MATHÉMATIQUES

CORRECTION DU BREVET (DNB), JUIN 2008

MATHÉMATIQUES, 28 JUIN 2008

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

EXERCICE 1 :

1. On choisit **le nombre** 10.

- On multiplie ce nombre par 3 : $10 \times 3 = 30$
- On ajoute le carré du nombre choisi : $30 + 10^2 = 30 + 100 = 130$
- On multiplie par 2 : $130 \times 2 = 260$

Si on choisit le nombre 10, le résultat obtenu est 260

2. a)
On choisit **le nombre** -5.

- On multiplie ce nombre par 3 : $(-5) \times 3 = -15$
- On ajoute le carré du nombre choisi : $-15 + (-5)^2 = -15 + 25 = 10$
- On multiplie par 2 : $10 \times 2 = 20$

Si on choisit le nombre -5, le résultat obtenu est 20

b) On choisit **le nombre** $\frac{2}{3}$.

- On multiplie ce nombre par 3 : $\frac{2}{3} \times 3 = 2$
- On ajoute le carré du nombre choisi : $2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 2 + \frac{4}{9} = \frac{22}{9}$
- On multiplie par 2 : $\frac{22}{9} \times 2 = \frac{44}{9}$

Si on choisit le nombre $\frac{2}{3}$, le résultat obtenu est $\frac{44}{9}$

c) On choisit **le nombre** $\sqrt{5}$.

- On multiplie ce nombre par 3 : $\sqrt{5} \times 3 = 3\sqrt{5}$
- On ajoute le carré du nombre choisi : $3\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 3\sqrt{5} + 5 = 5 + 3\sqrt{5}$
- On multiplie par 2 : $2 \times (5 + 3\sqrt{5}) = 10 + 6\sqrt{5}$

Si on choisit le nombre $\sqrt{5}$, le résultat obtenu est $10 + 6\sqrt{5}$

3. Soit x un nombre quelconque.
On choisit **un nombre** x.

- On multiplie ce nombre par 3 : $x \times 3 = 3x$
- On ajoute le carré du nombre choisi : $3x + (x)^2 = x^2 + 3x$
- On multiplie par 2 : $2 \times (x^2 + 3x) = 2x^2 + 6x$

Si on choisit le nombre x, le résultat obtenu est $2x^2 + 6x$

Pour répondre à la question posée, nous sommes amenés à résoudre l'équation suivante :

$$2x^2 + 6x = 0$$

Factorisons l'expression $2x^2 + 6x$:

$$2x^2 + 6x = 2 \times x \times x + 2 \times x \times 3 = 2x(x + 3)$$

Nous sommes amenés à résoudre l'équation suivante :

$$2x(x + 3) = 0$$

$$\begin{aligned} 2x(x+3) = 0 \quad & \text{est équivalent à} \quad 2x = 0 \quad \text{ou} \quad x + 3 = 0 \\ & \text{est équivalent à} \quad x = \frac{0}{2} \quad \text{ou} \quad x + 3 - 3 = 0 - 3 \\ & \text{est équivalent à} \quad x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -3 \end{aligned}$$

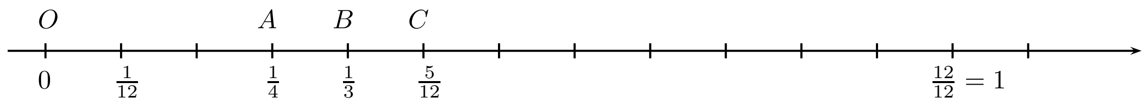
On peut choisir -3 ou 0 pour que le résultat obtenu soit 0

EXERCICE 2 :

Si $a = 2$ alors $2a^2 - 3a - 5 = 2 \times 2^2 - 3 \times 2 - 5 = 8 - 6 - 5 = -3$

Comme $-3 \neq 1$ alors 2 n'est pas solution de l'équation $2a^2 - 3a - 5 = 1$

EXERCICE 3 :



On a : $\dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$ et $\dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$

Les points A, B et C sont alignés dans cet ordre.

Notons x_A, x_B et x_C les abscisses respectives des points A, B et C.

Calculons les distances AB et BC :

$$\begin{aligned} AB &= x_B - x_A = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12} \\ BC &= x_C - x_B = \frac{5}{12} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12} - \frac{4}{12} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

$$AB = BC$$

Les points A, B et C sont régulièrement espacés sur la droite graduée

EXERCICE 4 :

choix des inconnues :

Soit x le prix du kilogramme de vernis et y le prix du litre de cire.

Mise en équation :

• 6 kilogrammes de vernis et 4 litres de cire coûtent $6x + 4y$. Or le prix de 6 kilogrammes de vernis et 4 litres de cire est 95 €.

Nous avons une première équation :

$$6x + 4y = 95$$

.

• 3 kilogrammes de vernis et 3 litres de cire coûtent $3x + 3y$. Or le prix de 3 kilogrammes de vernis et 3 litres de cire est 55, 50 €.

Nous avons une deuxième équation :

$$3x + 3y = 55,50$$

.

Les nombres x et y vérifient le système suivant que l'on notera (S) :

$$(S)\left\{\begin{array}{rcll} 6x+4y & = & 95 & (E_1) \\ 3x+3y & = & 55,50 & (E_2) \end{array}\right.$$

Nous sommes amenés à résoudre le système (S) (système de deux équations à deux inconnues). Résolvons ce système à l'aide de la méthode par combinaison.

- On multiplie les deux membres de l'équation (E_2) par -2 et on recopie (E_1).

Le système (S) est équivalent au système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 6x+4y & = & 95 \\ -6x-6y & = & -111 \end{array}\right.$$

- On additionne membre à membre les équations obenues précedemment. Nous obtenons : $-2y = -16$ et donc $y = \dfrac{-16}{-2} = 8$

$$\boxed{y = 8}$$

- On remplace (dans l'équation (E_1)) y par la valeur 8.

$$\begin{array}{rcl} 6x + 4 \times 8 & = & 95 \\ 6x + 32 & = & 95 \\ 6x + 32 - 32 & = & 95 - 32 \\ 6x & = & 63 \\ x & = & \dfrac{63}{6} \\ x & = & 10,5 \end{array}$$

$$\boxed{x = 10,5}$$

Un kilogramme de vernis coûte 10,5 € et un litre de cire coûte 8 €.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

EXERCICE 1 :

Question	Réponse
Question 1	Proposition 3 : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
Question 2	Proposition 2 : 54π
Question 3	Proposition 2 : 17°
Question 4	Proposition 2 : Rectangle et isocèle

EXERCICE 2 :

1.
- Les droites (AB) et (AC) sont sécantes en A
- Les points A, E et B sont alignés et les points A, F et C sont alignés.
- Les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

Nous pouvons appliquer le théorème de THALÈS et on peut écrire :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

Pour calculer BC, utilisons :

$$\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB}$$

Nous avons :

$$\frac{4,8}{BC} = \frac{3}{5}$$

Ainsi, $BC = \dfrac{4,8 \times 5}{3} = 8$

$$\boxed{BC = 8}$$

2. Je vous laisse le soin de tracer cette figure en vraie grandeur.

3. Comparons les rapports $\dfrac{AK}{AC}$ et $\dfrac{AG}{AB}$.

$$\left.\begin{aligned} \frac{AK}{AC} &= \frac{2,6}{6,5} = \frac{26}{65} = \frac{13 \times 2}{13 \times 5} = \frac{2}{5} \\ \frac{AG}{AB} &= \frac{2}{5} \end{aligned}\right\} \text{donc } \boxed{\frac{AK}{AC} = \frac{AG}{AB}}$$

De plus : les points A, K et C d'une part et les points A, G et B d'autre part sont alignés dans le même ordre.

D'après la réciproque du théorème de THALÈS, on peut écrire que les droites (KG) et (BC) sont parallèles.

4.
$$\left.\begin{array}{rclcl} BC^2 & = & 8^2 & = & 64 \\ AB^2+AC^2 & = & 5^2+6,5^2 & = & 67,25 \end{array}\right\} \text{donc } \boxed{BC^2 \neq AB^2+AC^2}$$

Le triangle ABC n'est pas rectangle en A.

Les droites (AC) et (AB) ne sont pas perpendiculaires

PROBLÈME

Notons $\mathcal{C}_{min}$ la courbe inférieure représentant le poids minimum conseillé et $\mathcal{C}_{max}$ la courbe supérieure représentant le poids maximum conseillé.

Partie I :

1. Pour une personne mesurant 180 cm :

• Pour déterminer le poids minimum conseillé, il nous suffit de déterminer l'ordonnée du point appartenant à la courbe $\mathcal{C}_{min}$ qui a pour abscisse 180.

En notant p_{min} ce poids, on obtient graphiquement : $p_{min} = 60$ kg.

• Pour déterminer le poids maximum conseillé, il nous suffit de déterminer l'ordonnée du point appartenant à la courbe $\mathcal{C}_{max}$ qui a pour abscisse 180.

En notant p_{max} ce poids, on obtient graphiquement : $p_{max} = 81$ kg.

2. Pour une personne mesurant 165 cm :

• Pour déterminer le poids maximum conseillé, il nous suffit de déterminer l'ordonnée du point appartenant à la courbe $\mathcal{C}_{max}$ qui a pour abscisse 165.

En notant p_{max} ce poids, on obtient graphiquement : $p_{max} = 68$ kg.

Cette personne dépasse le poids maximum conseillé de 4 kilogrammes $(72 - 68 = 4)$.

3. Toute personne mesurant plus de 170 cm convient.

Sa taille peut être 175 cm (par exemple).

Partie II :

1. Notons p le poids idéal pour une personne mesurant t cm.
p est donné par la formule suivante :

$$p = t - 100 - \frac{t - 150}{4}$$

Notons p_{160} le poids idéal pour une personne mesurant 160 cm, p_{165} le poids idéal pour une personne mesurant 165 cm et p_{180} le poids idéal pour une personne mesurant 180 cm.

$$\begin{aligned}
p_{160} &= 160 - 100 - \frac{160 - 150}{4} &= 57,5 \\
p_{165} &= 165 - 100 - \frac{165 - 150}{4} &= 61,25 \\
p_{180} &= 180 - 100 - \frac{180 - 150}{4} &= 72,5
\end{aligned}$$

- Le poids idéal pour une personne mesurant 160 cm est $57,5$ kilogrammes.
- Le poids idéal pour une personne mesurant 165 cm est $61,25$ kilogrammes.
- Le poids idéal pour une personne mesurant 180 cm est $72,5$ kilogrammes.

Il faut par la suite placer sur le graphique donné en annexe les points A, B et C.

Le point A a pour abscisse 160 (cm) et pour ordonnée $57,5$ (kg)
Le point B a pour abscisse 165 (cm) et pour ordonnée $61,25$ (kg)
Le point C a pour abscisse 180 (cm) et pour ordonnée $72,5$ (kg)

2.

$$\begin{aligned} p &= t - 100 - \frac{t-150}{4} \\ &= \frac{4t - 400 - t + 150}{4} \\ &= \frac{3t - 250}{4} \\ &= \frac{3}{4}t - \frac{250}{4} \\ &= \frac{3}{4}t - \frac{125}{2} \\ p &= 0,75t - 62,5 \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{p= 0,75t - 62,5}}$$

p est une fonction du type : $p(t) = at + b$ où $a = 0,75$ et $b = -62,5$.

p est donc une **fonction affine**. Nous savons que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

$$\boxed{\text{La représentation graphique du poids idéal en fonction de la taille est une droite.}}$$

Notons (d) la droite représentative de la fonction p.

Les points A et C (par exemple) appartiennent à la droite (d).

$$\boxed{\text{La droite } (d) \text{ est la droite } (AC) \text{ avec } A \text{ et } C \text{ définis à la question précédente.}}$$

3. Notons p_{170} le poids idéal pour une personne mesurant 170 cm

$$p_{170} = 170 - 100 - \frac{170-150}{4} = 65$$

Notons p' le poids idéal augmenté de 10%.

$$p' = p_{170} + \frac{10}{100} \times p_{170} = 65 + 6,5 = 71,5$$

Le poids maximum conseillé pour une personne mesurant 170 cm est légèrement supérieur à 72 kilogrammes.

$\boxed{\text{Cette personne ne dépasse pas le poids maximum conseillé.}}$