

BINAIRE L'Arithmétique *binnaire* est une nouvelle sorte d'Arithmétique que M. Leibnitz fonda sur la progression la plus courte & la plus simple ; c'est celle qui se termine à deux chiffres. Le fondement de toute notre Arithmétique ordinaire étant purement arbitraire, il est permis de prendre un autre progression, qui nous donne une autre Arithmétique. On a voulu que la suite première & fondamentale des nombres allât jusqu'à dix, &c. que la suite infinie des nombres fût une suite infinie de dixaines : mais il est visible que d'avoir étendu la suite fondamentale des nombres jusqu'à dix, ou de ne l'avoir pas étendue plus loin ; c'est une institution qui eût pu être différente ; & même il paroît qu'elle a été faite assez au hasard par les peuples, & que les Mathématiciens n'ont pas été consultés : car ils auroient pu aisément établir quelque chose de plus commode. Par exemple, si l'on eût poussé la suite des nombres jusqu'à douze, on y eût trouvé sans fraction des tiers & des quarts, qui ne sont pas dans dix. Les nombres ont deux sortes de propriétés, les unes essentielles, les autres dépendantes d'une institution arbitraire, & de la manière de les exprimer. Que les nombres impairs toujours ajoutés de suite, donnent la suite naturelle des carrés ; c'est une propriété essentielle à la suite infinie des nombres, de quelque manière qu'on l'exprime. Mais que dans tous les multiples de 9, les caractères qui les expriment additionnés ensemble, rendent toujours neuf, ou un multiple de neuf, moindre que celui qui a été proposé ; c'est une propriété qui n'est nullement essentielle au nombre 9, & qu'il n'a que par ce qu'il est le pénultième nombre de la progression décuple qu'il nous a plu de choisir. Si l'on eût pris la progression de douze, le nombre 11 auroit eu la même propriété ; ainsi dans toute l'*arithmétique binnaire*, il

n'y auroit que deux caractères 1 & 0.

Le zéro auroit la puissance de multiplier tout par deux, comme dans l'Arithmétique ordinaire il multiplie tout par dix. 1 seroit *un* ; 10, *deux* ; 11, *trois* ; 100, *quatre* ; 101, *cinq* ; 110, *six* ; 111, *sept* ; 1000, *huit* ; 1001, *neuf* ; 1010, *dix*, &c. ce qui est entièrement fondé sur les mêmes principes, que les expressions de l'Arithmétique commune. Il est vrai que celle-ci seroit très incommode par la grande quantité de caractères dont elle auroit besoin, même pour de très-petits nombres. Il lui faut par exemple quatre caractères pour exprimer huit, que nous exprimons par un seul. Aussi M. *Leibnitz* ne vouloit-il pas faire passer son Arithmétique dans un usage populaire ; il prétendoit seulement que dans les recherches difficiles, elle auroit des avantages que l'autre n'a pas, & qu'elle conduiroit à des spéculations plus élevées. Le P. Bouvet, Jésuite, célèbre missionnaire de la Chine, à qui M. *Leibnitz* avoit écrit l'idée de son *arithmétique binnaire*, lui manda qu'il étoit très persuadé que c'étoit-là le véritable sens d'une ancienne énigme Chinoise, laissée il y a plus de 4000 ans, par l'empereur *Fohi*, fondateur des Sciences à la Chine, aussi bien que de l'empire, entendue apparemment dans son siècle, & plusieurs siècles après lui ; mais dont il étoit certain que l'intelligence s'étoit perdue depuis plus de 1000 ans, malgré les recherches & les efforts des plus savans *lettrés*, qui n'avoient vû dans ce monument, que des allégories puériles & chimériques. Cette énigme consiste dans les différentes combinaisons d'une ligne entière, & d'une ligne brisée, répétées un certain nombre de fois, soit l'une, soit l'autre. En supposant que la ligne entière signifie 1, & la brisée 0, on trouve les mêmes expressions des nombres, que donne l'*Arithmétique binnaire*.

La conformité des combinaisons des deux

lignes de *Fohi*, & des deux uniques caracteres de l'Arithmétique de M. *Leibnitz*, frappa le P. Bouvet, & lui fit croire que *Fohi* & M. *Leibnitz* avoient eu la même pensée. Nous devons cet article à M. Formey, qui l'a tiré de l'histoire de l'Académie des Sciences de Paris, année 1702. Voyez ÉCHELLES ARITHMÉTIQUES, au mot ARITHMÉTIQUE. Cette arithmétique seroit, comme on vient de le dire, peu commode : il faudroit trop de caracteres pour exprimer d'assez petits nombres. Cependant si le lecteur est curieux d'avoir une méthode pour trouver dans cette arithmétique la valeur d'un nombre donné, ou pour exprimer un nombre quelconque, la voici en peu de mots. On commencera par faire une table des différentes puissances de 2, sçavoir 2^0 ou 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, &c. que l'on poussera le plus loin qu'il sera possible : cela posé,

Soit donné par exemple le nombre 110101, dont on veut savoir la valeur, comme ce nombre a six chiffres, je prends la sixieme puissance de 2, qui est 32, & qui sera représenté par le chiffre 1, qui est le plus à gauche ; le chiffre suivant 1 indiquera la 5^e puissance 16 ; le chiffre suivant 0 ne donnera rien ; le chiffre suivant 1 indiquera la 3^e puissance, c'est-à-dire 4 ; le chiffre suivant 0 ne donnera rien ; enfin le dernier chiffre 1 donnera 1 : ainsi le nombre proposé équivaut à la somme des nombres 32, 16, 4, 1, c'est-a-dire 53 ; & ainsi des autres. Présentement je suppose qu'on veuille exprimer le nombre 230 par l'*arithmétique binaire*, je cherche d'abord la plus grande puissance de 2 contenue dans 230, c'est 128 ; & comme 128 est la 8^e puissance de 2, je vois que le nombre 230 exprimé comme on le desire aura 8 chiffres. Je mets donc
 o 1 pour le premier chiffre à gauche ;
 j'ôte 128 de 230, il me reste 102 ; & comme 64, qui est la puissance de 2 qui suit immédiatement 128, se trouve dans 102, cela me fait voir que je dois encore mettre
 o 1 à la seconde place à gauche :
 je retranche 64 de 102, il me reste 38 ; or

32 qui est la puissance de 2 après 64, est encore dans 38 ; ainsi je mets
 o 1 à la 3^e place à gauche :
 je retranche 32 de 38, il me reste 6 ; or 16 qui est la puissance après 32, n'est point dans 6 ; je mets donc
 o 0 à la 4^e place :
 je retranche 8 de 6 ; & comme il n'y est pas, je mets encore
 o 0 à la 5^e place :
 je retranche 4 de 6, ce qui me donne
 o 1 à la 6^e place :
 enfin il me reste 2, qui s'exprimera par
 o 1 à la 7^e place ;
 & comme il ne reste rien, on aura
 o 0 à la 8^e place :
 donc 230 sera exprimé par

11100110

Il est visible qu'à l'imitation de cette arithmétique on peut en imaginer une infinité d'autres, ou les nombres seront exprimés par plus ou moins de chiffres. Voyez ARITHMÉTIQUE & ECHELLES ARITHMÉTIQUES

Soit en général, n le nombre de caracteres d'une arithmétique quelconque, en sorte que 0, 1, 2, ... $n - 1$ soient ces caracteres ; & soit proposé de trouver la valeur d'un nombre quelconque par exemple $bcdef$, exprimé avec les caracteres de cette arithmétique, on aura $bcdef = b \times n^4 + c \times n^3 + d \times n^2 + e \times n + f$, & ainsi des autres.

Si on veut exprimer un nombre quelconque A par cette même arithmétique, soit n^p la plus grande puissance de n contenue dans A , soit divisé A par n^p ; soit a le quotient & le reste r , soit ensuite divisé r par n^{p-1} , b le quotient & le reste s ; soit ensuite divisé s par n^{p-2} , le quotient c , & le reste q ; & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on arrive à un reste K , qui soit ou 0 ou moindre que n , on aura $A = a \dots K$, & le nombre des chiffres sera $p + 1$ &c. Voyez *Mem. acad. 1741*, une méthode de M. de Buffon pour faire ce calcul par les logarithmes. (O)