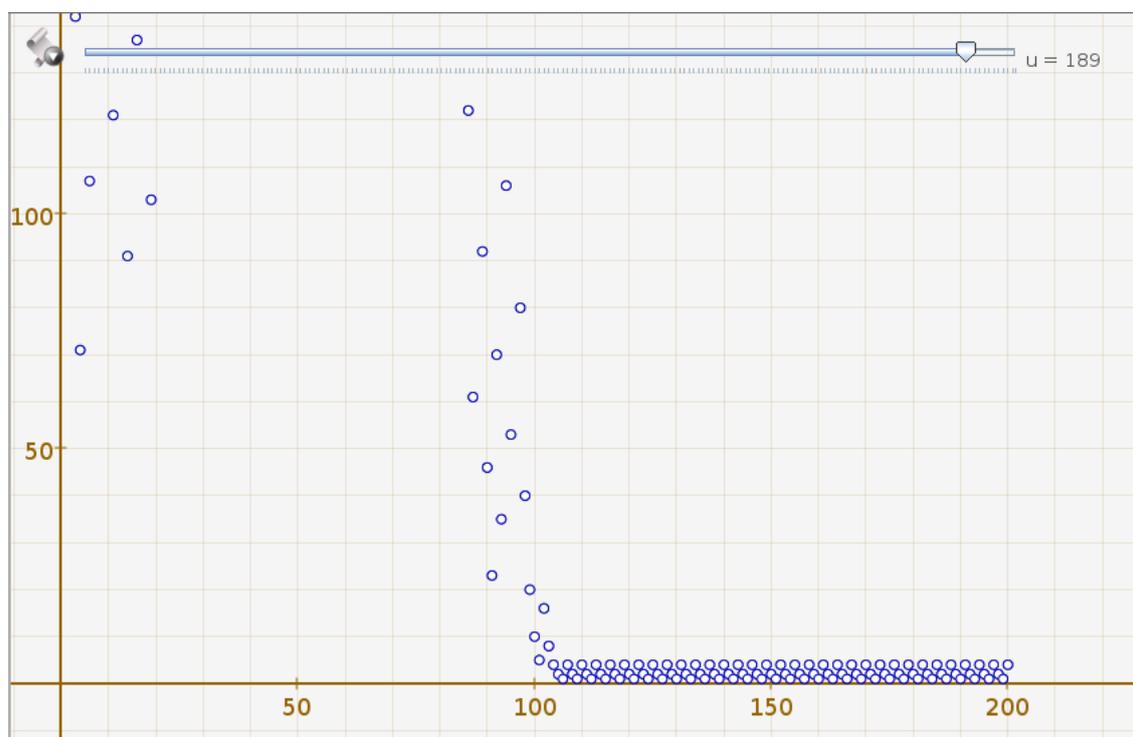


# Suite de Collatz

Le but de ce TP est d'étudier la suite  $u_n$  dite "de Collatz" définie par

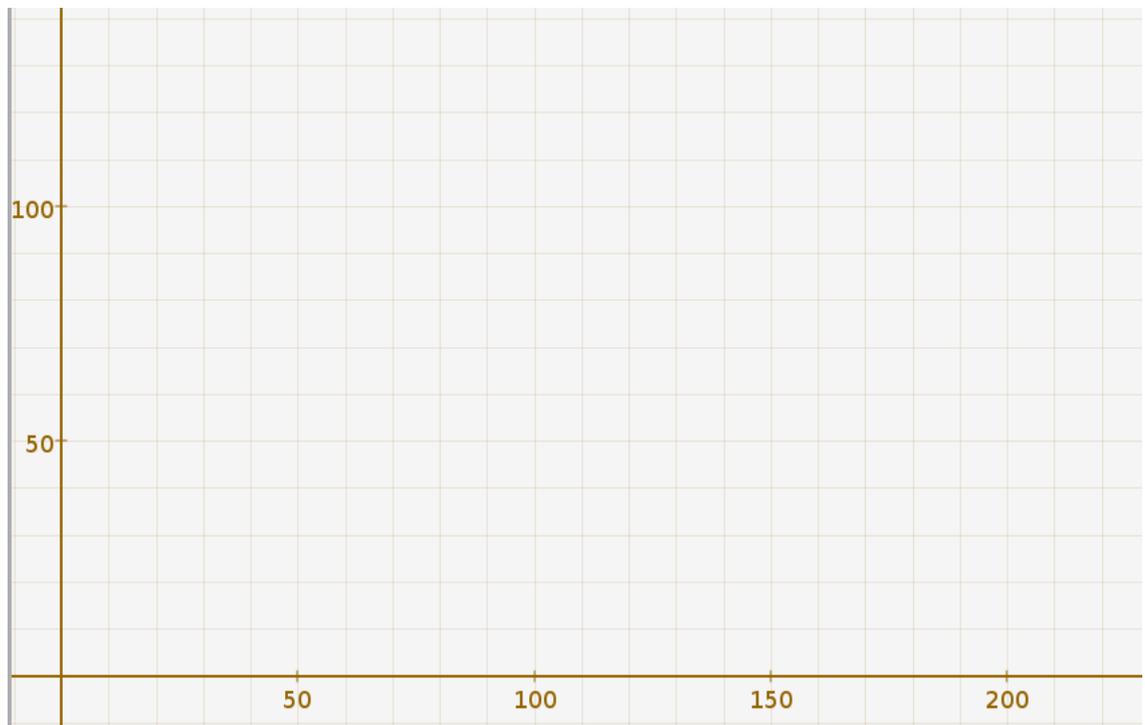
$$u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair,} \\ 3u_n + 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Pour ce faire on va piloter le premier terme  $u_0 \in \mathbb{N}$  par un curseur, et représenter graphiquement la suite par un nuage de points dynamiques ; la figure obtenue ressemblant à ceci :

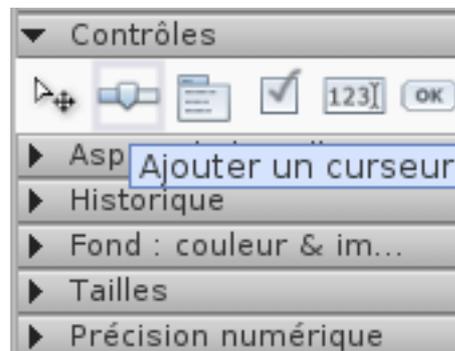


## 1. Construction

- Afficher sous *CaRMetal*, la grille et zoomer de façon à obtenir un cadrage analogue à celui-ci :



(b) Ajouter un curseur avec l'outil "curseur système" :



Le curseur devant représenter un entier, ira de 0 à 200 par pas de 1. On le nommera  $u$ .

## 2. Algorithmique

Créer alors le nuage de points par un script tel celui-ci :

```

1 m=Point(0, "u");
2 for(n=1;n<=200;n++){
3     p=Point(n, "if(y_m/2==floor(y_m/2),y_m/2,3*y_m+1)");
4     m=p;
5 }

```

Manipuler le curseur  $n$  de manière à émettre une conjecture sur  $u_n$  (convergence).

## 3. Démonstrations

- (a) Montrer que si  $x$  est impair alors  $3x + 1$  est pair ;
- (b) Montrer que si  $u_n = 4$  alors  $u_{n+2} = 1$ .
- (c) En déduire que s'il existe  $n$  tel que  $u_n$  est une puissance de 2 alors il existe  $k$  tel que  $u_k = 1$ .