réciproque de la propriété de Thalès** les droites (BC) et (EF) sont parallèles.*



Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que les droites ne sont pas parallèles.

Ce mémento regroupe l'essentiel du programme de maths au brevet des collèges 2017
*Collège de TERRE-SAINTE © **Pascal DORR***
Pour réviser : www.maths974.fr