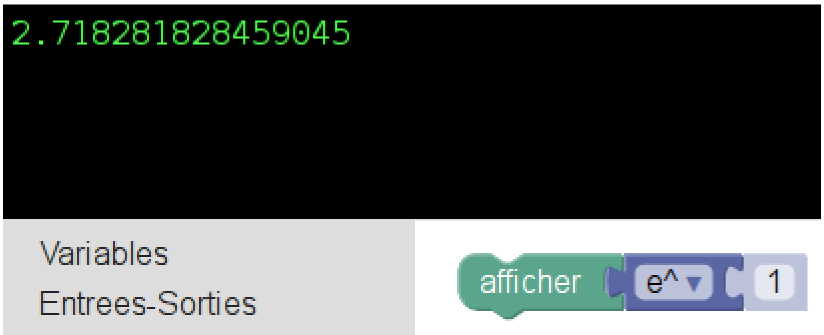
# Exponentielle de base e

Lorsqu'on dit « exponentielle » sans préciser la base, il s'agit du nombre e.

## I/ Calculatrice

### 1) SofusPy974

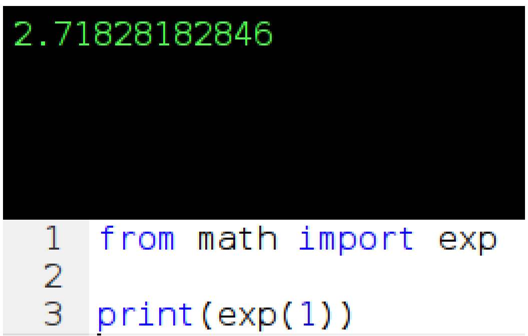
L'exponentielle se trouve dans la liste des fonctions (menu maths). Elle est notée e^ (le chapeau désignant l'exponentiation) :




### 2) Python

En cliquant sur

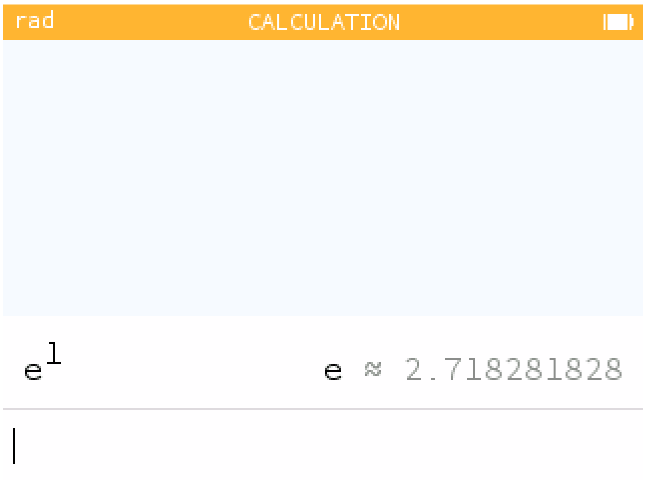

on obtient la traduction en Python. L'exponentielle est rangée dans le module math, depuis lequel on l'importe :



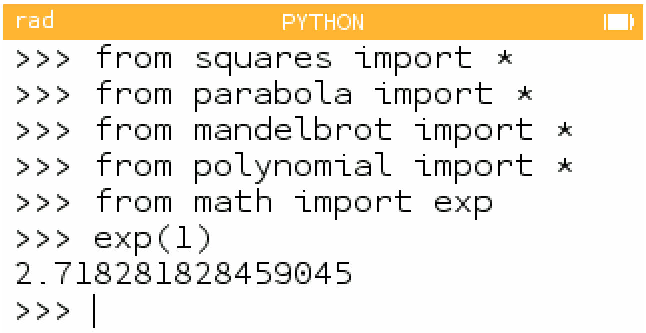

En Python, la fonction exponentielle s'écrit donc `exp`.

### 3) Calculatrices

Sur Ti, 2nde ln donne accès à l'exponentielle (notée $e^x$). Sur Casio, c'est SHIFT ln. Et sur Numworks il y a un bouton $e^x$ :



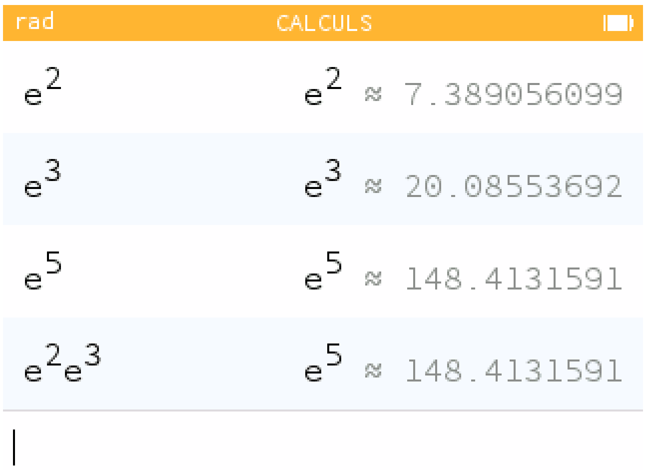

Les calculatrices récentes ont également une console Python avec laquelle on peut calculer des exponentielles :




# II/ Propriétés

## 1) Propriétés algébriques

L'exponentielle de base e est une exponentielle donc, comme toutes les exponentielles, elle transforme les sommes en produit. Par exemple $e^{2+3}=e^2\times e^3$ :



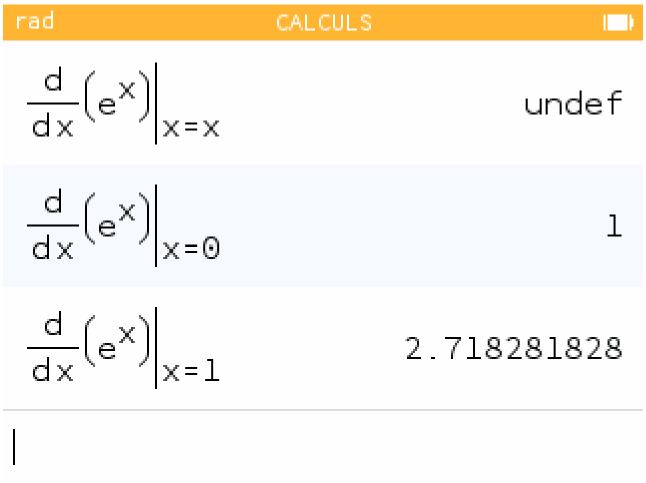

Comme $e^{a+b}=e^a\times e^b$, on a aussi $e^{-a}=1/e^a$.

Il résulte de tout ceci que $e^0=1$.

## 2) Dérivée

Comme $e^0=1$, l'exponentielle d'un nombre infiniment petit est infiniment proche de 1. En fait $e^{dx}=1+dx$. L'exponentielle de base e est la seule exponentielle ayant cette propriété.

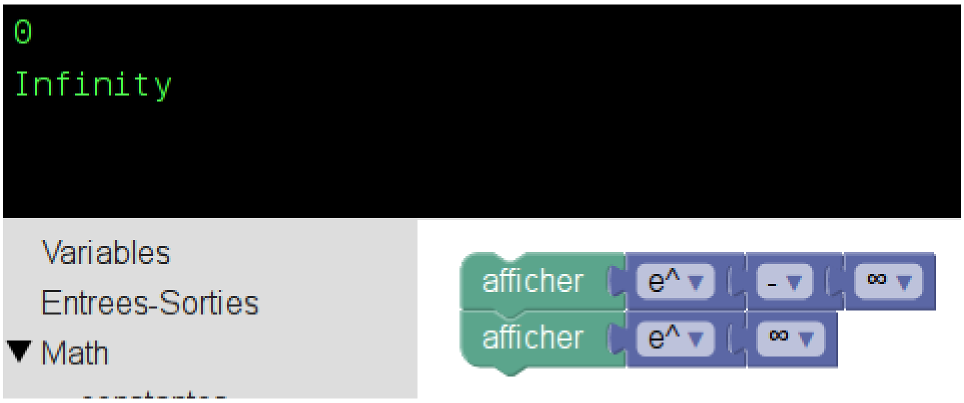
Mais l'exponentielle de la somme x+dx est un produit : $e^{x+dx}=e^x\times e^{dx}=e^x\times(1+dx)= e^x+e^x\times dx$ d'où $d(e^x)=e^x\times dx$ et $d(e^x)/dx=e^x$ : l'exponentielle de base e est sa propre dérivée.



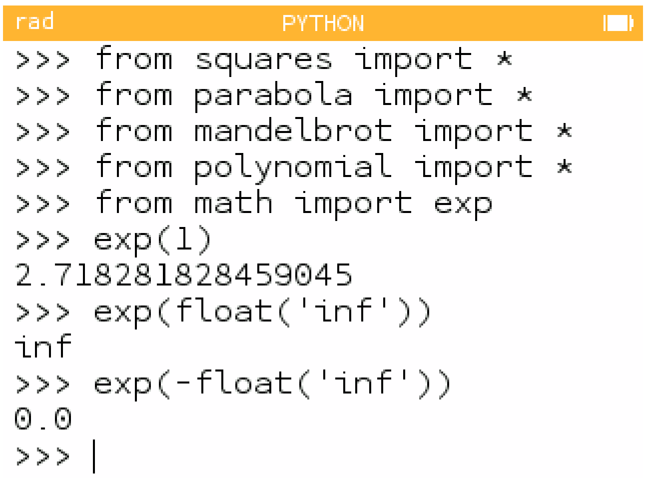

Comme une exponentielle est toujours positive, $e^x$ est croissante. Cela se confirme par ses limites.

## 3) Limites

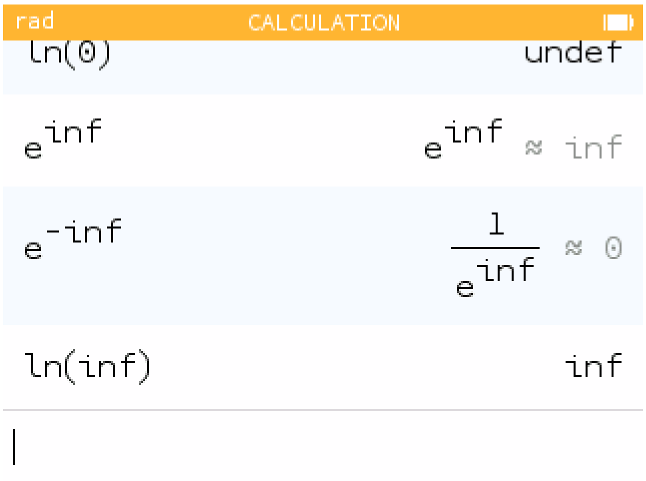
On a $e^{\infty}=\infty$ et $e^{-\infty}=0$. SofusPy974 le sait :




La calculatrice en Python aussi :



Et la Numworks en mode calculatrice aussi, en entrant `inf` pour l'infini :




# III/ Exponentielle et fonctions composées

Par composition, $d(e^{u(x)})=d(e^u)/du\times du=e^u\times du$ d'où $d(e^{u(x)})/dx=\ e^u\times du/dx$. En particulier si la fonction u est linéaire, $\mathbf{(e^{kx})'=k\times e^{kx}}$. L'exponentielle joue un rôle important dans la résolution d'équations différentielles.

Par exemple pour étudier $e^{-2\times x}$ (ici, k=2) : on sait d'après la formule ci-dessus que la dérivée de $e^{-2\times x}$ est $-2\times e^{-2\times x}$. C'est le produit de -2 par une exponentielle, donc un nombre négatif (indépendamment de x). Donc la fonction $e^{-2\times x}$ est décroissante. On trouve ses limites par composition :

- $e^{-2\times(-\infty)}=e^{2\times\infty}=e^{\infty}=\infty$
- $e^{-2\times\infty}=e^{-\infty}=0$

# Annexe : la représentation graphique de $e^x$