

ACTIVITÉS SUR LES POLYNÔMES

Activité 2

Recherche des racines rationnelles éventuelles d'un polynôme à coefficients dans \mathbb{Z} (de degré $n > 0$).

Soit $R(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, avec les coefficients dans \mathbb{Z} , $a_n \neq 0$, $a_0 \neq 0$ et $n > 0$.

1) Supposons que $\frac{p}{q}$ soit une fraction irréductible (c'est à dire p et q premiers entre eux, avec $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{N}^*$) racine du polynôme R .
Montrer qu'alors p divise a_0 et q divise a_n .

2) On considère l'équation (E) :

$$12x^4 - 5x^3 + x^2 - 11x + 6 = 0.$$

- a)** Déterminer toutes les racines rationnelles éventuelles de l'équation (E) à l'aide du 1), puis déterminer celles qui sont vraiment racines de (E).
- b)** Résoudre l'équation (E).

Commentaires :

On peut faire énoncer en fin du 1) que si R est unitaire, ses seules racines rationnelles possibles sont les entiers relatifs diviseurs de a_0 .