

VII. Annexe 1

QUESTIONNAIRE

Les mathématiques me paraissent ...

| | | très | Assez | un peu | pareil | un peu | assez | très | |
|----|-------------------|------|-------|-----------|--------|-----------|-------|------|----------------|
| 1 | utiles | | | | | | | | inutiles |
| 2 | repoussantes | | | | | | | | attirantes |
| 3 | faciles | | | | | | | | difficiles |
| 4 | imposées | | | | | | | | choisies |
| 5 | infaisables | | | | | | | | faisables |
| 6 | proches de la vie | | | | | | | | loin de la vie |
| 7 | désordonnées | | | | | | | | ordonnées |
| 8 | éloignées | | | | | | | | proches |
| 9 | dangereuses | | | | | | | | sécurisantes |
| 10 | petites | | | | | | | | grandes |
| 11 | exigeantes | | | | | | | | indulgentes |
| 12 | puissantes | | | | | | | | impuissantes |
| 13 | destructrices | | | | | | | | constructrices |
| 14 | fermées | | | | | | | | ouvertes |
| 15 | fragiles | | | | | | | | solides |
| 16 | obscur | | | | | | | | éclairantes |
| 17 | mauvaises | | | | | | | | bonnes |
| 18 | sournoises | | | | | | | | franches |

Devant un problème de mathématiques, ...

| | Devant un problème de mathématiques, ... | Je ne suis pas du tout d'accord | Je ne suis pas trop d'accord | Je n'ai pas d'opinion | Je suis assez d'accord | Je suis tout à fait d'accord |
|----|---|---------------------------------|------------------------------|-----------------------|------------------------|------------------------------|
| 19 | J'ai l'impression qu'il y a une barrière que je ne peux pas franchir | | | | | |
| 20 | Les difficultés que je rencontre dans un problème sont comme un mur que je dois défoncer pour pouvoir aller plus loin | | | | | |
| 21 | Je me dis souvent que je n'y arriverai pas | | | | | |
| 22 | J'ai l'impression de construire quelque chose en faisant un problème | | | | | |
| 23 | Au début, j'ai l'impression d'être devant un trou noir | | | | | |
| 24 | Si je ne trouve pas, je me sens comme vaincu | | | | | |
| 25 | Quand je trouve quelque chose, j'ai l'impression de combler un trou, un manque | | | | | |
| 26 | Devant un problème j'ai rapidement envie d'abandonner | | | | | |
| 27 | Si je trouve tout de suite, j'ai en moi un sentiment de paix | | | | | |
| 28 | Les questions sont comme des pièges que je dois déjouer pour ne pas « être eu » | | | | | |
| 29 | Au cours d'un problème, il m'arrive assez souvent de paniquer | | | | | |

Question : Pour toi, qu'est-ce qu'un problème en mathématiques ?

.....

Pour moi, faire des mathématiques...

| | Pour moi, faire des mathématiques, ... | Je ne suis pas du tout d'accord | Je ne suis pas trop d'accord | Je n'ai pas d'opinion | Je suis assez d'accord | Je suis tout à fait d'accord |
|-----------|--|--|---|--------------------------------------|---------------------------------------|---|
| 30 | C'est faire quelque chose de fondamental qui est à la base de tout le reste | | | | | |
| 31 | Cela ne représente rien | | | | | |
| 32 | C'est souvent suivre un chemin tracé | | | | | |
| 33 | C'est faire quelque chose qu'on nous dit de faire et qu'on répète un peu comme une machine | | | | | |
| 34 | C'est assimiler un certain nombre de connaissances | | | | | |
| 35 | C'est faire quelque chose qui me paraît à moi infaisable | | | | | |
| 36 | C'est découvrir, à chaque instant, quelque chose de nouveau | | | | | |
| 37 | C'est faire quelque chose d'obligatoire, d'imposé. | | | | | |
| 38 | C'est une façon de discipliner mon esprit | | | | | |
| 39 | C'est rencontrer beaucoup d'occasions de me sentir bête | | | | | |
| 40 | C'est essayer d'établir des liens entre différentes choses | | | | | |

| | Que penses-tu des phrases suivantes ? | Je ne suis pas du tout d'accord | Je ne suis pas trop d'accord | Je n'ai pas d'opinion | Je suis assez d'accord | Je suis tout à fait d'accord |
|----|--|--|-------------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|
| 41 | En maths, il n'y a pas de place pour la personnalité tout ce que l'on fait, un autre l'a fait, tout est prévu | | | | | |
| 42 | Les mathématiques sont un moyen d'avoir un métier intéressant | | | | | |
| 43 | Les mathématiques nous rappellent surtout ce qui nous manque, ce que nous ne savons pas | | | | | |
| 44 | Les mathématiques sont un moyen d'avoir une personnalité forte | | | | | |
| 45 | Les mathématiques apportent la joie de créer quelque chose | | | | | |
| 46 | Les mathématiques apportent un autre univers dans lequel je suis à l'aise | | | | | |
| 47 | Les mathématiques apportent surtout l'occasion d'avoir de mauvaises notes | | | | | |
| 48 | Les mathématiques permettent d'acquérir un certain équilibre de caractère | | | | | |
| 49 | Les mathématiques permettent d'avoir un raisonnement sûr | | | | | |
| 50 | Quand on est plongé dans les mathématiques on en sort difficilement. C'est pourquoi il ne faut pas en faire trop | | | | | |
| 51 | On est bon ou on n'est pas bon en maths ; il n'y a rien à faire, on ne peut rien y changer | | | | | |
| 52 | Faire des maths réduit tout, enlève la poésie des choses | | | | | |
| 53 | Ceux qui font des mathématiques risquent parfois de n'avoir plus les pieds sur terre | | | | | |
| 54 | En mathématiques, on sait ou on ne sait pas | | | | | |

| | Que penses-tu des phrases suivantes ? | D'accord Oui Vrai | Pas d'accord Non Faux | Je n'ai pas d'opinion |
|----|--|----------------------------------|--|----------------------------------|
| 55 | C'est utile de résoudre des problèmes | | | |
| 56 | Je déteste résoudre des problèmes | | | |
| 57 | En général les problèmes sont faciles | | | |
| 58 | Les problèmes me font peur | | | |
| 59 | J'aime résoudre les problèmes de math | | | |
| 60 | Quand je fais des maths, je construis des choses | | | |
| 61 | Je déteste les maths | | | |
| 62 | Les maths sont ennuyeuses | | | |
| 63 | Quand je fais des maths, je crée des choses | | | |
| 64 | Les problèmes me laissent froid | | | |
| 65 | Parfois je bute sur un problème | | | |
| 66 | Les maths, ça permet de se détendre | | | |
| 67 | Quand je résous des problèmes, je trouve la paix | | | |
| 68 | Parfois les problèmes sont difficiles à résoudre | | | |
| 69 | Quand je résous des problèmes, je me sens en sécurité | | | |
| 70 | Ca ne sert à rien de résoudre des problèmes | | | |
| 71 | J'ai du plaisir à résoudre des problèmes | | | |
| 72 | Parfois je ne peux pas résoudre des problèmes | | | |
| 73 | Parfois les problèmes m'énervent | | | |
| 74 | Parfois je suis perdu quand je résous un problème | | | |
| 75 | Les problèmes sont ennuyeux | | | |
| 76 | Résoudre un problème, c'est comme un combat | | | |
| 77 | Je panique quand je dois résoudre certains problèmes | | | |
| 78 | J'aime les maths | | | |
| 79 | Quand je résous des problèmes, parfois je me sens incapable | | | |
| 80 | J'aime lire les problèmes de maths | | | |
| 81 | Quand je dois résoudre des problèmes, parfois je ne sais pas | | | |
| 82 | Parfois je me sens bloqué (e) | | | |
| 83 | Je suis attiré(e) par les maths | | | |
| 84 | Un problème c'est comme une barrière | | | |

| | | Oui | Non | Sans opinion |
|-----|--|-----|-----|--------------|
| 85 | En maths il faut assimiler des idées | | | |
| 86 | Je préfère les problèmes faciles à résoudre | | | |
| 87 | Résoudre des problèmes, c'est travailler | | | |
| 88 | Quand je résous des problèmes, je me sens obligé(e) de répondre | | | |
| 89 | Quand je résous un problème, je dois lutter | | | |
| 90 | Quand je résous des problèmes, je me sens prisonnier | | | |
| 91 | En maths je découvre des choses | | | |
| 92 | Les maths me rendent curieux | | | |
| 93 | J'aime comprendre en maths | | | |
| 94 | J'aime chercher en maths | | | |
| 95 | Quand je résous des problèmes, je me sens libre | | | |
| 96 | Quand je fais des maths je fais travailler mon imagination | | | |
| 97 | Quand je fais des maths, je plonge dans un autre monde | | | |
| 98 | En maths il faut digérer des choses | | | |
| 99 | Quand je résous un problème, je me sens comme un vainqueur | | | |
| 100 | Les maths, c'est sérieux | | | |
| 101 | Les maths, c'est amusant, rigolo | | | |
| 102 | Les maths, c'est plus difficile que les autres disciplines | | | |
| 103 | J'aime faire des problèmes de maths à la maison | | | |
| 104 | C'est important de trouver rapidement la solution d'un problème | | | |
| 105 | Le plus important c'est le résultat, pas comment on l'a trouvé | | | |
| 106 | J'aime trouver les réponses aux problèmes avant mes camarades | | | |
| 107 | J'aime les problèmes qui me font réfléchir longtemps | | | |
| 108 | Mes maths c'est important à cause des notes | | | |
| 109 | Quand je fais des maths, j'ai l'impression de jouer | | | |
| 110 | J'aime quand je trouve facilement la solution | | | |
| 111 | Parfois quand je n'ai pas trouvé la solution d'un problème à l'école, je continue à chercher le problème à la maison tout seul | | | |
| 112 | J'espère que je continuerai à faire des maths au collège | | | |
| 113 | Les maths permettent de lier des idées entre elles | | | |
| 114 | Je déteste les problèmes de math | | | |

VIII. Annexe 2

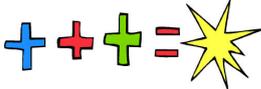
| | |
|---|---|
| <u>Domaine</u> : MATHÉMATIQUES | Cycle 3 CM2 |
| <u>Titre de la séance</u> : « Somme et différence de deux nombres » | |
| <u>Objectifs</u> : Mise en oeuvre de stratégies de tâtonnement pour trouver une solution <ul style="list-style-type: none"> - faire des essais par écrit « pour voir » - émettre et tester une hypothèse - contrôler qu'une solution proposée vérifie les contraintes de l'énoncé - expliquer à l'oral sa démarche de résolution : <i>i.e.</i> « comment l'élève a fait pour trouver » |  |
| <u>Compétences de fin de cycle travaillées</u> : <ul style="list-style-type: none"> - chercher et produire une solution originale dans un problème de recherche - contrôler et discuter la pertinence ou la vraisemblance d'une solution - formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit et les exposer oralement | |
| <u>Compétence spécifique</u> : participer à un débat et échanger des arguments à propos de la validité d'une solution | |

MATÉRIEL: feuilles de recherche

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

| Phases | Rôle du maître | Activité des élèves |
|---|---|---|
| <i>Appropriation du problème et début de résolution</i> | Consigne : « Trouvez deux nombres tels que leur somme soit égale à 49 et leur différence soit égale à 3 » | Recherche individuelle puis discussion collective des solutions. |
| <i>Recherche et mise en commun</i> | Même problème pour la somme $S=43$ et la différence $D=17$ (puis $S=38$ et $D=16$) Consigne : « Expliquez par écrit comment vous avez fait pour trouver les deux nombres ». | Les élèves réalisent des essais qui vont dans le bon sens. Ils font un essai où une des deux conditions est satisfaite et constatent un écart avec la deuxième contrainte. Ils réalisent un deuxième essai pour lequel l'écart sur la deuxième contrainte diminue. Ainsi, de proche en proche, ils aboutissent au résultat cherché. |
| | Même problème pour $S=40$ et $D=6$, puis $S=73$ et $D=9$. Réinvestissement des méthodes présentées précédemment lors de la mise en commun. | Les élèves expliquent par écrit comment ils font pour trouver en notant leurs essais. |
| <i>Étude d'un cas sans solution</i> | Même problème pour $S=32$ et $D=7$. Si certains élèves pensent qu'il n'y a pas de solution, ils doivent expliquer par écrit pourquoi. | Les élèves émettent des hypothèses sur une propriété générale des cas impossibles. Formulation individuelle de preuve. |
| | Puis ils recherchent d'autre cas où il n'y a pas de solution. L'enseignant recopie les propositions au tableau. Débat sur leur validité. Proposition : cas impossible pour S impaire et D paire. Synthèse des formulations de preuve. | |

IX. Annexe 3

| | |
|---|---|
| <u>Domaine</u> : MATHÉMATIQUES | Cycle 3, CM2 |
| <u>Intitulé de la séance</u> : « Les trois nombres qui se suivent » |  |
| <p><u>Objectifs</u> : Mise en oeuvre de stratégies de tâtonnement pour trouver une solution</p> <ul style="list-style-type: none"> - faire des essais par écrit « pour voir » - vérifier qu'une solution proposée vérifie les contraintes de l'énoncé - expliquer à l'oral sa démarche de résolution : <i>i.e.</i> « comment l'élève a fait pour trouver » | |
| <p><u>Compétences de fin de cycle travaillées</u> :</p> <ul style="list-style-type: none"> - chercher et produire une solution originale dans un problème de recherche - mettre en oeuvre un raisonnement, articuler les différentes étapes d'une solution - contrôler et discuter la pertinence ou la vraisemblance d'une solution - formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit et les exposer oralement | |
| <p><u>Compétence spécifique</u> : participer à un débat et échanger des arguments à propos de la validité d'une solution</p> | |

MATÉRIEL: feuilles de recherche

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

| Phases | Rôle du maître | Activité des élèves |
|----------------------------------|---|---|
| <i>Appropriation du problème</i> | <p><i>Mise en situation</i> J'écris « $5+6+7=$ » et je demande le résultat aux élèves. Ensuite je leur demande ce qu'ont de particulier 5, 6 et 7. « Maintenant je vais vous donner la somme de trois nombres qui se suivent. Il faudra trouver trois nombres qui se suivent qui, additionnés, donnent cette somme. »</p> <p><i>Consigne pour la première recherche</i> « Trouvez trois nombres qui se suivent dont la somme est 96. Vous écrivez tous les calculs que vous faites. La feuille est votre brouillon, n'effacez pas les essais. Ensuite il faudra expliquer comment vous avez trouvé »</p> <p>Au besoin, rappel des contraintes : la somme doit faire 96 et les trois nombres doivent se suivre.</p> <p><i>Mise en commun</i> Présentation de différentes méthodes par les élèves.</p> | <p>Réponse attendue : la somme est 18. Ce sont trois nombres qui se suivent.</p> <p>Les élèves commencent par une recherche individuelle.</p> <p>Exemples de démarches attendues :</p> <ul style="list-style-type: none"> - 90, c'est 3×30 et $6=1+2+3$, donc les trois nombres sont 31, 32, 33 - certains élèves peuvent trouver immédiatement le triplet (1,2,3) puis faire de nombreux essais - d'autres peuvent proposer $32+32+32 = 96$ et constater que leurs nombres ne se suivent pas mais ils peuvent avoir des difficultés à effectuer les ajustements nécessaires - des élèves peuvent trouver des |

| | | |
|---|---|---|
| | <p><i>Deuxième cas : la somme est égale à 354</i></p> <p>Consigne : « Rechercher trois nombres qui se suivent dont la somme est 354. »</p> <p>Intervenir le cas échéant individuellement pour signaler les incohérences de certaines démarches :</p> <ul style="list-style-type: none"> - non respect des contraintes - essais désordonnés sans prise en compte des essais antérieurs - essais qui ne vont pas dans le bon sens. <p><i>Mise en commun</i></p> <p>Les élèves expliquent leur stratégie oralement et les comparent aux autres.</p> | <p>résultats voisins comme $29+30+31 = 90$, mais ne pas savoir ensuite dans quel sens aller.</p> <p>Recherche par binôme pour les élèves qui le souhaitent pour aider au contrôle du respect des contraintes et à l'organisation des essais.</p> <p>Les élèves doivent faire moins d'essais au hasard :</p> <ul style="list-style-type: none"> - essayer des suites autour de 100 (exemple : $120+121+122 = 363$), constater que c'est trop grand et faire des essais en diminuant les nombres - essayer d'obtenir 4 comme chiffre des unités en additionnant trois nombres de 1 chiffre qui se suivent : avec 7,8,9, on obtient 24. <p>Ensuite, on peut observer plusieurs stratégies de gestion d'addition à trois chiffres afin d'obtenir dans l'addition finale 5 en chiffre des dizaines et 3 en chiffre des centaines, par exemple :</p> $\begin{array}{r} - - 7 \\ + - - 8 \\ + - - 9 \\ \hline 354 \end{array}$ <ul style="list-style-type: none"> - poser $7+8+9 = 24$, puis voir qu'il manque 3 dizaines pour obtenir les 5 dizaines de 354, on répartit 1 dizaine pour chacun des trois nombres qui se suivent, ensuite on complète par 1 en chiffre des centaines pour obtenir les 3 centaines de 354. D'où le résultat : 117, 118, 119. - poser $7+8+9 = 24$, et essayer avec les plus grands nombres de 2 chiffres possibles : $97+98+99 = 294$ qui est inférieur à 354 alors on essaie avec 3 nombres plus grands : $107+108+109 = 324$ toujours inférieur au résultat demandé etc. - remarquer que $3 \times 100 = 300$, et que $3 \times 18 = 54$, et effectuer $17+18+19 = 54$, ce qui donne la solution 117, 118, 119. |
| <p><i>Explicitation des propriétés qui permettent de trouver ou</i></p> | <p><i>Objectif</i> : découvrir qu'il n'est pas toujours possible de trouver 3 nombres qui se suivent correspondant à une somme donnée.</p> <p><i>Consigne</i> : « Cherchez 3 nombres qui se suivent</p> | |

| | | |
|---|---|---|
| <p><i>non une solution</i></p> | <p>dont la somme est égale à 25 » (pas de solution), « puis à 45 » (une solution).</p> <p><i>Mise en commun</i> Pour 25, faire constater que les propositions éventuelles de solutions ne respectent pas les contraintes. Des élèves peuvent alors émettre l'idée qu'il n'y a pas de solution dans ce cas particulier.</p> <p>Dresser un tableau des procédures effectivement utilisées par les élèves de manière à mettre en évidence la multiplicité voire l'originalité des façons de faire.</p> <p><i>Objectif</i>: amener les élèves à formuler des propositions apportant la preuve que l'on ne peut pas trouver 3 nombres qui se suivent dont la somme soit égale à 25.</p> <p><i>Consigne</i>: « Expliquez pourquoi il n'y a pas de solution pour 25. » Relevé des différentes productions.</p> <p><i>Mise en commun</i> Classement des propositions de preuve : - des propositions imprécises pour lesquelles il faudra demander une reformulation - des propositions affirmant des propriétés fausses - des propositions affirmant une propriété vraie pour le nombre mais qui ne constitue pas un argument. Par exemple, l'élève peut dire « 25 est impair », ce qui est vrai mais on ne peut pas dire « Il n'existe pas 3 nombres qui se suivent dont la somme est 25 parce que 25 est impair. » puisque l'on a trouvé 3 nombres qui se suivent dont la somme est égale à 45 qui lui aussi est un nombre impair. - des propositions vraies apportant la preuve par exhaustivité, que l'on ne peut pas trouver 3 nombres qui se suivent dont la somme est égale à 25. On vérifie : $6+7+8 = 21$, $7+8+9 = 24$, $8+9+10 = 27$. Etant donné que : $24 < 25 < 27$, il n'y a pas de solution pour la somme égale à 25.</p> | <p>Recherche individuelle</p> <p>Réponse attendue: Pour 45, il y a une solution : 14, 15, 16.</p> |
| <p><i>Mise en commun des propositions puis synthèse</i></p> | <p>On a vu qu'il n'était pas possible de trouver trois nombres qui se suivent dont la somme est 25. Comment savoir si un nombre est la somme de trois nombres qui se suivent ?</p> <p><i>Mise en commun</i> Objectif : permettre la formulation des propositions se dégageant des exemples, puis de critiquer ou de justifier ces propositions.</p> <p>Lister les différentes propositions et les faire critiquer : - Les propositions mal formulées sont écartées ou précisées, - Les propositions affirmant des propriétés fausses sont rejetées, - Les propositions affirmant une propriété vraie mais ne constituant pas une preuve sont aussi rejetées. Mise en évidence de contre-exemples qui mettent en défaut une propriété avancée.</p> | <p>Les élèves en général fournissent des exemples de sommes possibles plutôt qu'une propriété de la somme de 3 nombres qui se suivent: - beaucoup partent de triplés de nombres en calculant leur somme et entourent les résultats obtenus comme réponse à la question posée - certains prennent des triplés de nombres petits puis de nombres grands pour se prouver que les sommes peuvent être dans n'importe quel domaine numérique. - d'autres partent de triplés successifs : $15+16+17 = 48$, $16+17+18=51$, $17+18+19=54$ de façon méthodique. Cette</p> |

| | | |
|--|--|---|
| | <p>La preuve par exhaustivité est acceptée.</p> <p>À ce moment, des élèves pourront formuler des remarques sur le fait que les nombres trouvés vont de trois en trois, ou sont multiples de 3 en observant les résultats lors des calculs précédents.</p> <p>Exploitation des recherches des élèves pour les amener à énoncer une règle générale. Affichage de leurs solutions: $16+17+18 = 51$, $17+18+19 = 54$, $18+19+20 = 57...$ Que peut-on dire de ces solutions ?</p> <p>Le maître demande ensuite si l'on saurait reconnaître un nombre qui soit la somme de 3 nombres qui se suivent, en proposant éventuellement un exemple : « Est-ce que 92 est la somme de 3 nombres qui se suivent ? »</p> <p>Pourquoi les nombres vont-ils de 3 en 3 ? Pourquoi sont-ils des multiples de 3 ?</p> <p>En prolongement, chercher les 3 nombres qui se suivent dont la somme est égale à 999.</p> | <p>méthode conduit certains élèves à remarquer que les sommes vont de 3 en 3 et à ne plus écrire que les résultats des sommes.</p> <p>Les élèves expriment le fait qu'elles vont de 3 en 3. La référence aux multiples de 3 ou à la table de 3 apparaît lorsqu'au tableau figurent des exemples inférieurs à 30.</p> <p>Certains peuvent proposer de partir de 57 et d'augmenter de 3 en 3. D'autres peuvent dire que 90 est la somme de 3 nombres qui se suivent (29,30,31) puis indiquer que si l'on augmente 90 de 3, on obtient $93 = 30+31+32$.</p> |
|--|--|---|

X. Annexe 4

| | |
|--|---|
| <u>Domaine</u> : MATHÉMATIQUES | Cycle 3, CM2 |
| <u>Intitulé de la séance</u> : « Le trésor du pirate » | |
| <u>Objectifs</u> : Mise en oeuvre de stratégies de tâtonnement pour trouver une solution <ul style="list-style-type: none"> - faire des essais par écrit « pour voir » - émettre et tester une hypothèse - contrôler qu'une solution proposée vérifie les contraintes de l'énoncé - expliquer à l'oral sa démarche de résolution : <i>i.e.</i> « comment l'élève a fait pour trouver » |  |
| <u>Compétences de fin de cycle travaillées</u> : <ul style="list-style-type: none"> - chercher et produire une solution originale dans un problème de recherche - contrôler et discuter la pertinence ou la vraisemblance d'une solution - formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit et les exposer oralement | |
| <u>Compétence spécifique</u> : participer à un débat et échanger des arguments à propos de la validité d'une solution | |

MATÉRIEL: feuilles de recherche

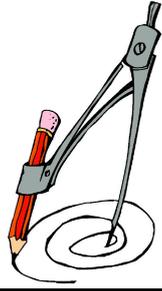
ÉNONCÉ : Dans le trésor du pirate, il y a **32 objets**: ce sont des pièces et des billets. Il n'y a que des **pièces de 2 sous** et des **billets de 5 sous**. Ces 32 pièces et billets forment le trésor qui vaut **97 sous**. Combien y a-t-il de pièces de 2 sous et de billets de 5 sous dans le trésor du pirate ?

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

| Phases | Rôle du maître | Activité des élèves |
|---|---|---|
| <i>Appropriation du problème et début de résolution</i> | <p><i>Mise en situation</i></p> <p>Rappel des problèmes de recherche proposés précédemment (somme et différence de deux nombres, les trois nombres qui se suivent). On leur demande si ces problèmes ressemblent aux problèmes qu'ils ont à résoudre dans leur livre habituellement. Si non, pourquoi sont-ils différents ? Pourquoi résoudre de tels problèmes ? Si la réponse ne vient pas, on explique que ce sont des problèmes pour apprendre à chercher : faire des essais, tester les solutions, expliquer comment on fait, argumenter etc.</p> <p>Énoncé reformulé par les élèves. Éventuellement donner une représentation schématique de l'énoncé au tableau.</p> | <p>Réponses attendues : c'est différent parce qu'il faut réfléchir, on ne trouve pas le résultat directement par une opération, il faut vérifier que la solution répond bien à l'énoncé etc.</p> <p>Recherche individuelle</p> |
| <i>Mise en commun</i> | <p>Repérage des procédures qui ne prennent pas en compte l'ensemble des contraintes. La classe commente ces procédures.</p> <p>Faire présenter par les élèves des procédures cohérentes qui permettent d'aboutir en fixant une des contraintes (la somme ou le nombre de pièces)</p> | <p>Procédures attendues :</p> <ul style="list-style-type: none"> - un peu au hasard - beaucoup d'essais sans contrainte - des essais pour lesquels la somme uniquement est respectée, avec trop ou |

| | | |
|--|---|--|
| | <p>et en faisant varier l'autre, plus ou moins systématiquement, sans aller jusqu'à la résolution complète pour ne pas dévoiler la solution.</p> <p>Faire suggérer comment on peut gérer les variations permettant de fixer une des contraintes tout en s'approchant dans le bon sens de la deuxième contrainte. Demander aux élèves ayant peu avancé dans la résolution : « Après cet essai, quel autre essai va nous permettre de nous approcher de la solution ? »</p> <p>Pour les élèves qui n'auraient pas abouti à la solution, leur demander de poursuivre la résolution individuellement. Pour les autres, continuer avec la phase suivante.</p> | <p>pas assez d'objets</p> <ul style="list-style-type: none"> - des essais où le nombre d'objet est réalisé - à partir de quelques essais, plus ou moins gérés. |
| <p><i>Preuve de l'unicité de la solution</i></p> | <p><i>Consigne</i> : « Y a-t-il d'autres solutions que celle que vous avez trouvée ? »</p> <p>« Si certains pensent qu'il y a plusieurs solutions, ils essaient de chercher de nouvelles solutions. Si d'autres pensent que c'est impossible, ils écrivent pourquoi, selon eux, il n'y a pas d'autre solution. »</p> <p><i>Mise en commun</i></p> <p>Il faut mettre en évidence que si le nombre de billets ou de pièces sont modifiés, alors la somme ou le nombre total d'objets ne sont pas atteints.</p> <p>Il faut arriver à une justification telle que celle-ci: si j'échange une pièce pour un billet, ça conserve le nombre d'objets mais la somme est modifiée de plus ou moins trois sous.</p> | <p>Recherche en binôme. Les élèves confrontent leur solution et s'aperçoivent qu'elles sont identiques. Soit ils cherchent d'autres solutions, soit ils cherchent à prouver que la solution est unique.</p> <p>Les élèves débattent collectivement des différentes propositions. Certains essaient de montrer que tous les cas sont envisagés. Ils peuvent faire une liste des multiples de 2 et 5 et rechercher les totaux qui donnent 97, ils montrent que ça n'arrive qu'une fois pour 32 objets.</p> |
| <p><i>Prolongement évaluation</i></p> | <p>Résolution pour d'autres valeurs :</p> <ul style="list-style-type: none"> - 32 objets et 118 sous au total - 41 objets et 118 sous au total <p>Expliquer si la solution trouvée est unique et pourquoi.</p> | |

XI. Annexe 5

| | |
|---|---|
| <u>Domaine</u> : MATHÉMATIQUES | Cycle 3 CM2 |
| <u>Titre de la séance</u> : « Les cordes et la somme des n premiers entiers » | |
| <p><u>Objectifs</u> : Mise en oeuvre de stratégies de tâtonnement pour trouver une solution</p> <ul style="list-style-type: none"> - faire des essais par écrit « pour voir » - émettre et tester une hypothèse - contrôler qu'une solution proposée vérifie les contraintes de l'énoncé - expliquer à l'oral sa démarche de résolution : <i>i.e.</i> « comment l'élève a fait pour trouver » |  |
| <p><u>Compétences de fin de cycle travaillées</u> :</p> <ul style="list-style-type: none"> - chercher et produire une solution originale dans un problème de recherche - contrôler et discuter la pertinence ou la vraisemblance d'une solution - formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit et les exposer oralement | |
| <p><u>Compétence spécifique</u> : participer à un débat et échanger des arguments à propos de la validité d'une solution</p> | |

MATÉRIEL: feuilles de recherche (compas, règles éventuellement)

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

| Phases | Rôle du maître | Activité des élèves |
|---|--|--|
| <i>Appropriation du problème et début de résolution</i> | Tracer un cercle au tableau sur lequel sont placés de façon irrégulière 6 points pas trop voisins. Joindre deux points pour représenter une corde. Montrer qu'on peut tracer plusieurs cordes en joignant deux points quelconques sur le cercle. | |
| | <i>Consigne</i> : « Sur le cercle, j'ai placé 6 points. Cherchez combien y a-t-il de cordes entre tous ces points ? » On cherche toutes les cordes possibles. | Recherche individuelle |
| | <i>Mise en commun</i> Confrontation des résultats et des méthodes | Procédures attendues : Tracé, dénombrement des cordes avec aides diverses : numérotation des cordes, désignation des points et des différentes cordes sous forme organisée ou à l'aide d'un tableau à double entrée Solution : 15 cordes |
| | Même question avec 10 points | Le dénombrement des cordes sur le dessin est moins aisé, les élèves doivent passer à la désignation. |
| | <i>Formulation d'une méthode générale</i> On demande d'exprimer une méthode générale permettant de connaître le nombre de cordes quel que soit le nombre de points (par exemple 32 points, 210 points) | Recherche individuelle On vise à faire émerger un raisonnement tel que : Le premier point est relié à tous |

| | | |
|--|---|--|
| | <p><i>Mise en commun</i> des méthodes (formulation et justification)</p> | <p>les autres, le second à tous sauf au premier ou des schématisations comme le codage des points par des lettres ou des nombres et le dénombrement organisé des différents couples. Ces méthodes conduisent à exprimer le résultat sous la forme $31 + 30 + \dots + 2 + 1$. On peut aussi voir apparaître une méthode où l'on constate que chaque point est relié à 31 points, et comme il y a 32 points, cela se produit 32 fois ; dans ce cas, il faut s'apercevoir que toutes les cordes sont comptées deux fois. D'où le résultat $32 \times 31/2$.</p> |
| <p><i>Somme des n premiers nombres</i></p> | <p><i>Problème:</i> « Comment obtenir la somme des premiers nombres de 1 jusqu'à n'importe quel nombre sans faire des additions successives ? ».</p> <p><i>Tri des propositions</i> Propositions reprenant l'addition, fausses, pas prouvées.</p> <p><i>Débat des propositions</i></p> <p><i>Synthèse :</i> faire le lien avec la première phase 'Les cordes'</p> | <p>Recherche individuelle ou en binôme</p> <p>Procédures possibles : Combinaison de nombres (groupements donnant 10 ou multiples de 10), opérer par tranches de nombres, associer les termes extrêmes (donner le cas avec un nombre impair de termes), formulation de conjectures, formule avec 2 fois la somme.</p> |