Brevet des collèges 2016

Correction du sujet de mathématiques du brevet (DNB)

Collège Juliette DODU, 23 Juin 2016

• Exercice 1 :

1) Notons p la probabilité qu'un composant provenant de l'usine A soit défectueux.
$p = \dfrac{27}{500} = 0,054$.

2) Notons p' la probabilité recherchée. $p' = \dfrac{27}{65} \approx 0,415$

3) • **Dans l'usine A**, $5,4\%$ est le pourcentage de composants défectueux $(0,054 \times 100 = 5,4)$

Comme $5,4 < 7$, le contrôle est satisfaisant dans l'usine A.

• **Dans l'usine B**, $7,6\%$ est le pourcentage de composants défectueux $(\dfrac{38}{500} \times 100 = 7,6)$

Comme $7,6 > 7$, le contrôle n'est pas satisfaisant dans l'usine B.

• Exercice 2 :

1) Si on choisit 2 au départ avec le programme A

Nous avons :

$$2 \rightarrow 2 \times (-2)(= -4) \rightarrow -4 + 13(= 9)$$

Si on choisit 2 au départ, le résultat de ce programme de calculs A est 9.

2) Nous souhaitons obtenir 9 avec le programme de calculs B :

$$9 \rightarrow 9 \div 3(= 3) \rightarrow 3 + 7(= 10)$$

Si on choisit 10 au départ avec le programme de calcul B, nous obtenons 9 comme résultat.

3) Si on choisit x au départ avec le programme de calcul A : le résultat sera $-2x + 13$.

Si on choisit x au départ avec le programme de calcul B : le résultat sera $3x - 21$ $(3 \times (x - 7) = 3x - 21)$.

Pour trouver le nombre pour lequel les deux programmes de calcul donnent le mme résultat, nous devons de résoudre $-2x + 13 = 3x - 21$.

$$\begin{aligned}
-2x+13 &= 3x-21 \\
-2x+13\textbf{- 3x} &= 3x-21\textbf{- 3x} \\
-5x+13 &= -21 \\
-5x+13\textbf{-13} &= -21\textbf{-13} \\
-5x &= -34 \\
\frac{-5x}{\textbf{-5}} &= \frac{-34}{\textbf{-5}} \\
x &= \frac{34}{5} \\
x &= 6,8
\end{aligned}$$

$6,8$ est la solution de l'équation $-2x+13=3x-21$.

En conclusion, si on choisit au départ 6,8 les deux programmes de calcul donnent le même résultat.

• Exercice 3 :

Figure 1 :

J est le milieu de [AC] (on suppose que les points C,J et A sont alignés)

Compte tenu du codage, nous pouvons écrire que $BC = 6$ cm et $AC = 12$ cm.

Le triangle ABC est rectangle en B, nous pouvons donc appliquer le théorème de PYTHAGORE et écrire :

$$\begin{aligned}
AC^2 &= AB^2+BC^2 \\
12^2 &= AB^2+6^2 \\
144 &= AB^2+36 \\
AB^2 &= 144-36 \\
&= 108
\end{aligned}$$

Comme $AB^2 = 108$ alors $AB = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ (cm) [car $AB > 0$ et $36 \times 3 = 108$]

$\boxed{AB \simeq 10,4 \text{ cm}}$

Figure 2 :

Le triangle ABC est rectangle en A, nous pouvons donc appliquer la trigonométrie dans ce triangle rectangle.

Nous avons :

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{ACB}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

Ainsi,

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{36}$$

Ainsi, $AB = 36 \times \sin 53\,° \simeq 28,8$

$\boxed{AB \simeq 28,8 \text{ cm}}$

Figure 3 :

La longueur d'un cercle de diamètre d est égale à : $l = \pi \times d$.

$l = \pi \times AB$ donc $AB = \dfrac{154}{\pi} \simeq 49,0$

$\boxed{AB \simeq 49,0 \text{ cm}}$

• Exercice 4 :

1) Notons p le prix après réduction.

$$p = 54 - \frac{30}{100} \times 54$$

donc $p = 37,80$

L'article coûte $37,80$ euros après réduction.

2)a) formule : $\boxed{\text{=0,3 * B1}}$

b) formule : $\boxed{\text{= B1 - B2}}$ ou $\boxed{\text{=0,7 * B1}}$

3) il y a une réduction de 30% , on ne paye que 70% de l'article. Notons p le prix recherché.

On doit résoudre $0,7 \times p = 42$ ce qui nous donne $p = \dfrac{42}{0,7} = 60$

En conclusion, le prix initial de cet article est 60 euros.

• Exercice 5 :

1) La zone de jeux pour enfants est représentée par un triangle rectangle : il s'agit du triangle PAS rectangle en A. Nous pouvons déterminer l'aire de ce triangle rectangle. Notons $\mathcal{A}$ cette aire.

$$\mathcal{A} = \frac{\text{AP} \times \text{AS}}{2} = \frac{30 \times 18}{2} = 270$$

L'aire de cette zone de jeux est de 270 m^2.

Chaque sac permet de couvrir une surface d'environ 140 m^2
Comme $140 \times 2 = 280$, , il convient donc d'acheter deux sacs de graines afin de couvrir la surface désirée (un sac sera insuffisant).

Un sac coûte 13,90 euros donc deux sacs coûtent 27,80 euros (le double de 13,90 est 27,80)

En conclusion, le budget à prévoir est de 27,80 euros.

2) Notons $\mathcal{A}$ l'aire du triangle PAS, $\mathcal{A}'$ l'aire du triangle PRC et $\mathcal{A}''$ l'aire du stakepark.

Nous pouvons écrire :

$$\mathcal{A}'' = \mathcal{A}' - \mathcal{A}$$

Nous savons que $\mathcal{A} = 270$ m^2, nous devons calculer $\mathcal{A}'$.

or,

$$\mathcal{A}' = \frac{\text{PR} \times \text{RC}}{2}$$

Nous devons calculer RC que nous ne connaissons pas.

Montrons tout d'abord que les droites (AS) et (RC) sont parallèles.

Comme les droites (AS) et (RC) sont perpendiculaires à la même droite (PR) alors les droites (AS) et (RC) sont parallèles.

- Les droites (PR) et (PC) sont sécantes en P
- A appartient à [PR] et S appartient à [PC]
- Les droites (AS) et (RC) sont parallèles.

Nous pouvons donc appliquer le théorème de THALES et écrire :

$$\frac{PA}{PR} = \frac{PS}{PC} = \frac{AS}{RC}$$

d'où :

$$\frac{30}{30+10} = \frac{PS}{PC} = \frac{18}{RC}$$

Pour calculer RC, utilisons

$$\frac{30}{40} = \frac{18}{RC}$$

Donc,

$$RC = \frac{40 \times 18}{30} = 24$$

La longueur RC est donc égale à 24 mètres
Nous avons $\mathcal{A}' = \dfrac{40 \times 24}{2} = 480$

$480 - 270 = 210$

En conclusion, l'aire du stapark est égale à 210 m^2

• Exercice 6 :

★ ***Partie 1*** :

1) Le morceau 1 mesure 8 cm, le côté du carré mesure 2 cm ($8 \div 4 = 2$)

Le morceau 2 mesure 12 cm (20 - 8 = 12), le côté du triangle équilatéral mesure 4 cm ($12 \div 3 = 4$)

Il faut tracer un carré de côté 2 cm et un triangle équilatéral de côté 4 cm.

2) L'aire du carré est de 4 cm^2 $\quad$ ($2^2 = 4$)

3) Notons $\mathcal{A}$ l'aire du triangle équilatéral : $\mathcal{A} = \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$

$\mathcal{A} \approx \dfrac{3,4 \times 4}{2}$ donc $\mathcal{A} \approx 6,8$

L'aire de ce triangle équilatéral est environ ègale à 6,8 cm^2.

★ ***Partie 2*** :

1) Notons x la longueur du morceau 1, le côté du carré mesure $\dfrac{x}{4}$

L'aire du carré est égale à $\dfrac{x^2}{16}$ car $\left(\dfrac{x}{4}\right)^2 = \dfrac{x^2}{16}$

2) a) Une lecture graphique nous permet de dire que la longueur du morceau 1 qui permet d'obtenir un triangle équilatéral d'aire 14 cm^2 est environ égale à 3 cm.

b) Une lecture graphique nous permet de dire que la longueur du morceau 1 qui permet d'obtenir deux polygones d'aires égales est environ de 9,2 cm (voir le point d'intersection des deux courbes puis l'abscisse de ce point).

• Exercice 7 :

★ le vase est un pavé droit. Notons V le volume de ce vase.

$$V = (9 - 2 \times 0,2) \times (9 - 2 \times 0,2) \times (21,7 - 1,7) = 20 \times 8,6 \times 8,6 = 1\ 479,2$$

Le volume de ce vase est égal à $1\ 479,2$ cm^3

★ La boule a un diamètre 1,8 cm donc un rayon de 0,9 cm

Notons V_B le volume d'une boule : $V_B = \dfrac{4 \times \pi \times 0,9^3}{3}$

Notons V' le volume des 150 billes :

$$V' = 150 \times V_B = 150 \times \frac{4 \times \pi \times 0,9^3}{3} = 200 \times \pi \times 0,9^3$$

On a donc $V' \approx 458,044$ cm^3.

$1\ 479,2 - 458,044 = 1\ 021,16$, le volume restant est de $1\ 021,16$ cm^3

Nous savons que 1L = 1 dm^3 = 1 000 cm^3
Comme $1\ 021,16 > 1\ 000$, il peut ajouter 1 litre d'eau colorée sans risquer le débordement.