Compte-rendu alquerkonane en CM1 b le 2 mars 2023

Le jeudi 2 mars 2023, une expérience a été menée dans deux classes de CM 1 à l'école Aristide Briand du Tampon : les élèves, après avoir appris les règles du jeu *alquerkonane*, ont découvert des nombres et révisé le calcul. On relate ici l'expérience menée le matin en CM1 b.

Présentation du jeu

Le jeu se déroule sur un damier 6×4 (les colonnes sont numérotées de A à D, et les lignes, de 1 à 6). La présentation du damier permet de faire des révisions sur la multiplication : certains élèves comptent les cases de 1 à 24, d'autres comptent les lignes et les colonnes puis effectuent (mentalement) la multiplication. Les stratégies et niveaux de connaissances s'avèrent donc variables d'un élève à l'autre.

La description des mouvements des pions (le pion noir qui est en C3 peut aller en B4 ou en D4 mais pas en B2 ni en D2, car il n'a pas le droit de reculer sauf pour prendre) permet de faire travailler le repérage dans l'espace et les coordonnées.

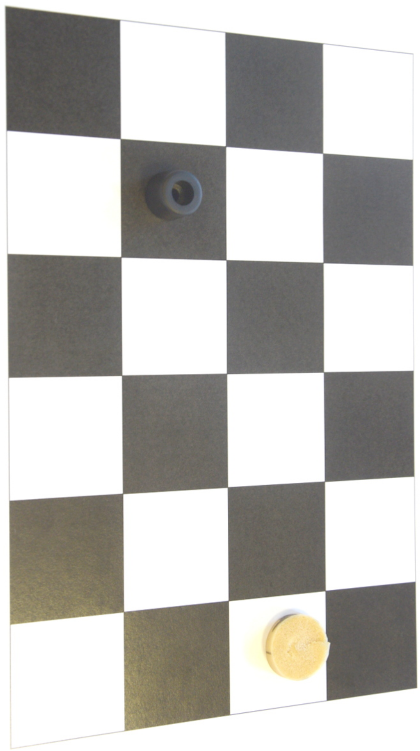
L'interdiction de reculer un pion (sauf pour en prendre un autre) fait que la victoire n'est pas nécessairement assurée par la prise de tous les pions de l'adversaire, mais plutôt par une question chronologique : il s'agit d'être le dernier à avoir tous ses pions bloqués, donc d'arriver au bout le plus tard possible.

Nombres entiers relatifs

On convient de noter positivement un jeu où ce sont les noirs qui gagnent, et négativement un jeu où ce sont les blancs qui gagnent. Autrement dit, on prend le point de vue des noirs. Alors les fins de partie sont des nombres entiers relatifs.

Nombres positifs

Voici par exemple le jeu +1 :



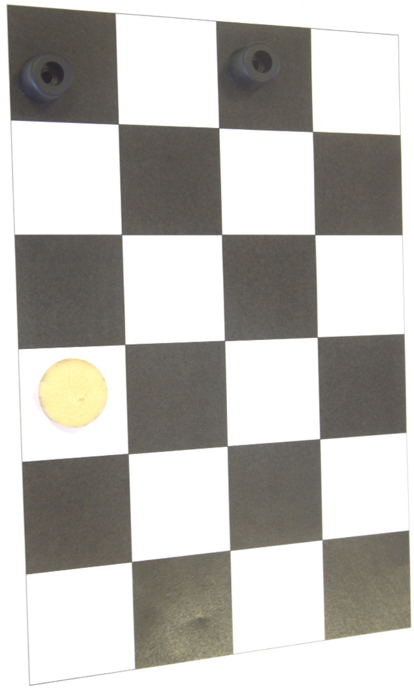
Le pion blanc qui est en C1 ne peut plus bouger parce que dans alquerkonane il n'y a pas promotion à dame, et qu'un pion n'a pas le droit de reculer. Par contre, le pion noir qui est en B5 peut encore avancer pour aller en A6 ou en C6 : les noirs ayant un mouvement d'avance sur les blancs, ce jeu est le nombre +1 (+ parce que l'avantage est aux noirs, 1 parce qu'ils n'ont qu'un seul coup d'avance sur les blancs). Ensuite, de deux choses l'une :

- Ou bien le pion noir qui est en B5 vient de prendre un pion blanc qui était en C5 (le pion noir était donc en D5 juste avant), et alors c'est aux blancs de jouer mais ils sont bloqués : le jeu est terminé et sa valeur est le nombre +1.
- Ou alors le pion blanc qui est en C1 vient d'y arriver (il était en B2 ou en D2 juste avant), et alors le jeu n'est pas terminé puisque les noirs peuvent avancer leur pion qui va en A6 ou en C6, transformant ainsi le jeu en 0. C'est seulement après cela que les blancs ont perdu, et ils ont en quelque sorte moins perdu qu'avec la version précédente.

C'est parce qu'un jeu peut se terminer sur le nombre 0 (lequel est à la fois +0 et -0), qu'on choisit de systématiquement attribuer un point au gagnant, mais ensuite on ajoute à ce point l'avantage du gagnant. Ci-dessus, les blancs donnent 2 points aux noirs si le jeu se termine sur le nombre +1, et 1 seul point si le jeu se termine sur le nombre 0.

Nombres négatifs

Si ce sont les blancs qui peuvent bouger alors que les noirs ne le peuvent plus, on note un « moins » dvant le nombre de mouvements des blancs. Par exemple, ici, les pions noirs sont arrivés au bout (donc bloqués) alors que le pion blanc peut encore bouger 2 fois :

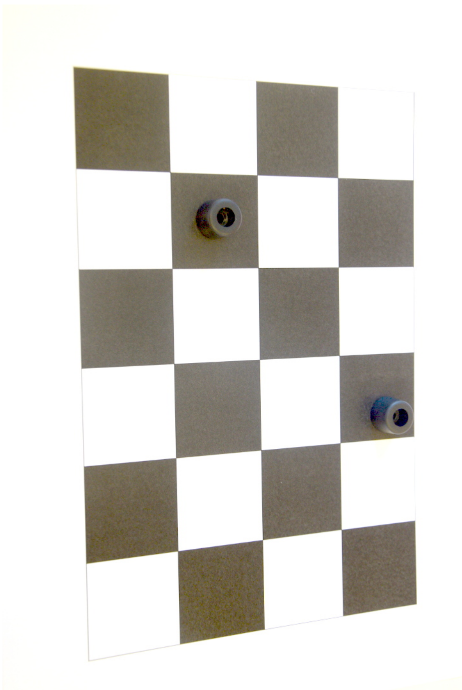


Ce jeu est donc le nombre -2 (et les noirs donnent donc 3 points aux blancs).

Addition des entiers relatifs

Addition d'entiers positifs

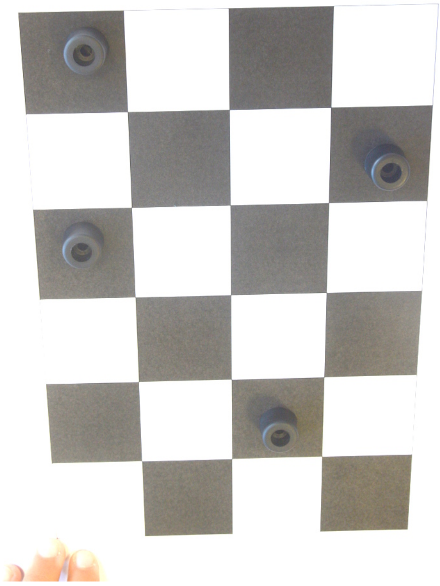
L'un des pions peut avancer 1 fois mais l'autre peut avancer 3 fois :



En tout, les pions noirs peuvent bouger 4 fois, donc le jeu ci-dessus est le nombre 4. On vérifie que

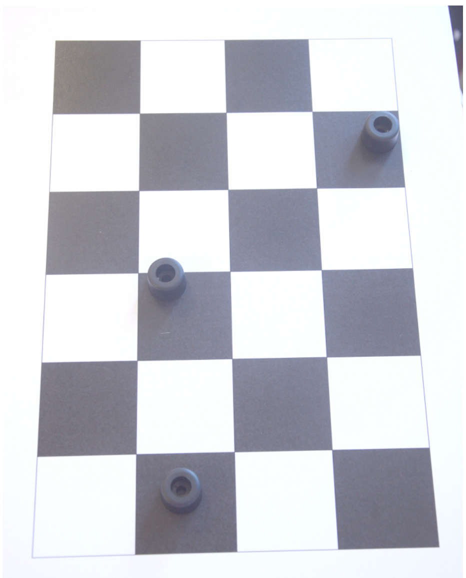
(+1)+(+3) = +4.

Le jeu ci-dessous est égal à (+1)+(+1)+(+3) = +5 :



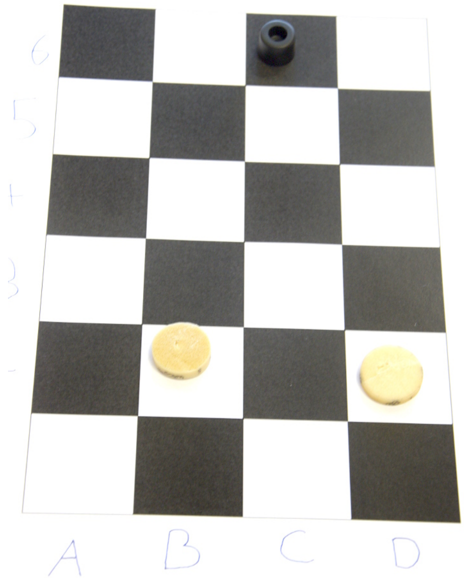
En effet comme il ne peut pas y avoir plus d'un pion par case, les pions en ligne 6 empêchent les deux autres d'aller aussi en ligne 6 : ils terminent leur parcours en ligne 5.

Le jeu ci-dessous est égal à (+3)+(+1)+(+4) = +8 (donc les blancs donnent 9 points aux noirs) :

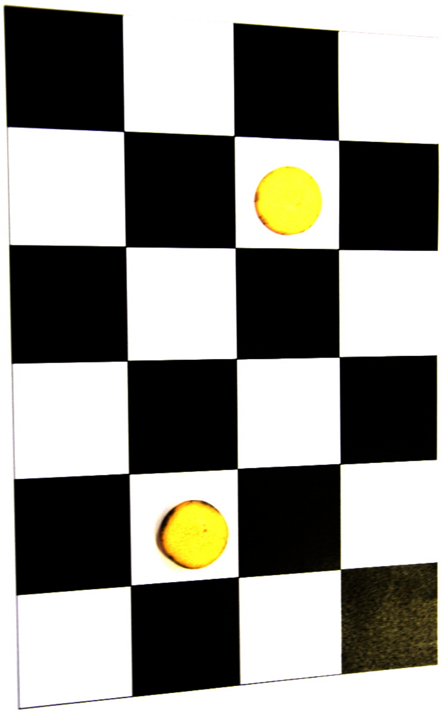


Addition d'entiers négatifs

Ce jeu est égal à (-1)+(-1) = -2 (chaque pion blanc pouvant avancer 1 fois, les blancs ont deux mouvements possibles) :

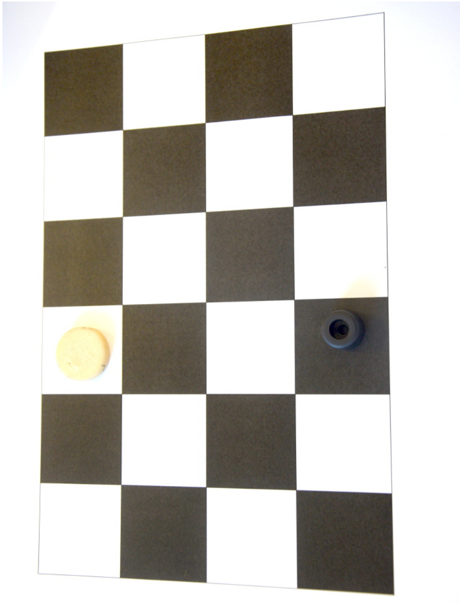


Et ce jeu est égal à (-1)+(-4) = -5 :



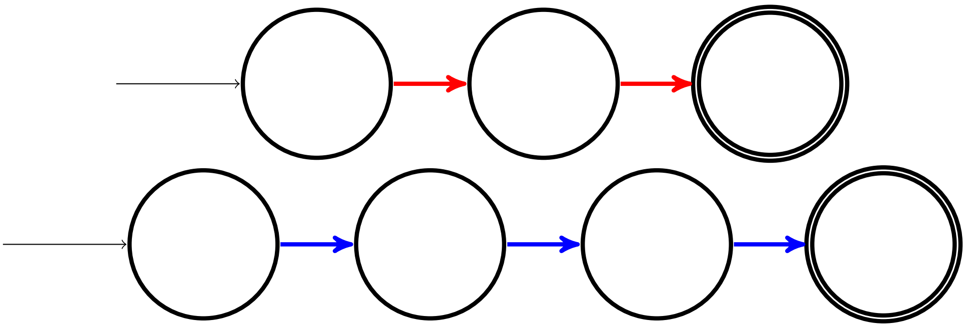
Soustractions

Le nombre +1 peut également apparaître comme résultat d'une soustraction :



En effet le pion noir peut encore avancer 3 fois alors que le pion blanc peut avancer 2 fois seulement. Les 3 mouvements possibles du pion noir sont notés +3 (en bleu ci-dessous) et les 2 mouvements possibles du pion blanc sont notés -2 (en rouge ci-dessous).

En assimilant les noirs à la couleur bleue et les blancs à la couleur rouge, le jeu ci-dessus se représente ainsi avec la carte des cartes :



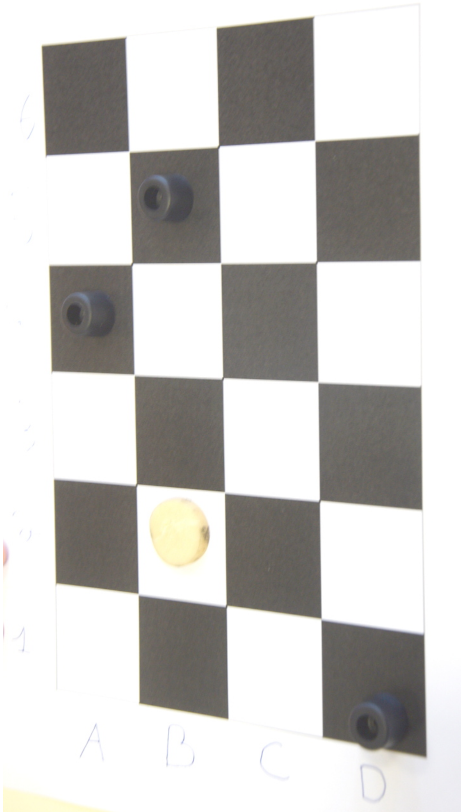
Et sa valeur est (+3)+(-2) qui est égal à +1. Ainsi, un jeu d'alquerkonane peut être un nombre même lorsqu'il n'est pas encore fini. Mais le meilleur moyen de comprendre quel nombre on a obtenu, c'est de continuer à jouer jusqu'à la fin (un des joueurs ne peut plus bouger) et alors on retrouve le même nombre. Ci-dessus :

- Le pion blanc va en B2, transformant le nombre en (+3)+(-1) = +2
- Le pion noir va en C4, transformant le nombre en (+2)+(-1) = +1.
- Le pion blanc va en C1, transformant le nombre en (+2)+0 = +2.

- Le pion noir va en B5, transformant le jeu en +1.

Comme les blancs ne peuvent plus jouer, le jeu se termine et c'est bien sur la valeur +1 qu'il se termine.

Dans le jeu ci-dessous, les noirs peuvent bouger 7 fois (1+2+4) et les blancs peuvent bouger 1 fois. Donc le jeu est déjà un nombre, à savoir (+7)+(-1) = +6 :



En effet, si les blancs jouent, ils vont en A1 (pour aller dans l'immédiat au nombre +7 mais finir la partie sur le nombre +6 : ils donnent alors 7 points aux noirs) et pas en B1 où ils seraient pris par les noirs qui finiraient sur le nombre +7 (et prendraient alors 8 points aux blancs) ; et si les noirs jouent, ils ont intérêt à bouger un autre pion que celui qui est en D1 (car alors celui-ci serait pris par le pion blanc et on arriverait au nombre (+3)+(-1) = +2 et les noirs ne gagneraient que 2 points, la partie se finissant sur le nombre +1).

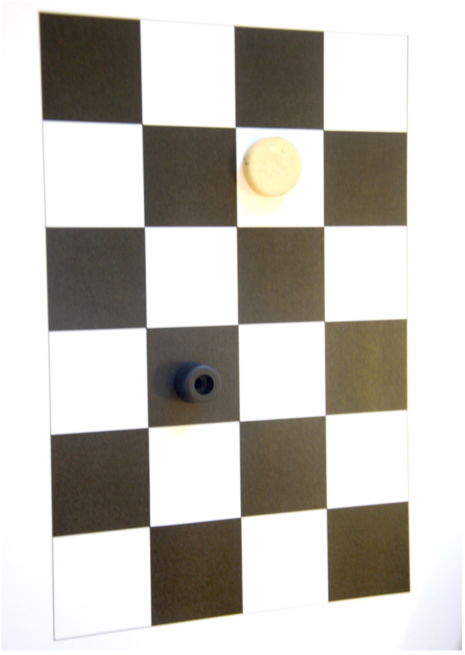
Nombres cachés

Le jeu ci-dessous est aussi un nombre, mais cela ne se voit pas trop :

- Si ce sont aux noirs de jouer, ils ne peuvent mettre leur pion qu'en C3, et ensuite ce pion se fait manger par le pion blanc qui est en B4, arrivant au nombre -3 (le pion blanc, alors en D4, peut bouger 3 fois, en C3 puis D2 puis A1).
- Si ce sont aux blancs de jouer, leur pion peut aller se suicider en C3 (arrivant alors au nombre +3) ou perdre moins largement en allant en A3 : dans ce cas on arrive au nombre (+3)+(-2) = +1 qui est moins désavantageux pour les blancs.

En quoi un jeu qui permet aux noirs d'aller au nombre -3 et aux blancs d'aller au nombre +1 peut-il être lui-même un nombre ? En fait on voit que si les noirs jouent, ils perdent, et si les blancs jouent, ils perdent. C'est la même situation que si chaque pion était déjà bloqué au bout, et le jeu ci-dessus est donc **le nombre zéro**. Conway définit d'ailleurs un nombre comme un jeu dans lequel les noirs peuvent aller à un nombre (ci-dessus, -3) qui est plus petit que le nombre auquel peuvent accéder les blancs (ci-dessus, +1 ou +3 mais les blancs jouant au mieux, ce sera +1). Ci-dessus, -3 étant plus petit que +1, il s'agit bien d'un nombre selon la définition de Conway.

Voici un autre exemple de nombre :



- Si c'est aux noirs de jouer, ils ont intérêt à mener leur pion en A4 plutôt qu'en C4 (ils perdraient immédiatement, la position finale étant le nombre -2).
- Si c'est aux blancs de jouer, ils ont intérêt à mener leur pion en D4 plutôt qu'en B4 (ils perdraient immédiatement, la position finale étant le nombre +1).

Donc ce jeu est la somme du nombre +3 (le pion noir peut bouger 3 fois) et du nombre -4 (le pion blanc peut bouger 4 fois). C'est donc le nombre (+3)+(-4) = -1 (à la fin, les noirs donnent 2 points aux blancs).

Serge Bayle

Alain Busser

Patrick Schilli

IREM de La Réunion