

# Multiplication avec l'abaque de Gerbert en CE 2

Le jeudi 28 septembre 2023, dans la classe de CE2 b de l'école Aristide Briand, a été menée une expérimentation consistant à poser et effectuer des multiplications sur l'abaque de Gerbert. L'expérience avait déjà été menée l'année dernière en fin de CE2<sup>1</sup> et il avait alors été estimé que c'était trop tard dans l'année scolaire, la connaissance du calcul posé perturbant le déroulé de l'activité. Afin d'être certains que les élèves ne connaissent pas encore la multiplication posée, on a choisi le début d'année scolaire, mais en tout début, les élèves ne connaissent pas encore le principe de la multiplication. Il faudrait tenter l'expérience à un moment où les élèves savent déjà que  $4 \times 3$  est une abréviation pour  $3+3+3+3$  mais ne savent pas encore effectuer une multiplication posée (sauf par 10 ou 100).

## 23×4

Pour poser l'opération  $23 \times 4$ , on utilise des jetons<sup>2</sup>. Un jeton unique portant le chiffre 2 dans la colonne des dizaines, représente 2 dizaines soit vingt. Un jeton unique mais portant le chiffre 3 dans la colonne des unités, représente 3 :



Pour effectuer l'opération, on utilise le fait que  $23 \times 4$  est égal à la somme de  $20 \times 4$  et  $3 \times 4$ . On peut effectuer cette somme dans l'ordre qu'on veut, et le fait de commencer par  $20 \times 4$  permet d'avoir rapidement (avant d'avoir fini la multiplication) un ordre de grandeur du résultat. Dans le cas présent on a même la verbalisation du résultat :  $80+12$  se lit « quatre-vingt douze »<sup>3</sup>.

Les élèves ont en général préféré commencer par les unités, anticipant quelque peu le calcul écrit où la présence de retenues oblige à commencer par la droite :

1 Des élèves, maintenant en CM1, affirment n'avoir rien compris à l'abaque de Gerbert à l'époque. Ils ont d'ailleurs réclamé qu'on refasse l'activité dans leur classe de CM1 plutôt que d'en faire bénéficier les nouveaux de CE2...

2 © Gerbert d'Aurillac, fin du X<sup>e</sup> siècle.

3 « nonante deux » dans les pays où les maths sont plus faciles à apprendre.



Mais la multiplication de 3 par 4 pose un problème, parce qu'il n'existe pas de jeton 12 :

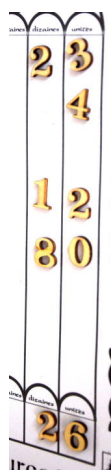


On aurait pu, à la place de ce jeton 12 inexistant, placer l'un en-dessous de l'autre (dans la colonne des unités) deux jetons 6. La numération décimale impose le choix d'un jeton 1 et un jeton 2 côte à côte mais la place manquante dans la colonne des unités, il faut bien à un moment réaliser que le jeton 1 représente une dizaine, et donc le placer correctement :



Les chiffres prédécoupés sont beaux (quoique fragiles) mais il est conseillé, avant de les utiliser,

d'en enlever les chiffres zéro, qui sont inutiles (et même encombrants) avec l'abaque de Gerbert. Sinon les élèves vont essayer de reproduire le calcul écrit avec l'abaque :



On voit que les produits partiels ont été « écrits » au milieu de l'abaque, et qu'il n'y a pas eu de groupements-échanges pour simplifier le résultat : celui-ci a été écrit en-dessous. On constate aussi une inversion des chiffres du résultat (le 2 dans la colonne des dizaines, le 9 – en plus, à l'envers – dans celle des unités) qui est peut-être une erreur de recopie depuis un autre groupe. En effet les élèves étaient en îlots suite à l'activité sur les réglettes Cuisenaire et il aurait mieux valu les regrouper par 2, tournés vers le tableau.

## 13×4

Un jardinier doit planter 4 rangées de 13 fleurs chacune. Combien de fleurs en tout doit-il commander ?

$13 \times 4$  est la somme de  $10 \times 4 = 40$  et de  $3 \times 4 = 12$ . Donc  $13 \times 4 =$  « quarante-douze » soit « cinquante deux » une fois qu'on a géré les retenues :



Il convient toutefois de ne pas confondre

- « quarante-douze » avec
- « quatre cents douze » :



Cet exemple montre que dans un premier temps, il vaut mieux ne pas mettre les produits partiels sur la même ligne. On place  $10 \times 4$  sur une ligne et  $3 \times 4$  sur une autre ligne, **avant** d'effectuer les additions-simplifications finales. Il aurait fallu commencer par passer du temps sur l'ergonomie de l'abaque de Gerbert pour faire une multiplication :

- tout en haut, les jetons (inamovibles) pour poser la multiplication,
- au milieu de l'abaque, les jetons à poser pour effectuer la multiplication (poser les produits partiels),
- tout en bas, après les additions-simplifications, on aligne à la fin les jetons représentant le produit.

Tout cela n'a pas été évident. En particulier, le chiffre des dizaines de  $3 \times 4 = 12$  a posé problème.

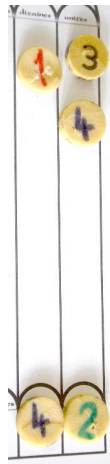
On réfléchit à l'endroit où on le pose avant de le poser :



On le rajoute tout en bas comme si c'était une retenue dans une multiplication posée :



On l'oublie purement et simplement :



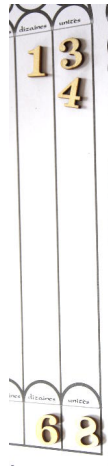
Certains élèves ont multiplié 12 au lieu<sup>4</sup> de 10, par 4 :



et ensuite ils ont additionné le 2 des unités avec les dizaines :

---

4 Cela peut s'expliquer par une dyslexie (le 12 est en-dessous du 4 et mieux visible que le 10 de tout en haut) de l'un d'entre eux mais ils devaient travailler par deux...



Ceci dit, certains élèves ont compris le principe de simplification, et ont remplacé les ④ dizaines et ① dizaine, par ⑤ dizaines, avant même de placer le ② des unités tout en bas :



Le résultat final 52 se lit déjà, même si ce n'est pas encore horizontalement.

En résumé, pour une multiplication, la partie haute de l'abaque porte les opérands (et ne change pas au cours du calcul, la partie du milieu est une sorte de brouillon sans gomme, et la partie basse porte le résultat du calcul, ce qui permet de voir quand on a fini : la partie du milieu est alors vide.

Pour mieux montrer cela, on a parfois tiré un trait de séparation<sup>5</sup> :

## 23×13



<sup>5</sup> Ce qui rend alors l'abaque inopérant pour des soustractions.

Dans la multiplication  $23 \times 13$ , il y a 4 produits partiels :

- $20 \times 10 = 200$
- $20 \times 3 = 60$
- $3 \times 10 = 30$
- $3 \times 3 = 9$

Mais comme on le voit ci-dessus, on peut aussi se rappeler qu'on avait déjà effectué  $23 \times 3 = 69$  auparavant et ne mettre que 3 produits partiels. Il y a même des élèves qui sont allés très près de la multiplication posée, en posant  $23 \times 3 = 69$  et  $23 \times 10 = 230$  directement sur l'abaque :



Remarque :  $23 \times 10$  a posé problème au début, avec un chiffre des centaines au placement hésitant :



Mais correction faite,

- le chiffre des centaines descend directement dans la case du bas,
- on remplace<sup>6</sup> les jetons ⑥ et ③ de la colonne des dizaines, par un ⑨ dans la même colonne, que l'on glisse du même coup vers le bas,
- on glisse le ⑨ des unités vers le bas :

<sup>6</sup> Une astuce : poser le ⑥ par-dessus le ③ et dire que la « dame » ainsi formée a la même valeur que le ⑨ par lequel on la remplace, soit quatre-vingt-dix (soixante plus trente).



## 223×13

On peut rapidement réinvestir avec  $223 \times 13$  puisque c'est la somme de  $200 \times 13 = 2600$  et de  $23 \times 13 = 299$ . Mais à ce stade, les élèves ont besoin de pratiquer et tendent à préférer appliquer la méthode, que les résultats :



## Conclusion provisoire

Une difficulté souvent rencontrée est liée à la verbalisation. Par exemple passer

- de  $1 \times 10 = 1$  dizaine, à  $4 \times 10 = 4$  dizaines
- de 4 dizaines, à 40

ou

- de  $3 \times 20$ , à  $3 \times 2$  dizaines,
- de  $3 \times 2$  dizaines, à 6 dizaines,
- de 6 dizaines, à 60,

a été souvent compliqué, parce qu'à cet âge la description des nombres (et en particulier les



« nombres ronds ») par des mots, n'est pas encore un automatisme.

La séance s'est déroulée trop tôt dans l'année scolaire, parce que les élèves n'avaient pas encore vu la multiplication comme addition itérée. S'il est important pour les élèves « kinesthésiques » de découvrir l'abaque de Gerbert avant la multiplication posée, il est également important de donner un sens à la multiplication, afin de permettre de voir le changement de cadre entre l'addition itérée et la multiplication.

Gerbert commençait par enseigner des multiplications de nombres à un seul chiffre significatif, comme 20 ou 300, pendant plusieurs jours, avant d'attaquer des multiplications plus complexes. Il aurait peut-être fallu imiter ce grand spécialiste de l'enseignement de la multiplication...

Alain Busser

Laetitia Bègue

Patrick Schilli

