

Divhasard

un jeu de hasard sur la divisibilité



Extraits du programme de cycle 4 :

Connaissances

- multiples et **diviseurs** ;
- critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 ;
- division euclidienne (quotient, reste) ;
- **définition** d'un **nombre premier** ; liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 30 ;

Compétences associées

- déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier ;
- déterminer les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100 ;
- utiliser les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9, 10 ;
- **déterminer les diviseurs d'un nombre à la main**, à l'aide d'un tableur, d'une calculatrice ;
- calculer des probabilités dans des cas simples (par exemple évaluation des chances de gain dans un jeu) ;

Le jeu **divhasard** permet de découvrir par la méthode dite « de Singapour » (manipulation avant l'abstraction, avec phase de verbalisation intermédiaire) la notion de nombre premier.

Définitions préalables

Avant de commencer à jouer, il faut connaître la notion de diviseur d'un entier. Ces définitions ont été testées en début de cycle 3 (CM1) :

- Un nombre est dit **divisible** par un autre si la division tombe juste.
- Cela revient à dire que la division euclidienne du premier nombre par le second nombre donne un reste nul.
- On dit aussi que le premier nombre est un **multiple** du second. Exemple : comme 27 est dans la table de 3, on dit que 27 est un multiple de 3, ou que 27 est divisible par 3.
- On dit aussi que le second nombre est **un diviseur** du premier nombre. Exemple : 3 est un diviseur de 27.

Pour jouer plus vite il peut être bon de remarquer préalablement au jeu, que

- tout entier est divisible par 1 ;
- tout entier est divisible par lui-même ;
- les critères de divisibilité par 2, 3 et 5 peuvent aider à trouver un diviseur d'un entier donné.

Matériel nécessaire

- Un dé icosaédrique
- Une feuille de papier sur laquelle est tracé un tableau avec les noms des joueurs (pour compter les points)
- Un crayon (pour compter les points)

Dans une variante, on dispose d'un dé icosaédrique par joueur (les joueurs lancent chacun son dé simultanément) mais avec un seul dé on prend le temps de valider collectivement le nombre de points remportés par le joueur qui vient de lancer le dé. On peut également jouer avec un dé ayant moins de 20 faces (typiquement, 4, 6, 8 ou 12) mais le jeu est moins intéressant. On peut également jouer avec une roue type « roue de la fortune » qui devra alors être graduée de 1 à 30, pour conformité avec le programme de maths du cycle 4.

Règle du jeu

Chaque joueur, à son tour, lance le dé. Cela donne un nombre entre 1 et 20. Ensuite les joueurs établissent collectivement la liste des diviseurs de ce nombre.

Par exemple si le dé est tombé sur 14, on vérifie que les diviseurs de 14 sont 1, 2, 7 et 14. Cela fait 4 diviseurs et le joueur remporte 4 points.

Après chaque lancer de dé, on écrit sur la feuille le nombre de points obtenus par le joueur. Au bout d'un nombre prédéterminé de lancers (par exemple 8 lancers) on totalise les points de chaque joueur. Le joueur ayant le plus grand total gagne le jeu.

Exemple de partie à trois joueurs

Les joueurs s'appelant A, B et C, la feuille de jeu peut ressembler à ceci :

A	B	C
4	5	2
2	4	4
2	6	2
6	4	2
4	2	6
3	3	2
4	2	3
4	2	5

A totalise 29 points, B en totalise 28 et C en totalise 26. Donc A gagne ce jeu.

Trace écrite

En jouant à ce jeu, on constate que

- Les nombres 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 et 19 ne rapportent que 2 points ; ceci mène à la définition suivante : *Un nombre **premier** est un nombre ayant deux diviseurs.*
- Le nombre 1 est encore moins désirable pour ce jeu puisqu'il n'a qu'un seul diviseur; ce qui mène à la constatation suivante : *1 n'est **pas** premier.*
- Les nombres 4 et 9 qui sont les seuls à rapporter 3 points sont des carrés de nombres premiers ; cela peut se justifier par la décomposition en facteurs premiers.

- Les produits de 2 nombres premiers 6, 10, 14, 15 rapportent 4 points chacun ; cela aussi se justifie par la décomposition en facteurs premiers.

Compétences travaillées

Dès le cycle 3 (plus précisément dès que les tables de multiplication sont connues) il est possible d'aborder ce jeu, ce qui développe les compétences de calcul mental ou posé mises en œuvre au cours du jeu : division euclidienne (pour vérifier que 15 n'est pas divisible par 7), tables de multiplication (pour vérifier que 14 est divisible par 7), critères de divisibilité (pour vérifier que 15 est divisible par 3 et par 5), comptage (des diviseurs), addition (des points).

La pratique du jeu peut amener à produire spontanément le tableau suivant (par besoin) :

nombre	Nombre de diviseurs	nombre	Nombre de diviseurs
1	1	11	2
2	2	12	6
3	2	13	2
4	3	14	4
5	2	15	4
6	4	16	5
7	2	17	2
8	4	18	6
9	3	19	2
10	4	20	6

Prolongements

- Écrire un script en Scratch qui simule le jeu *divhasard* ;
- Quelle est la probabilité de gagner exactement 3 points¹ après un lancer de dé ?
- Quel est le plus petit nombre ayant 7 diviseurs exactement ?

1 Il s'agit d'une introduction sans verbalisation, au concept de variable aléatoire : le nombre de diviseurs est une variable aléatoire et on demande la probabilité qu'elle soit égale à 3.