Ce document est un exemple de corrigé du sujet du groupement 1 proposé le 21 avril 2017 au concours de professeur des écoles, il ne s'agit pas d'un corrigé officiel.
Les encadrés (définitions, théorèmes, propriétés, points historiques, programmes) sont des « éclairages » mathématiques bonus, donc non forcément demandés dans une copie de concours.

1

PREMIÈRE PARTIE (13 points)

1. **Représentation géométrique**

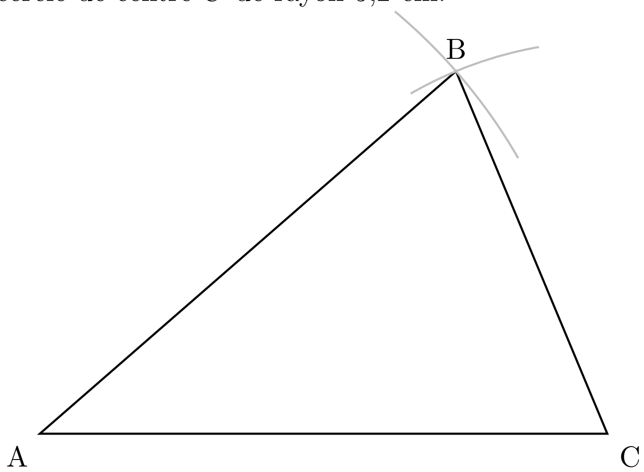
(a) La distance entre A et B est de 204,4 km dans la réalité, il est représenté par un segment $[AB]$ de mesure 7,3 cm. Il s'agit d'une situation de proportionnalité (réduction/agrandissement) que l'on peut résoudre en effectuant, par exemple, un tableau de proportionnalité et en utilisant le coefficient de proportionnalité ou une règle de trois.

Distance dans la réalité en cm	20 440 000	21 000 000	14 560 000
Distance sur le triangle en cm	7,3	7,5	5,2

$\downarrow \div 2\,800\,000$

Le segment $[AC]$ mesure 7,5 cm et le segment $[BC]$ mesure 5,2 cm.

(b) Pour construire le triangle ABC, on commence, par exemple, par construire le segment $[AC]$ de longueur 7,5 cm. Le point B est situé à l'une des intersections du cercle de centre A de rayon 7,3 cm et du cercle de centre C de rayon 5,2 cm.



(c) 7,3 cm sur le dessin représentent 20 440 000 cm dans la réalité, donc 1 cm sur le dessin représente $20\,440\,000$ cm $\div\, 7,3 = 2\,800\,000$ cm dans la réalité.[1]

L'échelle utilisée est au $1/2\,800\,000^{e}$.

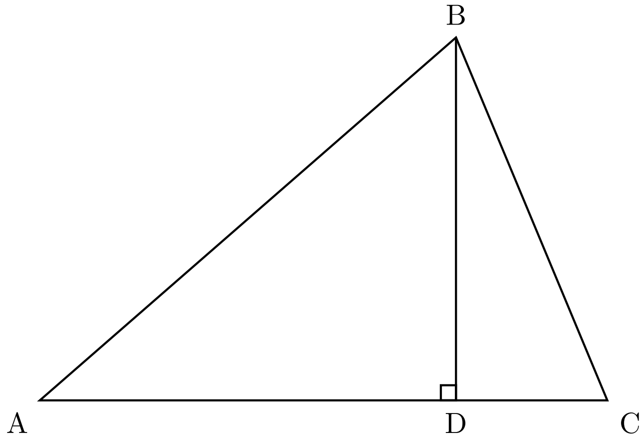
Définition 1.

L'**échelle** d'une carte est le coefficient de proportionnalité entre une mesure réelle et sa mesure sur la carte, ces deux mesures étant exprimées dans la même unité.

1. On peut également utiliser directement le coefficient de proportionnalité utilisé dans la question 1.(a)

2. **Étude de faisabilité**

   (a) La distance est la plus courte est atteinte lorsque la droite (BD) est perpendiculaire à la droite (AC). Le point D représente donc le pied de la hauteur issue de B dans le triangle ABC et $\boxed{(BD) \text{ est la hauteur issue de } B \text{ dans le triangle } ABC.}$



Définition 2.

Dans un triangle quelconque : une **hauteur** est une droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé ; une **médiane** est une droite passant par un sommet et par le milieu du côté opposé ; la **médiatrice** d'un segment est la droite coupant ce segment perpendiculairement en son milieu ; la **bissectrice** d'un angle est la droite partageant cet angle en deux angles de même mesure.

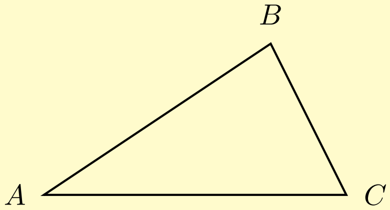
   (b) Avec des mesures en cm, on a :

$$\begin{aligned} BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AC \times AD &\iff 5,2^2 = 7,3^2 + 7,5^2 - 2 \times 7,5 \times AD \\ &\iff 27,04 = 53,29 + 56,25 - 15 \times AD \\ &\iff 15AD = 82,5 \\ &\iff AD = 5,5 \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Le segment } [AD] \text{ mesure 5,5 cm.}}$ [2]

Point histoire 3.

Al-Kashi (1380-1429) est un mathématicien et astronome perse à l'origine, entre autre, du théorème d'Al-Kashi, appelé aussi théorème de Pythagore généralisé :



dans un triangle quelconque ABC, on a $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$.

Dans le cas où le triangle ABC est rectangle en A, on a $\cos(\widehat{BAC}) = \cos(90\,^\circ) = 0$ et on retrouve ainsi le théorème de Pythagore.

2. La formule se démontre aisément en utilisant la formule d'Al-Kashi ci-dessus et une formule trigonométrique dans le triangle ABD rectangle en D : $\cos(\widehat{BAC}) = \cos(\widehat{BAD}) = \dfrac{AD}{AB}$.
On obtient alors $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times \cancel{AB} \times AC \times \dfrac{AD}{\cancel{AB}} = AB^2 + AC^2 - 2 \times AC \times AD$.

(c) Les points A, D et C sont alignés dans cet ordre, on a alors :
$AD + DC = AC \iff DC = 7,5 \text{ cm} - 5,5 \text{ cm} = 2 \text{ cm}.$

Dans le triangle ABD rectangle en D, on utilise le théorème de Pythagore avec des mesures (positives) en cm :

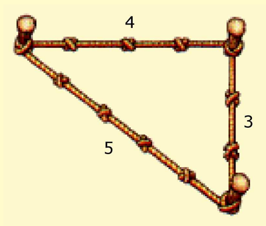
$$\begin{aligned} AB^2 = AD^2 + DB^2 &\iff BD^2 = 7,3^2 - 5,5^2 = 23,04 \\ &\iff BD = \sqrt{23,04} = 4,8. \end{aligned}$$

La longueur CD vaut 2 cm et la longueur BD vaut 4,8 cm.

Point histoire 4.

Pythagore de Samos (-570, -480 av. J.-C.) est un mathématicien, astronome, philosophe disciple de **Thalès**. On le connaît principalement pour son théorème qui dit que, dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux côtés de l'angle droit.

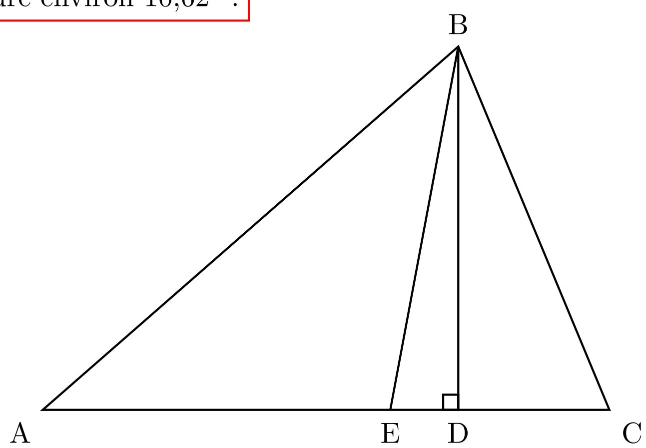
Cependant, on retrouve des traces de mesures sur des triangles rectangles sur d'anciennes tablettes babyloniennes datant de -1800 av. J.-C. ainsi que sur les bords du Nil où les géomètres égyptiens disposaient d'une corde sur laquelle ils avaient effectué 13 nœuds consécutifs situés à des intervalles réguliers permettant de former des angles droits ($3^3 + 4^2 = 5^2$).



3. **Validation du projet**

(a) Dans le triangle DBE rectangle en D, on connait le côté opposé à le côté adjacent à l'angle $\widehat{DBE}$, on utilise donc la fonction tangente :
$\tan(\widehat{DBE}) = \dfrac{ED}{BD} = \dfrac{0,9 \text{ cm}}{4,8 \text{ cm}} = 0,1875.$ Donc, $\widehat{DBE} = \arctan(0,1875) \approx 10,6197\,^\circ$

L'angle $\widehat{DBE}$ mesure environ 10,62 ° .



Propriété 5.

Dans un triangle rectangle, pour tout angle aigu α on a les formules suivantes :

$$\cos\alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} \quad ; \quad \sin\alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} \quad ; \quad \tan\alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

(b) On peut utiliser la trigonométrie[3] dans le triangle BDE rectangle en D :
$\sin(\widehat{DBE}) = \dfrac{ED}{BE} \iff BE = \dfrac{ED}{\sin(\widehat{DBE})} = \dfrac{0,9\text{ cm}}{\sin(\arctan(0,1875))} = 4,8836$ cm.

$\boxed{\text{La longueur } BE \text{ vaut environ 4,88 cm.}}$

(c) D'après l'échelle déterminée à la question 1.(c), la portion d'autoroute mesurera environ :
$4,88\text{ cm} \times 2\,800\,000 = 13\,664\,000\text{ cm} = 136,64\text{ km}$[4]

$\boxed{\text{La portion d'autoroute réalisée sera d'environ 136,6 km.}}$

4. **Tarification**

(a) Graphiquement, le tarif 2 devient plus avantageux lorsque sa courbe représentative (qui est une droite affine) se situe en dessous de celle du tarif 1. Cependant, le graphique présenté n'est pas suffisamment précis et est assez litigieux car il est difficile de voir ce qu'il se passe pour 12 voyages. Seul un calcul rapide lève cette ambiguïté et donne 148,8 € pour le tarif 1 et 149,04 € pour le tarif 1.

$\boxed{\text{À partir du 13}^{\text{e}}\text{ voyage, le tarif 2 devient plus avantageux.}}$

(b) Pour le tarif 1, un aller simple coûte 12,40 €, donc x allers simples coûtent, en € :
$\boxed{f(x) = 12,4x.}$

(c) Pour le tarif 2, la réduction appliquée est de 20% par voyage, ce qui correspond à un coefficient multiplicateur de $(1 - \frac{20}{100}) = 0,8$.
Donc, un aller simple coûte $0,8 \times 12,40\text{ €} = 9,92\text{ €}$. x allers simple coûtent alors $9,92x$.
À ce prix, il faut ajouter la carte d'abonnement de 30 € donc :
$\boxed{g(x) = 9,92x + 30.}$

(d) On cherche la valeur de x pour laquelle $g(x) < f(x)$:

$$\begin{aligned} 9,92x + 30 < 12,4x &\iff 30 < 12,4x - 9,92x \\ &\iff 30 < 2,48x \\ &\iff 30 \div 2,48 < x \\ &\iff x > 12,097 \end{aligned}$$

x étant un nombre entier, on choisit $x = 13$.

$\boxed{\text{Le tarif 2 devient plus avantageux à partir du 13}^{\text{e}}\text{ aller simple.}}$

5. **Les dangers de l'autoroute**

(a) Le conducteur est fatigué, il met donc 2 secondes pour réagir.
À une vitesse de 120 km/h, il parcourt 120 000 m pendant 3 600 s, donc, en 2 s, il parcourt $120\,000\text{ m} \times 2\text{ s} \div 3\,600\text{ s} \approx 66,66$ m.

$\boxed{\text{La distance de réaction } D_r \text{ est de 66,7 m au dixième.}}$

3. On peut utiliser le théorème de Pythagore, avec l'avantage d'utiliser les mesures exactes de ED et BD. En utilisant une formule de trigonométrie et une valeur approchée de l'angle, on perd en précision, d'où l'idée d'utiliser la valeur exacte de l'angle $\widehat{DBE}$.

4. Ici, le « en déduire » nous incite à utiliser la valeur approchée déterminée en 3.(b). Or, en multipliant une valeur approchée au centième de centimètre par 2 800 000, on perd de nouveau de la précision. Un calcul exact donnerait une longueur arrondie au dixième de kilomètre de 136,7 km.

Propriété 6.

La vitesse s'exprime par la formule $v = \dfrac{d}{t}$ où v est la vitesse et t le temps (la durée).
Lorsqu'on utilise cette formule, il faut être vigilant à l'homogénéité des unités.
Une vitesse en km/h peut s'exprime également ainsi : km.h^{-1}.

(b) Graphiquement, on lit qu'à une vitesse de 120 km/h, la distance de freinage est d'environ 70 m. La distance totale vaut donc $D_a \approx 66,7\text{ m} + 70\text{ m} \approx 136,7$ m. Or, $136,7 < 150$ donc : $\boxed{\text{Le cerf sera épargné.}}$

(c) Par temps sec, la distance de freinage est donnée par la formule : $D_f = \dfrac{v^2}{254 \times 0,8}$.
D'où la formule[5] : `=A3∧2/(254*0,8)`

Propriété 7.

Dans ce cas où la copie ne doit pas modifier la référence, on ajoute le symbole $ devant le numéro de ligne ou de colonne que l'on souhaite fixer dans la copie de la cellule. Il s'agit alors d'un **adressage absolu**.

5. On peut aussi proposer la formule `=$A3∧2/(254*0,8)`

2

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

EXERCICE 1

1. On obtient le tableau suivant :

	De 15 à 25 ans	De 26 à 44 ans	De 45 à 60 ans	Plus de 60 ans	Total
Pas du tout	$\boxed{22}$	82	415	147	666
Une fois	682	$\boxed{3794}$	1243	589	$\boxed{6308}$
Deux fois	$\boxed{413}$	634	552	138	1737
Trois fois	174	95	$\boxed{384}$	$\boxed{1254}$	1907
Quatre fois ou plus	251	418	923	317	$\boxed{1909}$
Total	1542	$\boxed{5023}$	3517	2445	$\boxed{12527}$

2. Nous sommes dans une situation d'équiprobablité puisque l'on effectue un tirage « au hasard ». On note Ω l'ensemble des personnes interrogées.

Définition 8.

On dit qu'il y a **équiprobabilité** lorsque tous les événements élémentaires ont la même probabilité ; dans ce cas, pour un événement A pris dans un ensemble Ω on a :

$$\mathcal{P}(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de } \Omega} = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$$

(a) Soit A l'événement « La personne est allée deux fois au restaurant en janvier 2017 ».
$\mathcal{P}(A) = \dfrac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{1\,737}{12\,527} \approx 0,14.$

La probabilité que le numéro corresponde à une personne qui est allée exactement deux fois au restaurant pendant le mois de janvier 2017 est d'environ 0,14.

(b) Soit B l'événement « La personne a moins de 45 ans ».
$\mathcal{P}(B) = \dfrac{\text{Card}(B)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{1\,542 + 5\,023}{12\,527} = \dfrac{6\,565}{12\,527} \approx 0,52.$

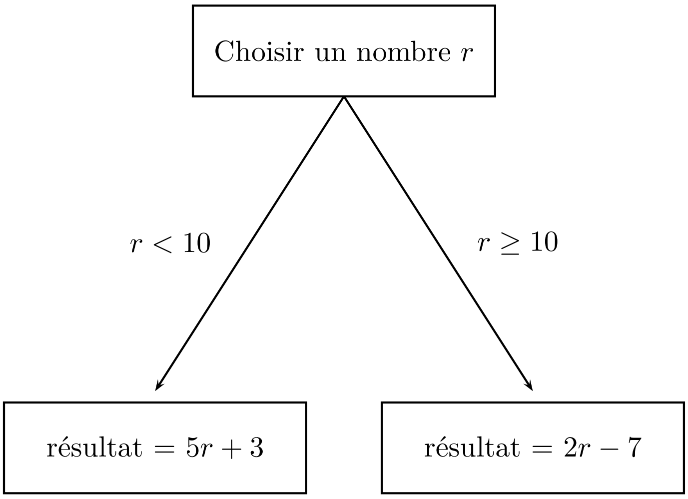
La probabilité que le numéro corresponde à une personne qui a moins de 45 ans est d'environ 0,52.

(c) Soit C l'événement « La personne a plus de 60 ans et est allée au moins trois fois au restaurant pendant le mois de janvier 2017 ».
$\mathcal{P}(C) = \dfrac{\text{Card}(C)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{1\,254 + 317}{12\,527} = \dfrac{1\,571}{12\,527} \approx 0,13.$

La probabilité que le numéro corresponde à une personne de plus 60 ans qui est allée au moins trois fois au restaurant en janvier 2017 est d'environ 0,13.

EXERCICE 2

On peut modéliser la situation par le schéma suivant [6] :



1. $r = 7$ est inférieur à 10, donc le résultat vaut $5 \times 7 + 3 = 38$.
   Si le nombre choisi est 7, le résultat est 38.

2. $r = 12,7$ est supérieur à 10, donc le résultat vaut $2 \times 12,7 - 7 = 18,4$.
   Si le nombre choisi est 12,7, le résultat est 18,4.

3. $r = -6$ est inférieur à 10, donc le résultat vaut $5 \times (-6) + 3 = -27$.
   Si le nombre choisi est 6, le résultat est -27.

6. La copie d'écran est celle d'un programme crée avec Scratch : `https://scratch.mit.edu`

EXERCICE 3

1. $1+1+7=9$ est 9 est multiple de 3, donc 117 est divisible par 3, il admet donc d'autres diviseurs que 1 et 117 et par conséquent ce n'est pas un nombre premier.
   L'affirmation est fausse.

Définition 9.

Un entier $p > 1$ est un **nombre premier** s'il admet comme seuls diviseurs 1 et p.

Propriété 10.

- un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8 ;
- un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3 ;
- un nombre est divisible par 4 lorsque le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4 ;
- un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5 ;
- un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

2. On développe l'expression de manière à avoir plus de lisibilité sur les affirmations :

$$\begin{aligned}(n+2)^2-(n-2)^2 &= [(n+2)+(n-2)][(n+2)-(n-2)]\\ &= (n+2+n-2)(n+2-n+2)\\ &= 2n\times 4\\ &= 8n\end{aligned}$$

   (a) n étant un entier, $8\times n$ est bien un multiple de 8.

   (b) Si on choisit par exemple $n=1$, on obtient $8n=8$ qui n'est pas un multiple de 32.

   La première affirmation est vraie, la seconde est fausse.

3. Soit n le nombre entier recherché, il est multiple de 2 et de 3, donc il est multiple de 6 puisque 2 et 3 sont premiers entre eux. Il s'écrit donc $n=6k$ où $k>1$ puisque $n>7$.
   Or, k est ni un multiple de 2 (sinon, n serait multiple de 4), ni un multiple de 3 (sinon, n serait un multiple de 9). Prenons par exemple $k=5$, alors $n=30$ qui est bien un entier pair supérieur à 7, divisible par 3 mas non divisible par 4 ni par 9.
   L'affirmation est vraie.

Définition 11.

Deux nombres sont **premiers entre eux** si leur pgcd est égal à 1, c'est à dire s'ils n'ont aucun facteur commun dans leur décomposition en produit de facteurs premiers.

Propriété 12.

Si n est multiple de a et de b et si a et b sont premiers entre eux, alors n est multiple de $a\times b$.

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned}(x-7)(x+4)=(x-7)(16-x) &\iff (x-7)(x+4)-(x-7)(16-x)=0\\ &\iff (x-7)[(x+4)-(16-x)]=0\\ &\iff (x-7)(x+4-16+x)=0\\ &\iff (x-7)(2x-12)=0\end{aligned}$$

un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un de ses facteurs est nul

$$\begin{aligned}&\iff x-7=0 \text{ ou } 2x-12=0\\ &\iff x=7 \text{ ou } x=6.\end{aligned}$$

L'affirmation est fausse.

5. On note $\mathcal{A}_i$ l'aire initiale et $\mathcal{A}_f$ l'aire finale après transformation. Soit ℓ et L respectivement la largeur et la longueur d'un rectangle.
L'aire initiale du rectangle est $\mathcal{A}_i = \ell L$.
Une réduction de 20% correspond à un coefficient multiplicateur de $\left(1-\dfrac{20}{100}\right)=0,8$ et une réduction de 10% correspond à un coefficient multiplicateur de $\left(1-\dfrac{10}{100}\right)=0,9$.
D'où $\mathcal{A}_f = 0,8\ell\times 0,9L = 0,72\ell L = \left(1-\dfrac{28}{100}\right)\mathcal{A}_i$ ce qui correspond à une diminution de 28%.
L'affirmation est vraie.

Propriété 13.

Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de p % vaut $\left(1+\dfrac{p}{100}\right)$.
Le coefficient multiplicateur associé à une diminution de p % vaut $\left(1-\dfrac{p}{100}\right)$.

6. On note P_i le périmètre initial et P_f le périmètre final après transformation.
$P_i = 2(6 \text{ cm} + 9 \text{ cm}) = 30 \text{ cm}$.
En reprenant les coefficients multiplicateurs de l'item précédent, on trouve :
$P_f = 2(0,8\times 6 \text{ cm} + 0,9\times 9 \text{ cm}) = 25,8 \text{ cm}$.
Or, une diminution de 15% donnerait un périmètre $P_f = 0,85\times 29 \text{ cm} = 24,65 \text{ cm}$ ce qui n'est pas le cas. [7]
L'affirmation est fausse.

7. Ici, les données numériques incitaient à effectuer des calculs numériques, mais on pouvait tout aussi bien le démontrer de manière générale :
$P_i = 2(\ell+L) = 2\ell+2L$.
$P_f = 2(0,8\ell+0,9L) = 1,6\ell+1,8L$.
Or, une diminution de 15% donnerait un périmètre de $0,85\times 2(\ell+L) = 1,7\ell+1,7L$ ce qui n'est pas le cas sauf si $\ell = L$.

3

TROISIÈME PARTIE (14 points)

SITUATION 1 :

1. C'est l'**aspect cardinal** du nombre qui est ici mobilisé (construire le nombre pour exprimer les quantités) : en effet, l'élève doit comprendre qu'un objet est une unité, en dehors de toute considération de forme, d'utilité, puis construire le principe cardinal, c'est à dire concevoir que le dernier mot-nombre de la liste ayant servi à énumérer désigne, à lui seul, le nombre (total) d'éléments de la collection. À ce titre, l'objectif pour l'élève est de ramener autant de biscuits qu'il y a de poupées ou d'assiettes.

   Dans les programmes 14 (cycle 1)**.**

   — Construire le nombre pour exprimer les quantités.
   — Stabiliser la connaissance des petits nombres.

2. On remarque tout d'abord que tous les élèves ont rempli le contrat et sont arrivés au résultat escompté, mais avec des procédures différentes.
   - L'**élève A** va chercher les biscuits un à un, jusqu'à ce qu'il ait rempli toutes les assiettes. On ne peut pas affirmer qu'il ait dénombré les assiettes ou les biscuits, mais plutôt qu'il a fait une « correspondance terme à terme » entre les assiettes et les biscuits.
   - L'**élève B** a dénombré les assiettes, ce qu'il modélise par des doigts levés : il est probable qu'il ait effectué une correspondance terme à terme entre les assiettes et les doigts, ou qu'il ait compté en même temps qu'il levait ses doigts un à un. Il effectue sûrement la même procédure pour déterminer le nombre de biscuits à apporter.
   - L'**élève C** est probablement l'élève ayant le mieux compris le principe cardinal : il a entendu ou/et vu qu'il y avait 3 assiettes (par subitisation ou dénombrement), il ramène donc 3 biscuits, il n'a pas besoin à ce stade d'aide particulière (doigts, correspondance. . .).
   - L'**élève D** ramène tous les biscuits de la cuisine, il distribue les biscuits en en mettant un par assiette, puis il ramène les biscuits « en trop ».

3. Pour les élèves A et D, on peut observer qu'ils utilisent une méthode de « remplissage » des assiettes sans utiliser les caractéristiques des nombres. Il effectuent tous les deux plusieurs voyages pour arriver au résultat.
   Pour qu'ils engagent une procédure inhérente à la construction du nombre, on pourrait préciser dans l'énoncé que seul **un voyage** est autorisé. Ils devront alors réfléchir à la manière de ramener 3 biscuits « du premier coup ».

SITUATION 2 :

1. Une **division décimale** permet de répondre à la question, et plus particulièrement la division de deux nombres entiers avec quotient décimal :

$$\begin{array}{r|l} 9 & 5 \\ \cline{2-2} 4\,0 & 1{,}8 \\ 0 & \end{array}$$

   La réponse attendue est donc 1,8 L.

   Dans les programmes 15 (cycle 3)**.**

   — Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux. Calcul posé : mise en œuvre d'un algorithme de calcul posé pour la division (par un entier).
   — Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.

2.
   - **Julia** schématise la situation par 9 batons pour les 9 litres d'huile et 5 batons pour les 5 bidons. Ensuite, elle associe 5 litres à 5 bidons en barrant 5 batons. Il lui reste 4 litres qu'elle transforme en 8 demi-litres. Parmi ces 8 demi-litres, elle en attribue 5 aux 5 bidons ce qui lui donne un litre plus un demi-litre, soit 1,5 litre par bidon. Il lui reste 3 demi-litres qu'elle laisse ainsi. Son raisonnement n'est pas faux, son résultat est cohérent mais il ne correspond pas tout à fait à la question.
   - **Karima** commence par procéder par essais-erreurs : elle fait une addition itéré de 2,5 (5 fois), elle calcule la somme des dixièmes et il semble qu'elle calcule également la somme des unités mais qu'elle ne l'écrive pas car la valeur n'est pas celle qu'elle doit trouver. Elle se rendre compte néanmoins que le résultat est trop grand, et c'est la raison pour laquelle elle teste la même procédure avec 2,2. Après deux tentatives, elle cherche une autre procédure plus efficace, elle pense à une division en commençant par une division par 9, qu'elle barre rapidement pour effectuer la division de 9 par 5, ce qui est une procédure experte. Cependant, elle fait une division euclidienne qui ne donne pas un résultat, mais deux (quotient et reste) qui ne lui permettent théoriquement pas de conclure. Elle répond en donnant un résultat composé du quotient comme chiffre des unités, et du reste comme chiffre des dixième, ce qui démontre une mauvaise compréhension des termes obtenus dans une division euclidienne et de la maîtrise des nombres décimaux. Enfin, elle tente une vérification avec le nombre 1,4 trouvé, mais elle n'effectue pas le calcul. Son résultat est erroné.
   - **Louis** procède par essais-erreurs également mais avec une procédure plus rapide : il cherche la valeur en effectuant la multiplication. Il commence par multiplier par 5 par 1,5, son résultat est trop petit. Il tente donc 1,75, c'est toujours trop petit. Puis il essaie avec 2, le résultat est trop grand, enfin il tente avec 1,8 ce qui lui donne le bon résultat. Sa réponse est correcte.

3. Si l'objectif est d'utilise la technique experte (la division décimale), le quotient ne peut être qu'un nombre entier, donc le nombre de bidons est un nombre entier. En revanche, on peut **modifier le nombre de litres** de manière à rendre la procédure par essais-erreurs plus longue, par exemple en choisissant 9,1 litres.

SITUATION 3 :

1. La principale notion utilisée ici est la **proportionnalité** dans le cadre de la résolution d'un problème.

Dans les programmes 16 (cycle 3)**.**

— Résoudre des problèmes en utilisant les nombres décimaux et le calcul. Proportionnalité : reconnaitre et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée.
— Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux. Proportionnalité : identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.

2.
   - L'**élève A** utilise une procédure mixte de linéarité : il utilise la propriété additive de la linéarité pour dire que 9 personnes, c'est 6 personnes plus 3 personnes, et la propriété multiplicative de la linéarité pour dire que 3 personnes, c'est la moitié de 6 personnes. Pour chacune de ces quantités, il associe la quantité d'ingrédients correspondants. Sa procédure est juste, son résultat également. On pourrait éventuellement lui demander de préciser les unités dans ses calculs.
   - L'**élève B** utilise le passage par l'unité : il calcule la masse de farine pour une personne puis, il multiplie par 9 qui est le nombre de personnes. La procédure est correcte, mais il trouve une valeur approchée, donc son résultat est erroné (le problème ici est que la valeur obtenue par la division de 250 par 6 est une valeur approchée puisque $\frac{250}{6}$ est un nombre rationnel non décimal). Pour les pincées de sel, il commence par poser sa division mais ne va pas au bout : son résultat est juste, mais l'opération est fausse, peut-être parce qu'il l'a en fait trouvé par une autre méthode. Il n'a pas le temps de calculer toutes les réponses.
   - L'**élève C** semble vouloir utiliser le passage par l'unité en posant la division euclidienne de 250 par 6 sans résultats intermédiaires. Pourtant, il pose la virgule et met des pointillés pour exprimer le fait que « ça continue ». Ensuite, on veut la masse pour 9 personnes alors qu'on a à l'origine la masse pour 6 personnes, soit 3 personnes de plus, donc il additionne la masse de farine à trois fois le quotient entier (41) trouvé grâce à son opération ce qui est un raisonnement faux. Il trouve finalement 373 qui est une valeur assez proche du résultat, mais fausse.

3. 300 est un multiple de 6, ce qui apporte des avantages au niveau du calcul : pour une procédure par passage à l'unité, le résultat de la division est un entier, donc l'élève B par exemple arriverait à un résultat juste. Mais ces nombres permettent aussi une autre procédure, celle de la recherche du coefficient de proportionnalité permettant de passer de 6 personnes à une masse de 300 g qui est un coefficient relativement simple (50). Ce coefficient pouvait être trouvé par un calcul mental, par un procédure type essais-erreurs ou par une division.