Compte-rendu alquerkonane en CM1 a le 2 mars 2023

Le jeudi 16 février 2023, une expérience a été menée dans deux classes de CM 1 à l'école Aristide Briand du Tampon : les élèves ont découvert les règles du jeu *alquerkonane*,. On relate ici l'expérience menée le matin (après la récréation) en CM1 a.

Présentation du jeu

La présence d'une carte du Monde a permis de commencer par une explication étymologique sur l'origine du nom alquerkonane : le jeu ressemble à *alquerque* (ancêtre du jeu de dames ; nom espagnol d'origine arabe) et à *konane* (jeu hawai'ien). Vu que le jeu appelé (par ressemblance avec ces jeux) alquerkonane a été créé à La Réunion, il a été demandé aux élèves s'ils arrivaient à montrer simultanément la position de La Réunion et celle d'Hawai'i. Cela a permis de montrer la distance entre ces deux îles.

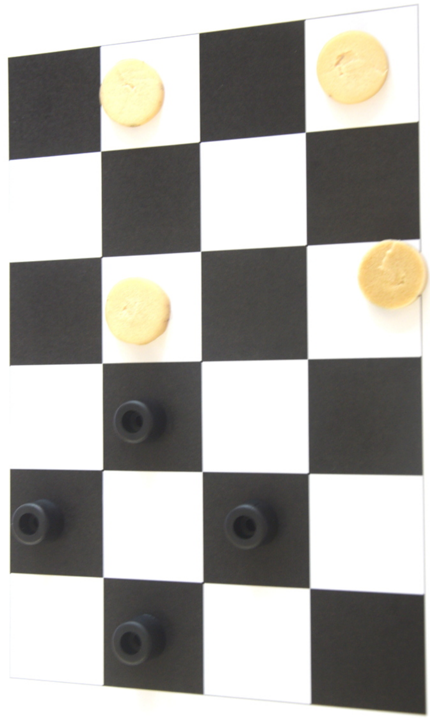
Le jeu alquerkonane se déroule sur un damier 6×4 (les colonnes sont numérotées de A à D, et les lignes, de 1 à 6). La présentation du damier permet de faire des révisions sur la multiplication : certains élèves comptent les cases de 1 à 24, d'autres comptent les lignes et les colonnes puis effectuent (mentalement) la multiplication. Les stratégies et niveaux de connaissances s'avèrent donc variables d'un élève à l'autre.

La description des mouvements des pions (le pion noir qui est en C3 peut aller en B4 ou en D4 mais pas en B2 ni en D2, car il n'a pas le droit de reculer sauf pour prendre) permet de faire travailler le repérage dans l'espace et les coordonnées.

L'interdiction de reculer un pion (sauf pour en prendre un autre) fait que la victoire n'est pas nécessairement assurée par la prise de tous les pions de l'adversaire, mais plutôt par une question chronologique : il s'agit d'être le dernier à avoir tous ses pions bloqués, donc d'arriver au bout le plus tard possible.

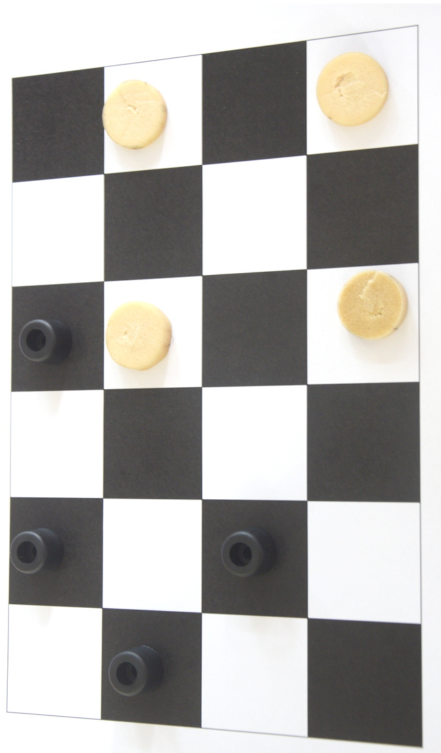
Analyse de jeux

Le pion noir qui était en C2 est allé en B3 (libérant ainsi la case C2) puis le pion blanc qui était en C5 est allé en D4, puis le pion noir qui était en D1 est allé sur la case C2 devenue accessible, et lorsque le pion blanc qui était était en A5 est allé en B4, le résultat obéit à une esthétique que les élèves affirment involontaire :



Cette configuration est intéressante : le pion blanc qui est en B4 est menacé par le pion noir qui est en B3. Or c'est aux noirs de jouer. S'ils prennent le pion blanc en B4 avec le pion noir en B3, ce pion noir se retrouvera en B5, directement menacé par le pion blanc en B6 : chaque joueur aura un pion de moins qu'avant. Les noirs peuvent aussi avancer le pion qui en en B3, vers la case C4 et ce pion sera alors (pour le moment) imprenable car coincé entre les pions blancs en B4 et D4. Pour le moment, car ensuite le pion blanc en B4 peut faire pareil : aller en C3, entre les pions noirs en C2 et en C4, et menacer simultanément ces deux pions.

Aussi le pion noir en B3 va-t-il en A4 :

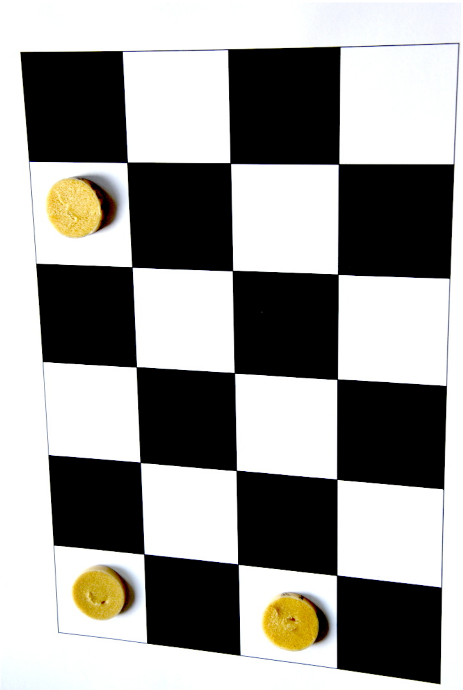


Là, il est pour l'instant imprenable. Mais ensuite, le pion blanc en B4 peut se placer entre les pions noirs en A2 et A4, en allant en A3, et ainsi menacer simultanément ces 2 pions noirs…

Entiers relatifs en alquerkonane

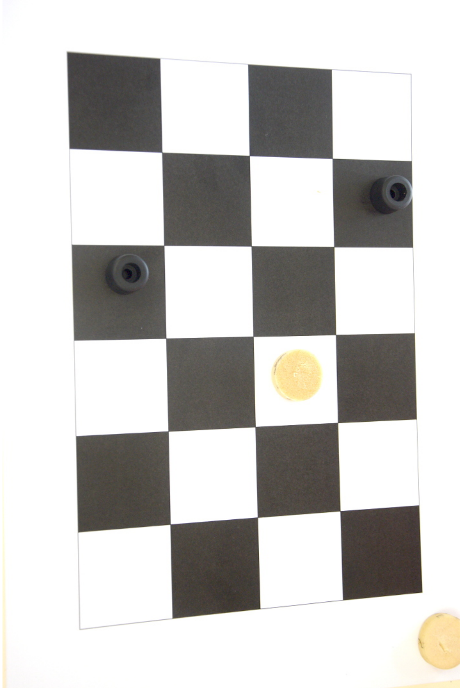
Lorsqu'une partie d'alquerkonane se termine, c'est sur un nombre. Cela peut être le nombre 0 (les deux joueurs sont bloqués ; auquel cas celui qui doit jouer est perdant puisqu'il est le premier à être bloqué, et il donne 1 seul point à son adversaire vainqueur d'une courte paille) ou tout autre nombre entier entre -10 et 10. On compte négativement les nombres qui sont à l'avantage des blancs, et positivement ceux qui sont à l'avantage des noirs.

Pour estimer un nombre, il suffit d'attendre que le jeu soit vraiment fini (ci-dessous les blancs viennent de bouger donc les noirs viennent de perdre) puis de compter combien de fois le gagnant peut bouger un de ses pions. Par exemple, ci-dessous, le pion blanc peut encore bouger 3 fois donc c'est le nombre -3 qui est représenté :



Les blancs n'ont pas seulement gagné contre les noirs, ils ont eu un net avantage. Les noirs leur donnent donc 1+3 = 4 points (1 point pour le gagnant - nécessaire pour le cas où la position finale est 0 - plus 3 points).

Lorsque plusieurs pions peuvent bouger, on additionne les nombres de mouvements possibles de chacun. Ainsi le jeu ci-dessous est égal au nombre (+2)+(+1)+(-2) = +1 :



Pour s'en convaincre, on continue à jouer jusqu'à la fin :

- Le pion blanc qui est en C3 va en B2 (nouvelle somme (+2)+(+1)+(-1) = +2).
- Le pion noir qui est en D5 va en C6 (nouvelle somme (+2)+0+(-1) = +1).
- Le pion blanc qui est en B2 va en A1 (nouvelle somme (+2)+0+0 = +2).
- Le pion noir qui est en A4 va en B5 (nouvelle somme (+1)+0+0 = +1).

Les blancs ne pouvant plus jouer, ont perdu. Mais les noirs pouvaient encore bouger 1 fois (mener leur pion en B5 vers la B6).

On retrouve bien la valeur qu'on avait calculée : +1. Les blancs donnent donc 2 points aux noirs.

Et si au lieu des blancs, c'étaient les noirs qui devaient jouer ?

- Le pion noir qui est en D5 va en C6 (nouvelle somme (+2)+0+(-2) = 0).
- Le pion blanc qui est en C3 va en B2 (nouvelle somme (+2)+0+(-1) = +1).
- Le pion noir qui est en A4 va en B5 (nouvelle somme (+1)+0+(-1) = 0).
- Le pion blanc qui est en B2 va en A1 (nouvelle somme (+1)+0+0 = +1).
- Le pion noir qui est en B5 va en A6 (nouvelle somme 0+0+0 = 0).

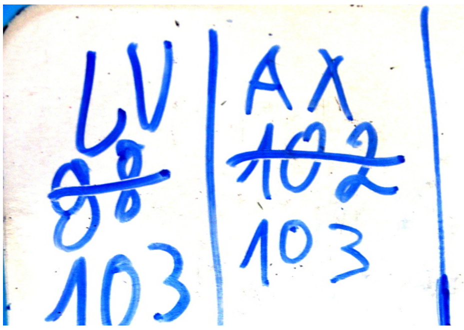
Cette fois-ci encore, les blancs ont perdu (c'était à eux de jouer et ils sont bloqués) mais cette fois-ci, la position finale valant 0, les blancs ne donnent qu'un point aux noirs.

Noter que si, au lieu de bouger d'abord le pion de D5 vers C6, les noirs avaient d'abord bougé le pion de A4 vers B5 puis C6, ils n'auraient bougé que 2 fois (le pion en D5 ne pouvant alors plus aller en C6). Comme les noirs essayent d'optimiser leur nombre de mouvements (leur avantage sur les blancs), ils jouent d'abord le pion en D5.

Parties à deux joueurs

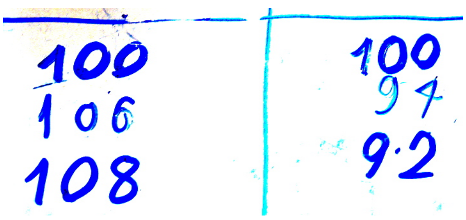
Une fois que les joueurs ont compris comment on compte les points à la fin d'une partie, ils reçoivent chacun un score initial de 100 points, puis, après chaque partie, le perdant donne (soustraction) un certain nombre de points au gagnant (addition). Ce nombre est calculé ainsi : le gagnant remporte d'office un point parce qu'il est le gagnant. Puis à ce point on ajoute la valeur absolue du nombre obtenu, soit un point par mouvement de pion possible pour le gagnant. Ces points, le perdant les perd. Par exemple si les noirs pouvaient encore bouger 2 fois alors que les blancs sont bloqués (et que c'est au tour des blancs de jouer), les noirs gagnent 1+2 = 3 points et les blancs perdent 3 points. Si c'était la première partie entre les blancs et les noirs, le score des noirs passe à 103 points et celui des blancs passe à 97 points.

Ci-dessous, manifestement, la première partie a été gagnée par AX (qui pouvait bouger un pion encore une fois donc gagne 2 points), les scores sont donc passés à 98 (pour LV qui a perdu) et 102 (pour AX qui a gagné) :



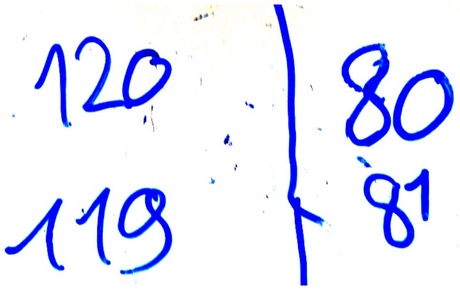
Mais ensuite il est difficile de comprendre ce qui a pu se passer. Il semblerait que LV ait gagné 5 points et son score serait alors passé à 98+5 = 103, alors que AX a gagné 1 point et son score serait passé à 102+1 = 103. Dans ce cas il y aurait eu oubli du fait que les points gagnés par un joueur sont également perdus par l'autre joueur. Pour vérifier que les soustractions ont été effectuées, et détecter d'éventuelles erreurs de calcul, on dispose d'un invariant : **la somme des scores est toujours 200**. Ci-dessus on détecte une erreur par le fait que 103+103 = 206 au lieu de 200.

Le fait que le score initial de chaque joueur est 100 (et effectivement 100+100 = 200) évite d'avoir à comparer des nombres négatifs. Du moment que le score initial de chaque joueur est le même pour tout le monde, la théorie des changements d'état de Gérard Vergnaud s'applique pleinement (avec comparaison possible), et la suite a consisté essentiellement (entre les parties jouées) à effectuer des additions et soustractions pour calculer les nouveaux scores, puis des additions à nouveau pour vérifier l'invariant. Par exemple



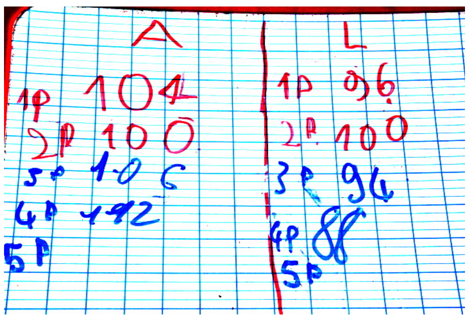
La joueuse de gauche a marqué 6 points. Son score est donc passé à 100+6 = 106 alors que celui de son adversaire est passé à 100-6 = 94 (et on vérifie que 106+94 = 200). Puis la joueuse de gauche a de nouveau gagné, mais de seulement 2 points, son score est donc passé à 106+2 = 108 alors que celui de son adversaire est passé à 94-2 = 92. On vérifie que 108+92 = 200.

Ici aussi les vérifications valident les scores calculés :



120+80 = 200 et 119+81 = 200 aussi. Noter que le score total 120 ne peut pas être obtenu dès la première partie. Cela supposerait que les pions noirs peuvent bouger 19 fois, or les deux pions noirs qui sont au début en ligne 2 ne peuvent avancer chacun au maximum que 4 fois (pour aller à la ligne 6) ce qui fait un total maximum de 8 mouvements pour ces deux pions. Et après cela la ligne 6 est occupée et les deux éventuels pions restants, même s'ils sont en ligne 1, ne peuvent à leur tour avancer qu'au maximum 4 fois chacun, ce qui fait un maximum de 4×4 = 16 mouvements possibles pour les noirs. De fait, il n'est pas certain que la configuration où les pions noirs sont revenus à leur position de départ alors qu'il n'y a plus aucun pion blanc, soit accessible en jouant normalement. Le nombre maximum constaté en fin de jeu est +10 (soit 11 points pour les noirs).

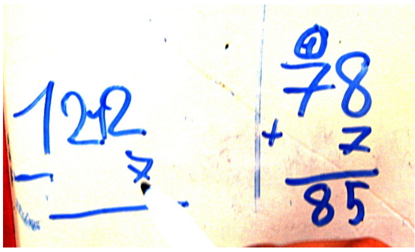
Ici aussi l'invariant valide les calculs successifs de scores :



4 parties ont été jouées entre A et L (notées 1p, 2p, 3p et 4p, la partie 5 n'étant pas encore jouée). On reconstitue l'historique de ces parties :

1. A a gagné de 4 points, son score est donc devenu 100+4 = 104 alors que celui de L est devenu 100-4 = 96 (vérification : 104+96 = 200).
2. L a gagné de 4 points, son score est donc devenu 96+4 = 100 et celui de A est devenu 104-4 = 100 (vérification 100+100 = 200).
3. A a gagné de 6 points. Son score est alors devenu 100+6 = 106 et celui de L est devenu 100-6 = 94 (vérification 106+94 = 200).
4. A a de nouveau gagné de 6 points. Son score est alors devenu 106+6 = 112 et celui de L est devenu 94-6 = 88 (vérification 112+88 = 200).

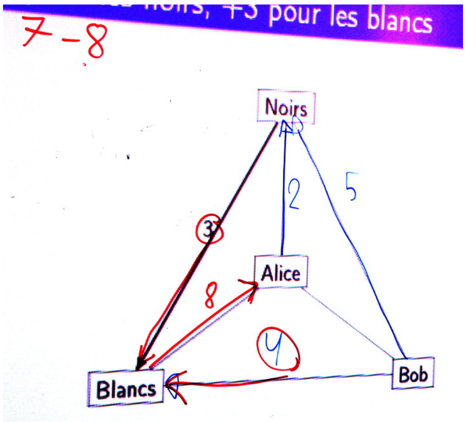
Cette partie de l'activité permet donc de mobiliser les connaissances et savoir-faire sur les additions et soustractions cumulées. Les calculs ont été effectués soit mentalement, soit sur l'ardoise :



On trouve des scores de 115 (soustraction à gauche) et 85 (addition à droite). On vérifie ensuite que 115+85 = 200 (on avait déjà vérifié que 122+78 = 200).

Préparation au tournoi

Les derniers exercices ont porté sur le calcul de flot dans un graphe : pour une table de 4 joueurs, le total des scores des joueurs est 400. Et chaque joueur devant jouer une fois contre chacun des 3 autres joueurs, il y a exactement 6 parties jouées sur la table. Chacune de ces parties est représentée par une arête d'un graphe comme celui-ci (les joueurs s'appellent Alice, Blancs, Bob et Noirs) :



Lorsqu'une partie est terminée, on représente les points transférés du perdant vers le gagnant, par une pointe de flèche du côté du gagnant et le nombre de points transférés écrit à côté de la flèche. Par exemple, les Blancs ayant gagné 3 points contre les Noirs, on met une pointe de flèche du côté des Blancs et on écrit 3 à côté de l'arête désormais orientée du graphe, pour représenter le transfert de 3 points depuis les Noirs vers les Blancs. La fin de la séance a consisté en exercices au tableau portant sur ces problèmes de flots dans le graphe :

- Les Noirs ont gagné 5 points contre Bob. Dessiner la flèche correspondante sur le graphe.
- On ajoute une flèche allant de Alice vers les Noirs, avec le nombre 2 à côté. Qu'est-ce que cela signifie concernant l'issue du jeu ?
- Bob a perdu contre les Blancs. Un pion blanc pouvait encore bouger 3 fois. Dessiner la flèche correspondante sur le graphe.
- Calculer le score final des Noirs (100+5+2-3 = 104)
- Alice a gagné 8 points contre les Blancs. Calculer le score final des Blancs (100+3+4-

8 = 99 ; noté en haut sous la forme 7-8 qui fait -1, et 100-1 = 99).

Conclusion

Les nombres sont très présents dans le jeu alquerkonane, à ceci près qu'ils sont d'emblée relatifs (ils peuvent être négatifs). Dans la classification de Vergnaud (pour le champ additif), on peut dire que

- L'addition de nombres de même signe que l'on voit lorsque plusieurs pions du gagnant peuvent encore bouger, est un problème partie-tout (à ceci près que certains pions ne peuvent aller que jusqu'à la ligne 5 si la ligne 6 est déjà occupée).
- L'addition de nombres de signes contraires (soustraction de nombres de même signe) relève plutôt de la comparaison.
- La mise à jour de scores est clairement un problème de changement d'état (l'état étant le score)

Serge Bayle

Alain Busser

Morgane Riboust

Patrick Schilli

IREM de La Réunion