Implication et causalité

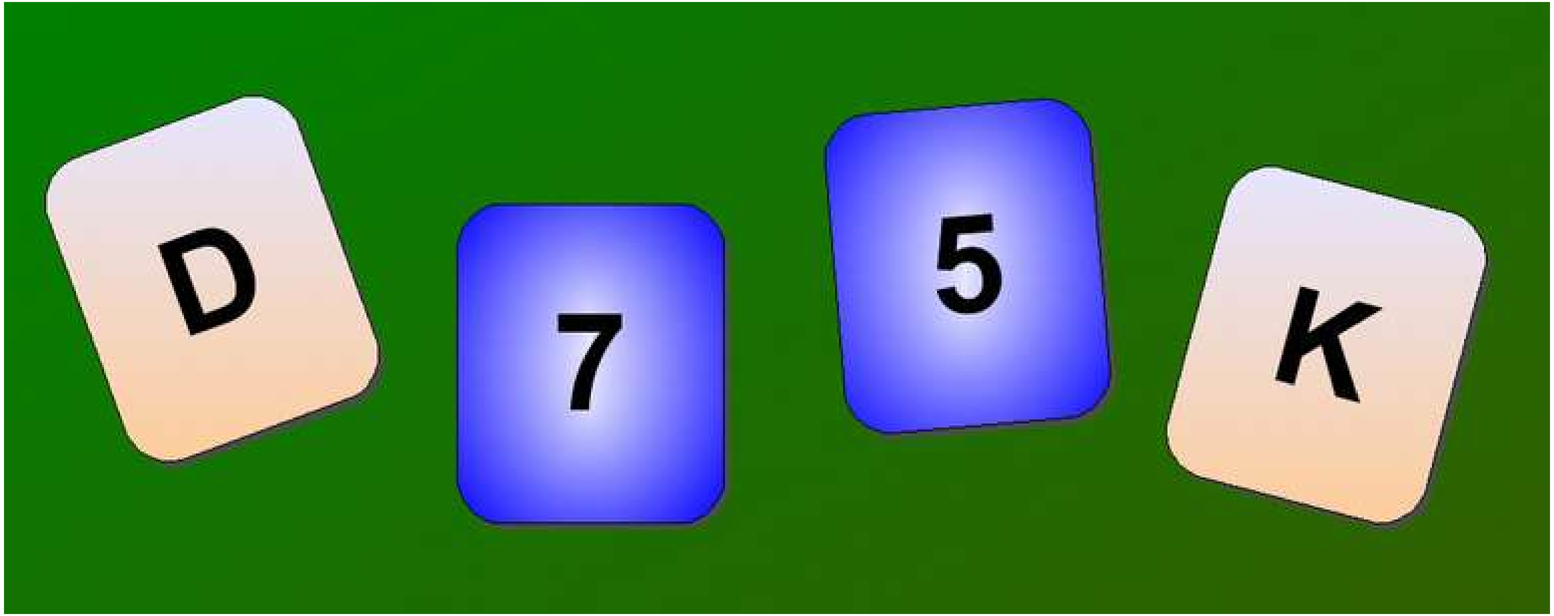
"distinguer implication mathématique et causalité"

I.R.E.M. La réunion, 22 novembre 2017

Test de Wason

déterminer la véracité de la règle suivante :

Si une carte a un D sur une face, alors elle porte un 5 sur l'autre face



Implication formelle

A	B	$A \Rightarrow B$
vrai	vrai	vrai
vrai	faux	faux
faux	vrai	vrai
faux	faux	vrai

Implication formelle

A	B	$A \Rightarrow B$
vrai	vrai	vrai
vrai	faux	faux
faux	vrai	vrai
faux	faux	vrai

$$(A \Rightarrow B) \quad \Leftrightarrow \quad (\neg A \vee B)$$

Proposition A :

Donald Trump a des cheveux oranges

Proposition B :

La Corée du Nord a la bombe H

Proposition A :

Proposition B :

Donald Trump a des cheveux oranges

La Corée du Nord a la bombe H

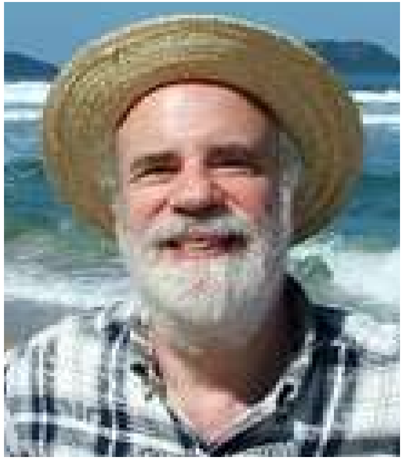
Implication formelle

A	B	$A \Rightarrow B$
vrai	vrai	vrai
vrai	faux	faux
faux	vrai	vrai
faux	faux	vrai

$$(A \Rightarrow B) \quad \Leftrightarrow \quad (\neg A \vee B)$$

Si Donald Trump a les cheveux oranges alors la Corée a la bombe !

Logique modale



G.W. Leibniz
(1646-1716)

C.I. Lewis
(1883-1964)

S.A. Kripke
(1940-)

Logique modale

- $\Box$A veut dire “A est nécessaire”
- $\Diamond$A veut dire “A est possible”

Logique modale

- $\Box A$ veut dire “A est nécessaire”
- $\Diamond A$ veut dire “A est possible”

$$A ⥽ B \Leftrightarrow \Box(A \Rightarrow B)$$

Enter a formula:

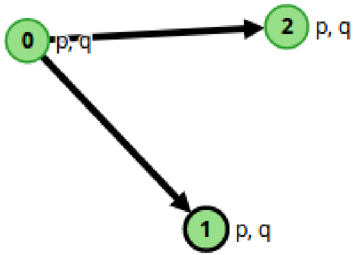
p->q

Evaluate

True:
w_0, w_1, w_2

False:
$\varnothing$

Current formula:
$(p \to q)$



https://rkirsling.github.io/modallogic/

Enter a formula:

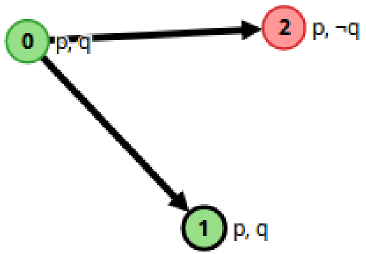
p->q

Evaluate

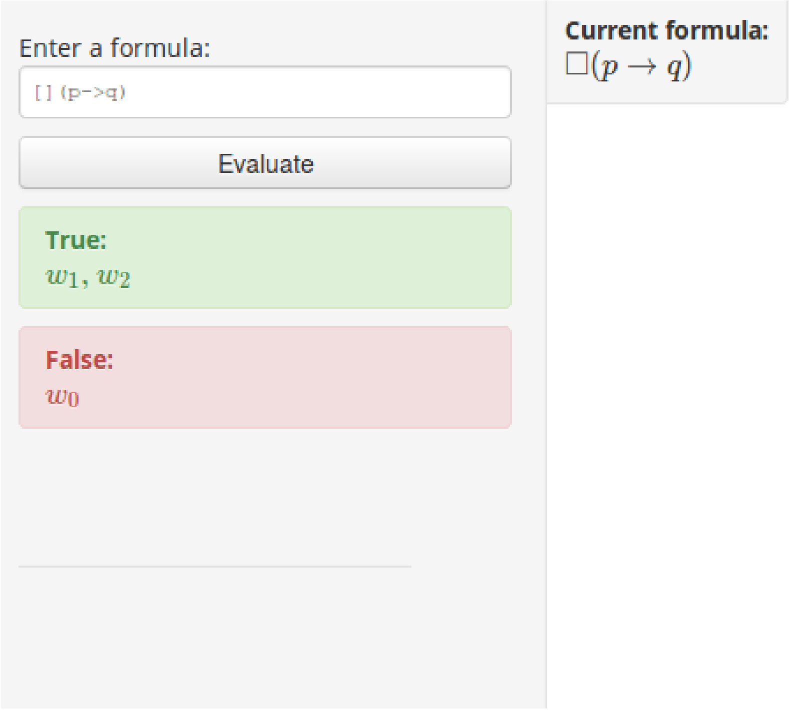
True:
w_0, w_1

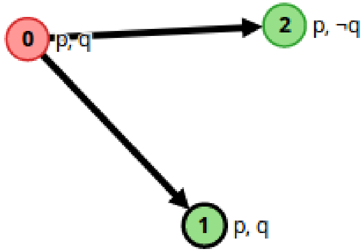
False:
w_2

Current formula:
$(p \to q)$



https://rkirsling.github.io/modallogic/





https://rkirsling.github.io/modallogic/

Enter a formula:

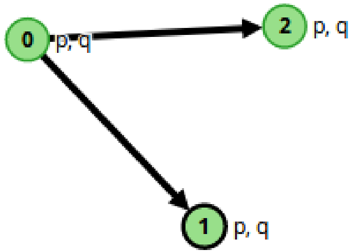
[] (p->q)

Evaluate

True:
w_0, w_1, w_2

False:
$\varnothing$

Current formula:
$\Box(p \to q)$



https://rkirsling.github.io/modallogic/

Enter a formula:

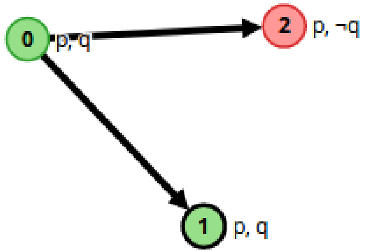
<> (p->q)

Evaluate

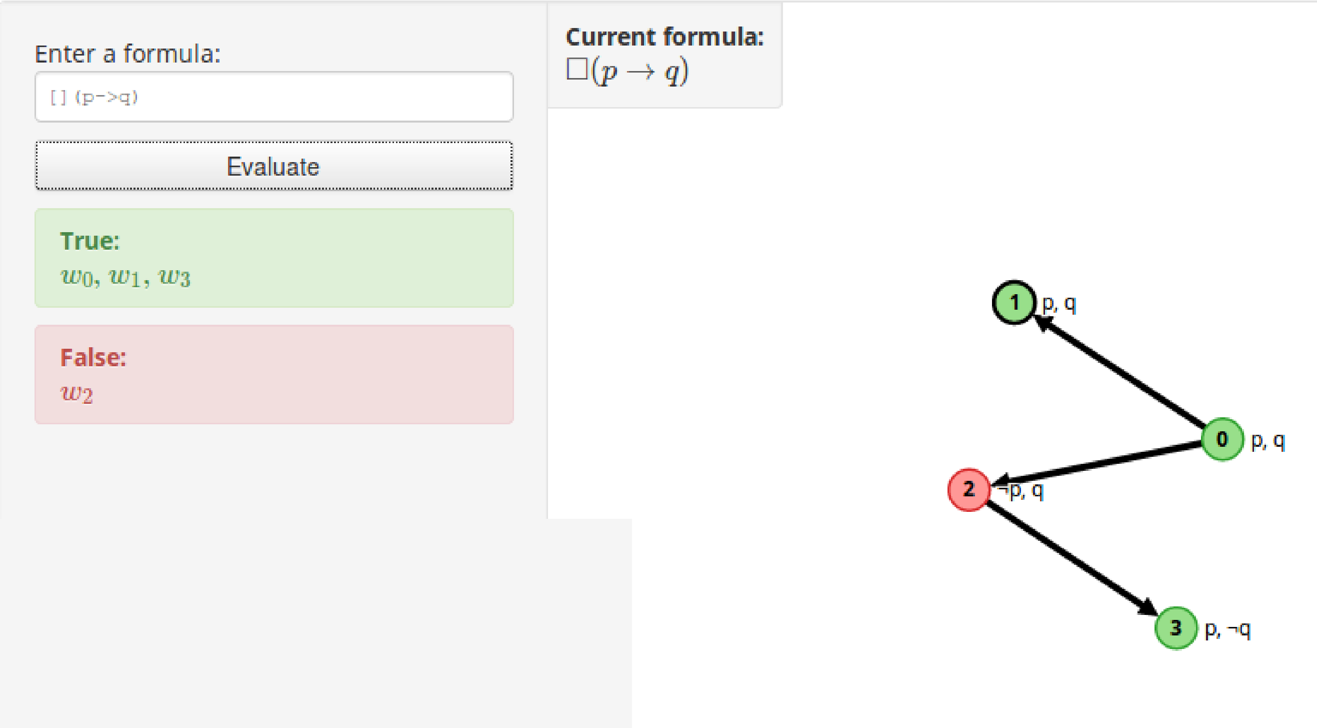
True:
w_0, w_1

False:
w_2

Current formula:
$\Diamond(p \rightarrow q)$



https://rkirsling.github.io/modallogic/



https://rkirsling.github.io/modallogic/

Logiques modales

- $\Box A \Rightarrow A$ si la relation est réflexive
- $\Box A \Rightarrow \Box\Box A$ si la relation est transitive (S4)
- $\Diamond A \Rightarrow \Box\Diamond A$ si la relation est symétrique (S5)

Paradoxes de l'implication stricte

- $A \strictif 2+2=4$
- $2+2=5 \strictif B$

Charles Sander Peirce

(1839-1914)

$\neg A \Rightarrow B$

$\Updownarrow$

$A \vee B$

Charles Sander Peirce

(1839-1914)

$$A \Rightarrow 2+2=5$$

$$\Updownarrow$$

$$\neg A$$

Loi de Peirce

$$(A \Rightarrow B) \Rightarrow A$$
$$\Downarrow$$
$$A$$

G. Frege

(1848-1925)

D. Hilbert

(1862-1943)

W. Ackermann

(1895-1962)

$p \Rightarrow p \quad \Leftrightarrow \ ?$

- $p \Rightarrow \neg p \quad \Leftrightarrow \ ?$
- $\neg p \Rightarrow p \quad \Leftrightarrow \ ?$

$p \Rightarrow p$ (Axiome I)

- $p \Rightarrow \neg p \Leftrightarrow \neg p$
- $\neg p \Rightarrow p \Leftrightarrow p$

$$p \Rightarrow p \quad \text{(Axiome I)}$$

$$A \Rightarrow B \Rightarrow A \quad \text{(Axiome K)}$$

$$A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C) \quad \text{(S)}$$

M. Schönfinkel

(1889-1942)

H.B. Curry

(1900-1982)

A. Church

(1903-1995)

$$p \Rightarrow p \qquad (\mathrm{I}) \qquad x \rightarrow x$$

$$A \Rightarrow B \Rightarrow A \qquad (\mathrm{K}) \qquad x \rightarrow y \rightarrow x$$

$$A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

$$(\mathrm{S}) \qquad (x \rightarrow z) \rightarrow (y \rightarrow z)$$

$I = \lambda x.x$ $\qquad x \to x$

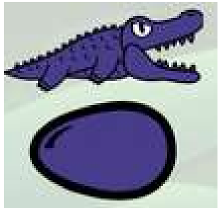
$K = \lambda x.\lambda y.x$ $\qquad x \to y \to x$

$S = \lambda x.\lambda y.\lambda z.x\ z\ (y\ z)$

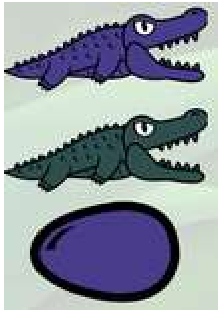
$(x \to z) \to (y \to z)$

http://zotweb.re/irem/lambda-zef/

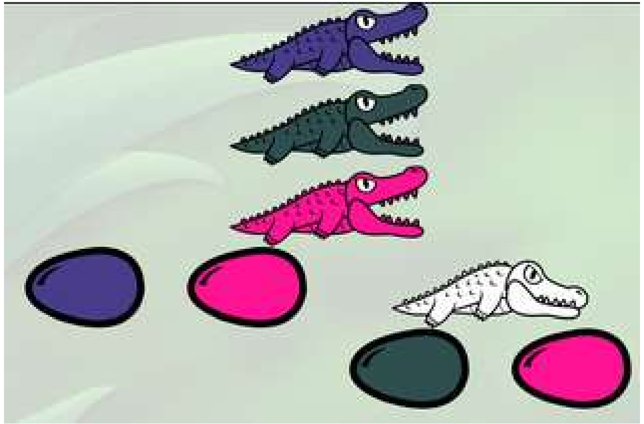
$I=\lambda x.x$



$K=\lambda x.\lambda y.x$



$S=\lambda x.\lambda y.\lambda z.x\ z\ (y\ z)$



Théorème de Curry

Tout combinateur peut s’obtenir en combinant S, K et I

Paradoxe de Curry

Si cette phrase est vraie alors 2+2=5

Gerhard Gentzen

(1909-1945)

```
Require Import Classical.
Theorem Buveur: forall (bar:Type) (boit:bar->Prop),
        inhabited bar -> (exists x, boit(x))-> forall y:bar,
boit(y).
Proof.
      intros.
```

```
1 subgoals
bar : Type
boit : bar -> Prop
H : inhabited bar
H0 : exists x : bar, boit x
y : bar
______________________________________(1/1)
boit y
```

Théorème du buveur

(Smullyan)

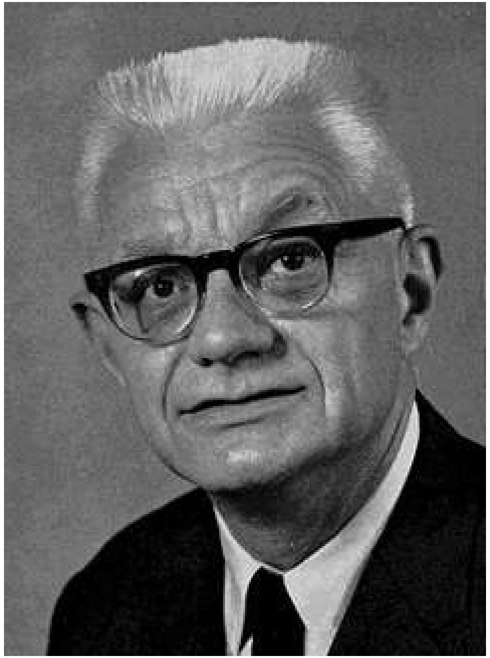
Dans tout bar il existe un personnage x ayant la propriété suivante:

Si x boit alors tout le monde boit.

$$\forall B, \exists x \in B, b(x) \Rightarrow [\forall y \in B, b(y)]$$

Carl Gustav Hempel, de Göttingen à Princeton

(1905-1997)



- 1^2-1+41 est premier
- 2^2-2+41 est premier
- 3^2-3+41 est premier
- 4^2-4+41 est premier
- 5^2-5+41 est premier

On ***induit*** que n^2-n+41 est premier

paradoxe de Hempel

x est un corbeau

$\Downarrow$

x est de couleur noire

paradoxe de Hempel

x est un corbeau

$\Downarrow$

x est de couleur noire

paradoxe de Hempel

x est un corbeau

$\Downarrow$

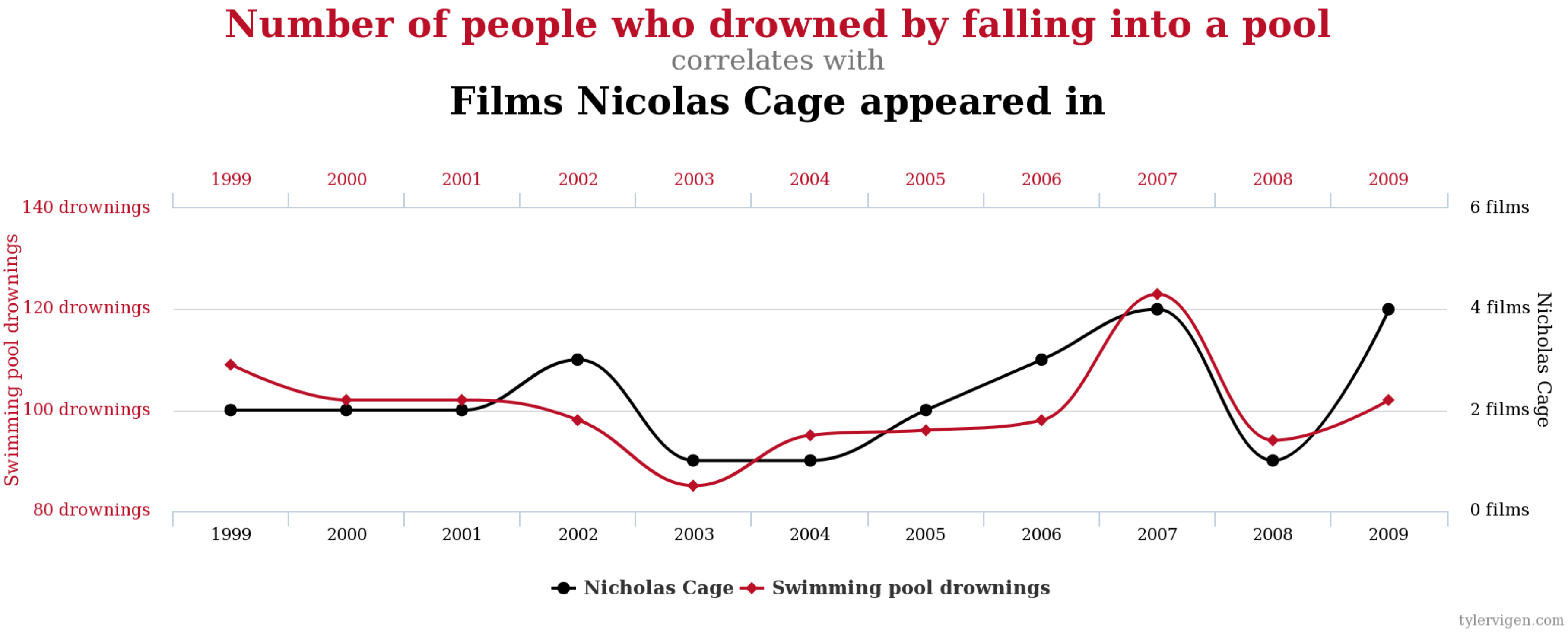
x est de couleur noire

x n’est pas noir

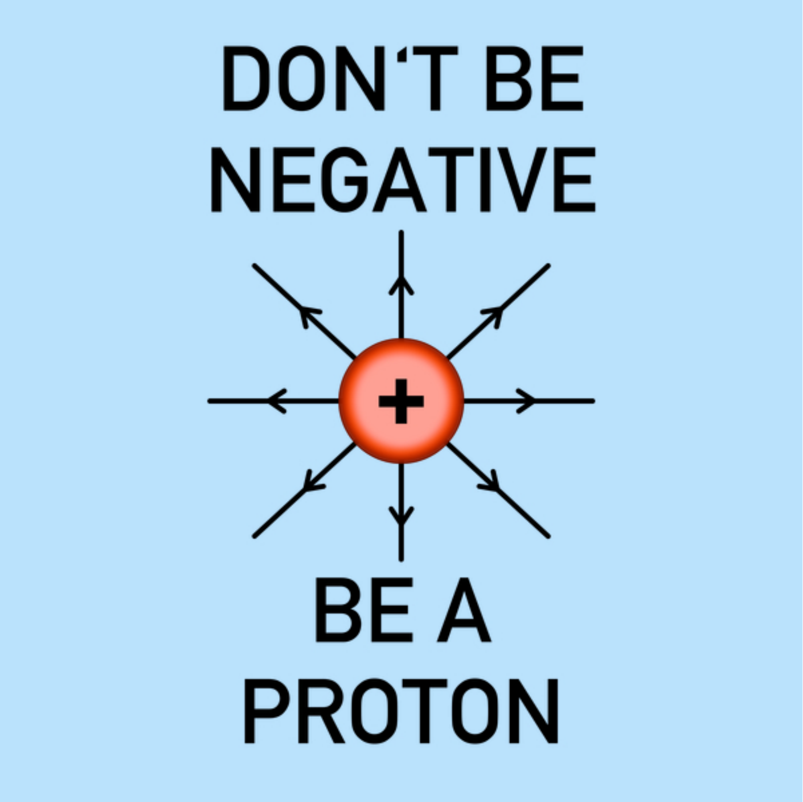
$\Downarrow$

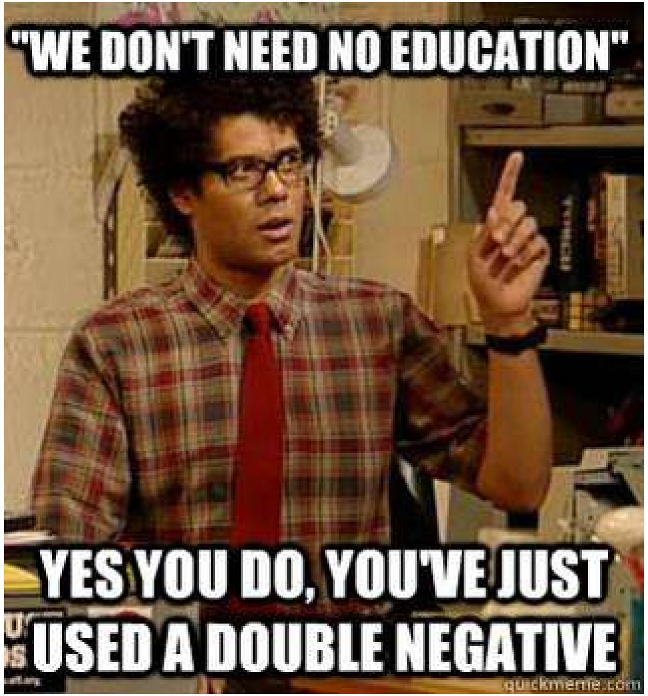
x n’est pas un corbeau

Ne pas confondre corrélation et causalité



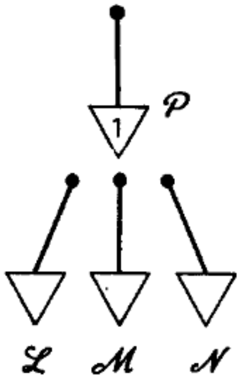
Dans ¬ A v B il y a une connotation négative





Conjonction et disjonction avec des neurones

- Avec un seuil de 1, le neurone calcule une disjonction
- Avec un seuil égal au nombre d'entrées le neurone calcule une conjonction

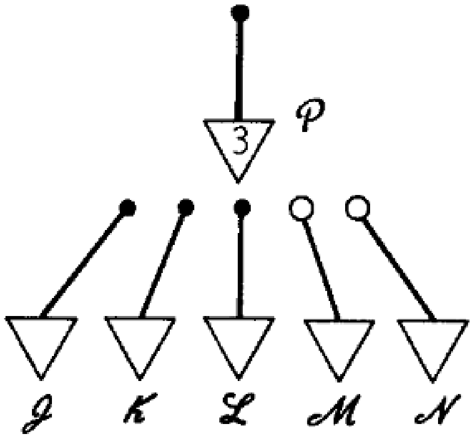


$P(t) \equiv L(t-1) \vee M(t-1) \vee N(t-1)$.

FIGURE 3: Disjunctive Net

- Warren McCulloch & Walter Pitts 1943
- Stephen Cole Kleene 1955
- Marvin Minsky 1967
- Marvin Minsky & Seymour Papert 1969

Pour l’implication il faut un neurone inhibiteur



$$P(t) \equiv J(t-1) \,\&\, K(t-1) \,\&\, L(t-1) \,\&\, \overline{M(t-1)} \,\&\, \overline{N(t-1)}.$$

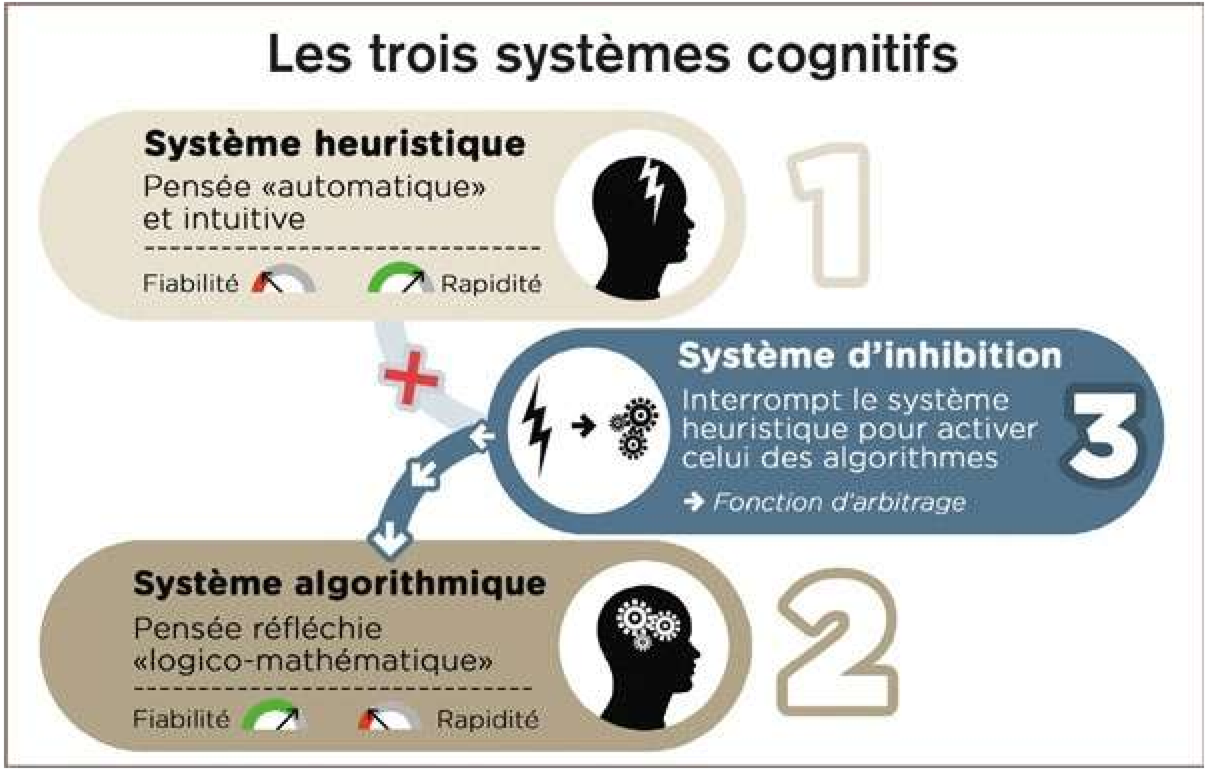
FIGURE 1: Conjunctive Net

- Warren McCulloch & Walter Pitts 1943
- Stephen Cole Kleene 1955
- Marvin Minsky 1967
- Marvin Minsky & Seymour Papert 1969

Olivier Houdé

(1963-)

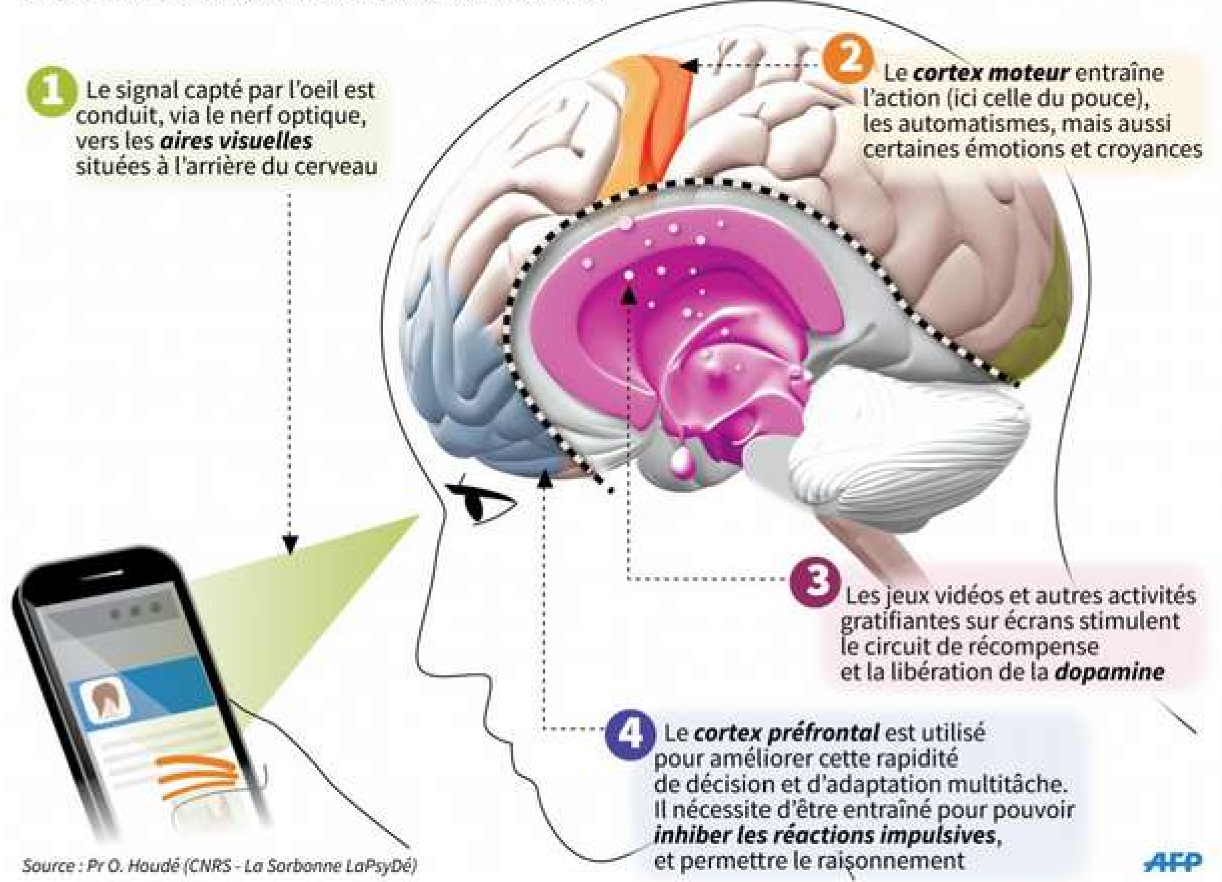
“L’intelligence, c’est apprendre à résister à soi-même”



Les trois systèmes cognitifs
Système heuristique
Pensée «automatique» et intuitive
Fiabilité
Rapidité
1
Système d'inhibition
Interrompt le système heuristique pour activer celui des algorithmes
→ Fonction d'arbitrage
3
Système algorithmique
Pensée réfléchie «logico-mathématique»
Fiabilité
Rapidité
2

Le cerveau des natifs du numérique

Face aux écrans, la génération Z a gagné des aptitudes cérébrales de vitesse et d'automatismes, au détriment du raisonnement et de la maîtrise de soi



Programme de Seconde

Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves sont entraînés, sur des exemples :

• à repérer les quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ;

• à distinguer, dans le cas d'une proposition conditionnelle, la proposition directe, sa réciproque, sa contraposée et sa négation ;

• à utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ;

• à formuler la négation d'une proposition ;

• à reconnaître et à utiliser des types de raisonnement spécifiques : raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde.