

<http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article662>



# Calculateur d'intervalles de fluctuation asymptotiques

- Lycée et post-bac
- Probabilités et statistiques
- Calculateurs d'intervalles



Date de mise en ligne : samedi 8 juin 2013

---

Copyright © IREM de la Réunion - Tous droits réservés

---

Si l'échantillon est trop grand pour calculer en un temps raisonnable un [intervalle de fluctuation](#) (concrètement, au-delà de 1000), on le remplace par un intervalle de fluctuation asymptotique basé sur une approximation normale de la binomiale (valable pour  $N$  plus grand que 24,  $Np$  et  $Nq$  plus grands que 5)

Pour calculer un intervalle de fluctuation à 95%, entrer  $N$  (au moins 25) et  $p$  ; l'intervalle est calculé (arrondi à l'entier) et dessiné. On peut remplacer en bas de page, 95% par 90% ou 99%.

Le source, téléchargeable en bas d'article, est libre, sous licence MIT. Le script est en [JavaScript](#).

---

## La version vue en Seconde

En fait, le calcul d'intervalle de fluctuation simplifié du programme de Seconde est un très bon exercice d'algorithmique (entrée de données, affectations, affichage des résultats) [1]. Voici la version [CoffeeScript](#) qu'on peut tester sur [cet interpréteur en ligne](#) (cliquer sur « Try CoffeeScript », puis sur « Run ») :

```
N = parseInt prompt "entrer la taille de l'échantillon"
p = parseFloat prompt "entrer la probabilité de succès"
h = 1/Math.sqrt N
intervalle = "L'intervalle de fluctuation à 95% est [#p-h];#[p+h]"
alert interville Intervalles de fluctuation asymptotiques /* logiciel libre sous licence MIT auteur: Alain Busser
date: 7 juin 2013 */ var a=-1.96, b=1.96; var coef=Math.sqrt(2*Math.PI); var N=250, p=0.4, q=0.6; var mu=100; var
sigma=Math.sqrt(60); var odg=-1, pdec=10; var conf=0.95; var sech=96; var invCum={0.9:1.645, 0.95:1.96,
0.99:2.576} function arrondi(x,e){ var p10=Math.pow(10,e); return(Math.round(p10*x)/p10); } function
arrondi_inf(x,e){ var p10=Math.pow(10,e); return(Math.floor(p10*x)/p10); } function arrondi_sup(x,e){ var
p10=Math.pow(10,e); return(Math.ceil(p10*x)/p10); } function phi(x){ return Math.exp(-x*x/2)/coef; } function maj(){
N=parseInt(document.getElementById('entN').value); N=Math.max(N,25);
document.getElementById('entN').value=N; p=parseFloat(document.getElementById('entp').value);
p=Math.max(p,5/N); p=Math.min(p,1-5/N); document.getElementById('entp').value=p; q=1-p; mu=N*p;
sigma=Math.sqrt(N*p*q); conf=parseFloat(document.getElementById('entC').value); conf=Math.max(conf,0);
conf=Math.min(conf,1); document.getElementById('entC').value=conf;
document.getElementById('sorC').innerHTML=100*conf; odg=1-Math.round(Math.log(8*sigma)/Math.LN10);
pdec=Math.pow(10,-odg); var h=invCum[conf]*sigma; na=Math.round(Math.max(0,mu-h));
nb=Math.round(Math.min(mu+h,N)); a=(na-mu)/sigma; b=(nb-mu)/sigma;
document.getElementById("sora").innerHTML=na; document.getElementById("sorb").innerHTML=nb;
document.getElementById('sorN').innerHTML=N; document.getElementById('sorp').innerHTML=100*p;
sech=parseInt(document.getElementById('entS').value); sech=Math.max(sech,0); sech=Math.min(sech,N);
document.getElementById('entS').value=sech; var fech=sech/N;
document.getElementById('sorf').innerHTML=100*fech; document.getElementById("sorS").innerHTML=sech;
if((na<=sech) && (sech<=nb)){ document.getElementById("sorV").innerHTML="acceptée";
document.getElementById('sorIn').innerHTML="est"; } else {
document.getElementById("sorV").innerHTML="refusée"; document.getElementById('sorIn').innerHTML="n' est
pas"; } remplir1(); } function remplir1(){ var ctx1=document.getElementById('can1'); if (ctx1.getContext){ var
ctx1=ctx1.getContext('2d'); ctx1.fillStyle="White"; ctx1.fillRect(0,0,400,240); ctx1.strokeStyle="Blue";
ctx1.fillStyle="Cyan"; ctx1.beginPath(); ctx1.moveTo(0,220); for(x=1;x<=200+50*a;x++){
```

```
ctx1.lineTo(x,220-500*phi((x-200)/50)); } ctx1.lineTo(x,220); ctx1.lineTo(0,220); ctx1.fill(); ctx1.stroke();
ctx1.strokeStyle="Red"; ctx1.fillStyle="Orange"; ctx1.beginPath(); ctx1.moveTo(200+50*a,220);
for(x=200+50*a;x<=200+50*b;x++){ ctx1.lineTo(x,220-500*phi((x-200)/50)); } ctx1.lineTo(200+50*b,220);
ctx1.lineTo(200+50*a,220); ctx1.fill(); ctx1.stroke(); ctx1.strokeStyle="Blue"; ctx1.fillStyle="Cyan";
ctx1.beginPath(); ctx1.moveTo(200+50*b,220); for(x=200+50*b;x<=400;x++){
ctx1.lineTo(x,220-500*phi((x-200)/50)); } ctx1.lineTo(400,220); ctx1.lineTo(200+50*b,220); ctx1.fill();
ctx1.stroke(); ctx1.strokeStyle="Green"; if(document.getElementById('dessG').checked){ ctx1.beginPath(); var
xech=sech-mu; xech/=sigma; xech*=50; xech+=200; ctx1.moveTo(xech,220); ctx1.lineTo(xech,20);
ctx1.stroke(); } ctx1.strokeStyle="Blue"; ctx1.fillStyle="Magenta"; ctx1.beginPath(); for(var
xg=arrondi_sup(mu-4*sigma,odg);xg<=arrondi_inf(mu+4*sigma,odg);xg=arrondi(xg+pdec,odg)){ x=(xg-mu)/sigma;
x=x*50+200; ctx1.moveTo(x,220); ctx1.lineTo(x,225); ctx1.fillText(xg.toString(),x-5,235); }
ctx1.moveTo(0,220); ctx1.lineTo(400,220); ctx1.stroke(); } } canvas { border: 1px solid black; } input { width:
8em; } #sora, #sorb, #sorC { color: Maroon; font-weight: bold; } Intervalles de fluctuation asymptotiques
```

Dans un échantillon de taille  $n=$  , la probabilité de succès est  $p=$  .

Un intervalle de fluctuation asymptotique (pour le nombre de succès) à 95% est [85; 115].

## Utilisation pour une prise de décision

Si, dans un échantillon de taille 400, le nombre de succès est (ce qui veut dire que la fréquence des succès dans l'échantillon est 36 %), l'hypothèse selon laquelle la fréquence de succès dans l'ensemble de la population est égale à 40 % est acceptée car 90 est dans l'intervalle de fluctuation asymptotique.

dessiner le nombre de succès dans l'échantillon

Seuil: 0.9 0.95 0.99

---

## En Seconde

L'utilisation de l'intervalle de fluctuation pour prendre une décision est également intéressante de Seconde, comme exercice d'algorithmique (cette fois-ci, avec un test  $\hat{A}$  « if...then...else  $\hat{A}$  ») :

```
N = parseInt prompt "entrer la taille de l'échantillon"
p = parseFloat prompt "entrer la probabilité de succès"
h = 1/Math.sqrt N

nombreSuccès = prompt "entrer le nombre de succès constaté dans l'échantillon"
f = nombreSuccès/N
if p-h
alert "hypothèse acceptée"
else
alert "hypothèse refusée"
```

[1] et même en Terminale, les élèves apprécient d'écrire un algorithme sans boucle, ça les repose