Compte-rendu alquerkonane en CM2 a le 16 février 2023

Le jeudi 16 février 2023, une expérience a été menée dans deux classes de CM 2 à l'école Aristide Briand du Tampon : les élèves, après avoir appris les règles du jeu *alquerkonane*, ont débuté un tournoi selon les modalités expérimentées en CE 2 la semaine précédente. On relate ici l'expérience menée le matin en CM2 a.

Présentation du jeu

Le jeu se déroule sur un damier 6×4 (les colonnes sont numérotées de A à D, et les lignes, de 1 à 6). La présentation du damier permet de faire des révisions sur la multiplication : certains élèves comptent les cases de 1 à 24, d'autres comptent les cases noires de 1 à 12 et les cases blanches de 1 à 12 puis font l'addition (ils ne semblent pas réaliser spontanément qu'il y a autant de cases noires que de cases blanches), d'autres comptent les lignes et les colonnes puis effectuent (mentalement) la multiplication. Les stratégies et niveaux de connaissances s'avèrent donc variables d'un élève à l'autre.

La description des mouvements des pions (le pion noir qui est en C3 peut aller en B4 ou en D4 mais pas en B2 ni en D2, car il n'a pas le droit de reculer sauf pour prendre) permet de faire travailler le repérage dans l'espace et les coordonnées.

L'interdiction de reculer un pion (sauf pour en prendre un autre) fait que la victoire n'est pas nécessairement assurée par la prise de tous les pions de l'adversaire, mais plutôt par une question chronologique : il s'agit d'être le dernier à avoir tous ses pions bloqués, donc d'arriver au bout le plus tard possible.

Nombres entiers relatifs

Et c'est là qu'interviennent les entiers relatifs. Lorsque le jeu est fini (le joueur dont c'est le tour de jouer, ne peut plus bouger aucun de ses pions et a donc perdu), le jeu est devenu un nombre selon la définition de John Conway. Ce nombre est un entier relatif (positif si ce sont les noirs qui gagnent même en laissant les blancs passer un tour, négatif si ce sont les blancs qui gagnent même en laissant les noirs passer un tour, et nul si le gagnant était lui aussi bloqué).

Comme un jeu peut se terminer sur le nombre 0, on propose de donner au gagnant 1 point puisqu'il est gagnant, mais à ce point on ajoute la valeur absolue du nombre obtenu. Par exemple

- Les noirs viennent de pousser leur dernier pion au bout et c'est au tour des blancs de jouer. Leurs pions étant déjà au bout, ils ne peuvent pas jouer (on est au nombre 0). Donc les noirs gagnent de 1+0 = 1 point.
- Le dernier pion blanc qui était en C4 vient de manger le dernier pion noir qui était en B4 et

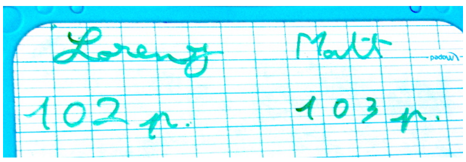
se trouve donc en A4. Les noirs, qui n'ont plus de pion, ne peuvent plus jouer et ont donc perdu. Mais comme le pion blanc qui est en A4 pouvait encore aller en B3 puis A2 puis B1, le jeu est égal au nombre -3 (négatif parce que les blancs gagnent, et 3 parce que le pion blanc pouvait encore bouger 3 fois). La valeur absolue de -3 est 3 et donc les blancs gagnent 1+3 = 4 points.

- Le dernier pion blanc vient d'arriver au bout en B1 et les noirs n'ont plus qu'un pion en A1 (il n'a jamais bougé au cours de la partie). C'est donc aux noirs de jouer. Leur pion va sauter par-dessus le pion blanc et aller en C1. Maintenant les blancs ont perdu (ils n'ont plus de pion) et le jeu est égal au nombre 6 (le pion noir aurait pu encore aller en D2 puis C3 puis D4 puis C5 puis B6). Ce nombre est positif puisque ce sont les noirs qui gagnent (on adopte le point de vue des noirs). Sa valeur absolue est 6 donc les noirs gagnent 1+6 = 7 points.
- Il y a un pion blanc en C2 et un autre, qui était en C4, vient de se faire manger par un pion noir qui était en B4, et se retrouve maintenant en D4. Le pion noir qui est en D4 peut encore bouger 2 fois (C5 puis D6) alors que le pion blanc qui est en C2 ne peut plus bouger qu'une fois (de C2 à B1 par exemple). Cela illustre le fait que (+2)+(-1) = +1. Mais c'est aux noirs de jouer, et ils avancent leur pion en C5. Le jeu est maintenant devenu un autre nombre, à savoir (+1)+(-1) = 0. Pour calculer un nombre, il faut donc jouer jusqu'au bout : pion blanc en B1 puis pion noir en D6 et là seulement le jeu s'arrête sur la défaite des blancs. À ce moment le jeu est égal à 0 donc les noirs gagnent 1+0 = 1 point seulement.

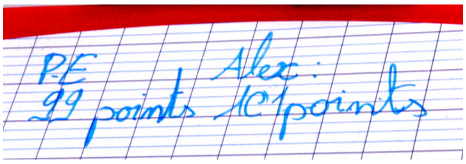
L'idée de représenter les finales par des nombres et utiliser ces nombres pour calculer le score n'est pas naturelle pour les élèves. Leur premier réflexe est de jouer un grand nombre de fois et de regarder combien de fois chacun a gagné. Mais cet algorithme a 3 inconvénients :

- Il ne permet pas d'estimer finement le niveau d'un joueur. Par exemple si un joueur a effectué 30 parties « blitz » contre son adversaire speedé et en a gagné 20, il semble a priori meilleur que son voisin qui n'a joué que 3 fois mais avait à chaque fois une large avance sur son adversaire (pouvoir bouger ses pions un grand nombre de fois, correspond assez bien à la notion intuitive d'expertise en alquerkonane).
- Il ne tient pas compte des parties perdues. Par exemple, si un joueur a gagné 20 fois sur 30 parties « blitz », il a tout de même aussi perdu 10 fois, alors que son voisin, qui n'a gagné que 3 fois (parce qu'il n'a joué que 3 fois) est meilleur que lui, dans la mesure où il n'a jamais perdu.
- Il ne tient pas compte du paradoxe de Condorcet. Si à la fin de la journée tout le monde a joué plein de parties dans un même binôme on ne peut raisonnablement pas considérer celui qui a gagné le plus souvent comme le meilleur alquerkonanien de toute la classe, parce que la relation « gagner souvent contre » n'est pas une relation d'ordre.

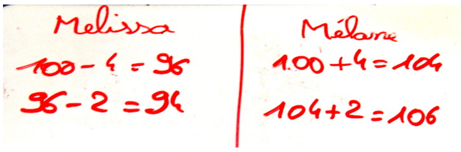
Pour une estimation plus fine de la différence de niveau entre deux joueurs, on a donc compté les points en tenant compte des mobilités, comme présenté plus haut :



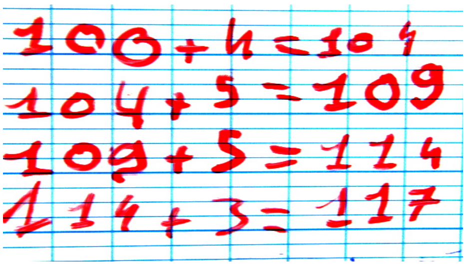
Pour tenir compte des parties perdues (et de l'ampleur de la perte) on a proposé de soustraire au score du perdant les points ajoutés au score du gagnant :



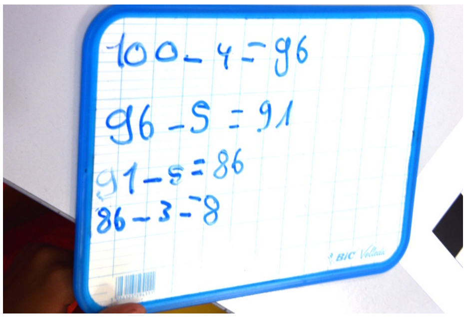
Pour éviter d'arriver à des nombres négatifs, on propose de donner à chaque joueur un score de départ de 100 points. Ci-dessus, le perdant a perdu 1 point et son score est donc passé à 99, alors que le gagnant a gagné 1 point et son score est donc passé à 101. Les pertes et gains s'accumulent (et parfois se compensent) :



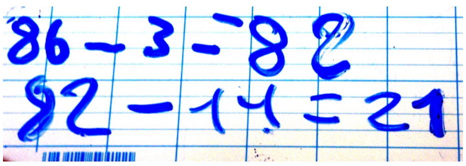
Les champions révisent donc leurs additions :



Et ceux qui perdent souvent révisent leurs soustractions :



Ci-dessus on voit que la soustraction 86-3 pose problème : le chiffre des dizaines est vite inféré mais il y a une hésitation sur celui des unités. D'ailleurs la situation se détériore par la suite :



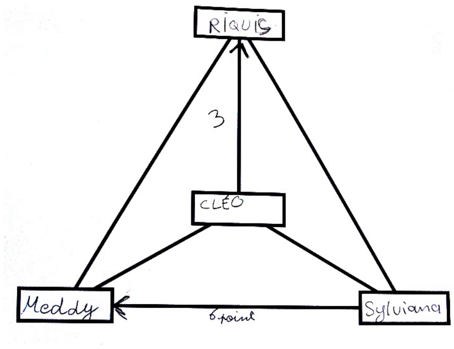
On lit que 86-3 = 82 (ce qui est presque vrai) mais ensuite 82-11 = 21 donc un chiffre des unités cohérent mais cette fois ci un chiffre des dizaines délirant. Le calcul a été fait mentalement.

La pratique d'alquerkonane révèle donc son utilité si on joue plusieurs parties contre le même joueur : on révise les sommes algébriques. Mais on le fera encore plus lorsqu'il s'agit d'un tournoi, où chaque joueur n'affronte qu'une seule fois chacun de ses adversaires.

Tournoi

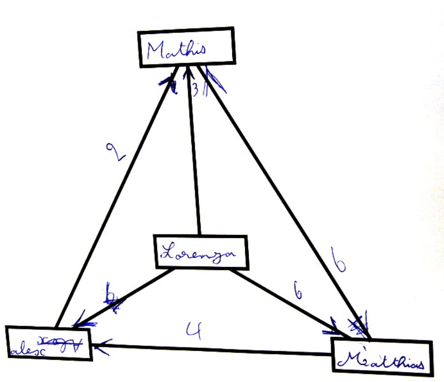
Lors du quart de finale, chaque élève est placé à une table de 4 joueurs maximum. Il faut donc effectuer une division euclidienne pour savoir combien de tables il y aura, et combien de joueurs par table (on répartit le reste de la division de manière à avoir au minimum 3 joueurs par table). L'activité aura donc permis de revoir les 4 opérations même si la plus pratiquée est la soustraction.

On remet à chaque table de 4 joueurs un graphe à 4 sommets (et un graphe à 3 sommets pour les tables de 3 joueurs). Chaque joueur inscrit son prénom sur le graphe, puis on joue :



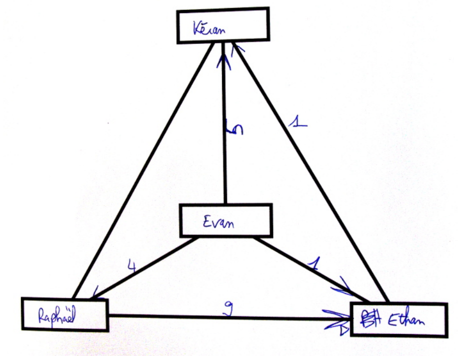
Ci-dessus, deux parties se sont déroulées simultanément, l'une entre Cléo et Riquis (Riquis ayant 2 mouvements d'avance, marque 3 points) et l'autre entre Meddy et Sylviana (Meddy ayant 5 mouvements d'avance, marque 6 points). Chaque partie est représentée par une flèche, indiquant le sens de la transaction. Par exemple, Cléo ayant perdu de 3 points contre Riquis, lui donne ces 3 points (son score passe de la valeur initiale 100 points à 97 points, alors que celui de Riquis, augmentant de 3 points, passe à 103).

L'idée que la flèche va du perdant au gagnant n'est pas toujours intuitive :



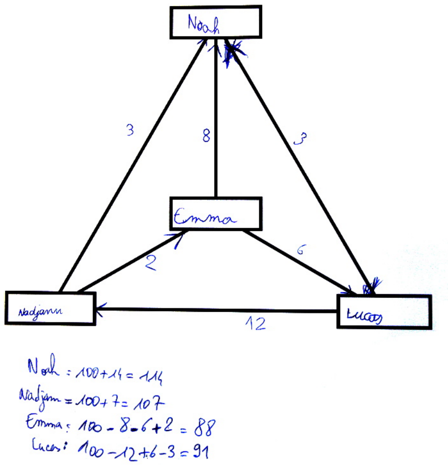
Ci-dessus on voit le reste d'une flèche allant de Mathis (gagnant) vers Mathias (perdant). Il y a bien eu transfert de 6 points mais une fois questionnés sur le sens du transfert, les élèves ont corrigé le sens de la flèche.

Chaque fois qu'une partie est terminée, on marque le transfert de points sur le graphe (ajout d'une flèche allant du perdant vers le gagnant, et pondération de cette flèche par le nombre de points transférés). Par exemple ici presque tout le monde a déjà joué :

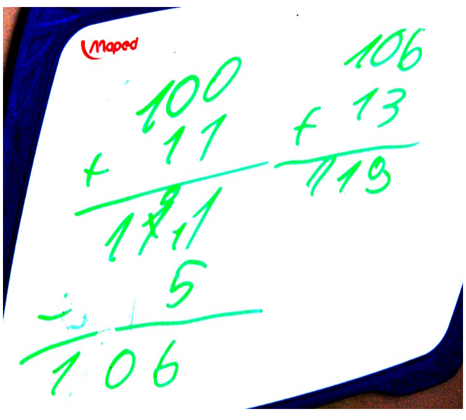


Lorsque Kéran et Raphaël auront fini de jouer, ils complèteront le graphe en ajoutant une flèche allant de celui des deux qui a perdu, vers celui qui a gagné, et à côté de la flèche, le nombre de points transférés.

Une fois qu'un graphe est complété, on calcule le flot de ce graphe (on rappelle que chaque joueur avait initialement 100 points) :

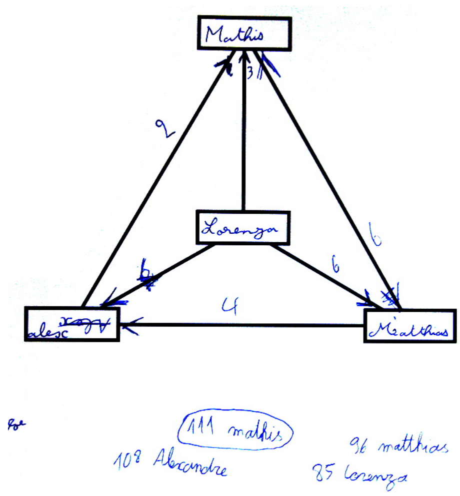


Chaque fois qu'une flèche va vers le joueur, le joueur additionne les points amenés, et chaque fois qu'une flèche s'éloigne du joueur, il soustrait les points concédés. On effectue donc une somme algébrique. Les calculs sont à faire valider par les autres joueurs (chaque joueur est concerné par toutes les sommes algébriques puisque la somme la plus élevée détermine celui d'entre eux qui est demi-finaliste). Les calculs peuvent être effectués et vérifiés mentalement ou par le calcul posé :



On constate une certaine tendance à effectuer les calculs dans l'ordre (100+11 = 111 ; ensuite 111-5 = 106 ; enfin 106+13 = 119). Lorsqu'il y a à la fois des additions et des soustractions, il peut être avantageux d'effectuer d'abord les additions et ensuite les soustractions. Ici on aurait 11+13 = 24, puis 24-5 = 19 et enfin 100+19 = 119. Cette disposition n'est pas familière aux élèves.

Une fois le flot calculé, il reste à comparer des entiers car l'élève ayant le plus haut total de la table est le demi-finaliste de la table, et il ira en demi-finale non pas avec un score réinitialisé à 100 points, mais avec son score actuel, qui est plus élevé. Ici le plus haut total est 111 :



C'est donc Mathis qui est demi-finaliste, et il démarrera en demi-finale avec 111 points.

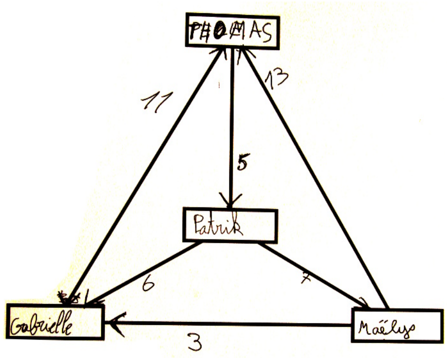
Pour éviter les problèmes d'orientation dans le graphe (se rappeler dans quel sens on dispose la flèche), on peut remplacer le graphe par un tableau de ce genre :

Gabrielle	100				
Maëlys	100				
Patrick	100				
Thomas	100				

Ensuite, chaque fois qu'une partie est terminée, on inscrit les nombres relatifs dans les cases du tableau (on appelle ***bloc*** un tel tableau). Par exemple quand Gabrielle a perdu contre Maëlys, celle-ci ayant encore deux mouvements de pions possibles, Maëlys gagne 3 points et Gabrielle perd 3 points. On inscrit alors

Gabrielle	100	-3			
Maëlys	100	+3			
Patrick	100				
Thomas	100				

Une fois toutes les parties de cette table terminées, le graphe



est représenté par le bloc

Gabrielle	100	-3	+6	-11	
Maëlys	100	+3	-13	+7	
Patrick	100	+5	-6	-7	
Thomas	100	-5	+13	+11	

Dans ce bloc, on voit à côté de chaque joueur, une somme algébrique qu'il ne reste alors plus qu'à calculer pour chaque joueur :

- Gabrielle : 100-3+6-11 = 92
- Maëlys : 100+3-13+7 = 97
- Patrick : 100+5-6-7 = 92
- Thomas : 100-5+13+11 = 119

Cette façon de faire n'a pas encore été testée donc il est difficile d'imaginer les avantages et inconvénients par rapport au graphe. Par contre, si on la teste, il faudra un seul bloc par table de 4 (l'arbre des évolutions successives du bloc étant simplifié en chaîne de blocs - en anglais *blockchain*).

La demi-finale et la finale n'ont pu être effectuées le jour même. Deux élèves se sont portées volontaires pour aider à ranger (et continuer à jouer?), alors qu'elles étaient attendues à la cantine. C'est là un bon indicateur du succès de l'activité.

Conclusion

Pour déterminer le nombre de tables de jeu, il faut une division euclidienne. Pour déterminer le nombre de cases du damier, il faut une multiplication. Pour déterminer le nombre de points gagnés après une partie, il faut compter des mouvements (comptage, repérage dans le plan). Pour déterminer le gagnant d'une table de jeu, il faut effectuer des additions et des soustractions (sommes algébriques). Tous les calculs se font sur des nombres entiers donc l'activité est possible en cycle 2.

On constate qu'elle reste intéressante en cycle 3, comme en témoignent les erreurs de calcul rencontrées. Avec les phases

- présentation du jeu (pdf vidéoprojeté) devant la classe entière (élèves plus ou moins attentifs)
- test du jeu en binômes avec un encadrement de chaque binôme par un adulte, et, binôme par binôme, explication sur le comptage des points
- exploration en binôme du jeu avec comptage de points
- quart de finale (6 jeux par table mais 2 jeux en parallèle)

il a fallu plus d'une heure. Pour la totale (calcul des scores sur les tables de demi-finale pour savoir qui est finaliste, puis finale sur une table et en même temps certification des graphes ou des blocs par les non finalistes) il faut donc compter une demi-journée. Mais le fait que la demi-finale ait lieu un autre jour, permet la pédagogie par répétition : Rome ne s'est pas bâtie en un jour !

Serge Bayle

Alain Busser

Christelle Lallemand

Patrick Schilli

IREM de La Réunion

IREM LA RÉUNION