

# AVANT PROPOS

Le programme de mathématiques de l'enseignement français en classe de seconde comporte l'apprentissage de « l'outil vecteur ». Il n'est pas toujours très facile pour un élève de se forger cet outil et de savoir s'en servir. Son efficacité n'est plus à prouver, que ce soit dans le domaine des mathématiques ou dans d'autres disciplines (sciences physiques notamment).

Il n'est pas toujours très facile non plus pour un enseignant, surtout débutant, d'aborder ce chapitre dans une classe. Les années d'université n'y préparent guère et les années du lycée sont loin ! C'est pourquoi nous avons tenté de constituer un dossier sur cet outil. Il s'agit d'un **document professeur**. Nous l'avons voulu le plus opérationnel possible, directement investissable dans une classe. Vous y trouverez des rappels des programmes des classes de troisième et seconde (pour se situer) mais aussi des documents élèves à distribuer (pour l'utile).

La démarche générale est celle d'**activités**. Aucun « cours », plus ou moins traditionnel, n'est prévu. Le travail des élèves se passe sur leurs fiches. Le moment de fixation des acquis se fait à la fin de chaque activité spécifique. Leur résumé se trouve dans le chapitre « Le cahier de l'élève ». Le professeur peut le faire compléter au fur et à mesure du déroulement des activités, ou en forme de bilan à la fin de ce chapitre.

Dans les tests préliminaires, nous avons voulu réactiver les connaissances acquises en classe de troisième, pour ce qui concerne la géométrie « pure ». L'évaluation officielle du début de la classe de seconde peut être d'une grande aide pour estimer l'utilité de ces tests préliminaires. La géométrie analytique sera traitée ultérieurement, dans le chapitre sur les repères et les repérages. Ces tests préliminaires peuvent avoir leur utilité dans la formation des groupes de modules ou de travaux dirigés suivant l'esprit que l'on veut donner à une remédiation ou à une confirmation des résultats : méthodologique ou technique.

La présentation de ce dossier suit une démarche traditionnelle. Avant les tests préliminaires, vous trouverez les objectifs visés par le programme de la classe, les capacités exigibles en fin de séquence d'apprentissage (évaluées par les devoirs surveillés), les évaluations en cours d'apprentissage pour modifier éventuellement le rythme de l'enseignement (appelées contrôles), les devoirs maison, en temps non limité, pour aller plus loin (entraînement à la réflexion et à la rédaction), les activités élèves, que nous avons séparées : soit en classe entière soit en demi-classe (orientées modules ou orientées travaux dirigés) et enfin le cahier de l'élève (constitution d'un référentiel ou d'un herbier sur ce thème).

Certaines activités nous sont apparues, de part leurs difficultés ou leurs formes, pouvoir être utilement abordées par un logiciel de construction géométriques. Notre choix s'est porté sur GeoplanW, logiciel du Ministère de l'Education nationale de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche. Vous trouverez donc, parfois, dans les commentaires dans la partie pour l'enseignant, un renvoi à cette façon d'aborder ces activités, démarches que nous avons groupées dans le paragraphe 13 : « Aide logicielle avec GeoplanW ».

Enfin, nous tenons à préciser qu'il ne s'agit pas ne s'agit pas d'un ouvrage de référence, encore moins d'un modèle quelconque, mais d'un dossier de travail. Il est par nature incomplet, imparfait, non directement transposable et en perpétuelle gestation. C'est pour cela aussi que nous vous serions très reconnaissant de nous apporter une aide, par vos réflexions, vos documents, ou de toute autre façon.

D'autres axes de travail sont à exploiter : mise en pages « Web »...



**Avec tous mes remerciements.**

# SOMMAIRE

<b>1 - PRÉREQUIS.....</b>	<b>5</b>
1.1. LE PROGRAMME DE LA CLASSE DE TROISIÈME.....	5
1.2. COMMENTAIRES DU PROGRAMME DE TROISIÈME.....	5
1.3. L'ESSENTIEL DU LIVRE DE TROISIÈME : CHAPITRE TRANSLATIONS, VECTEURS.....	5
1.3.1. <i>Translations et vecteurs (rappels)</i> .....	5
1.3.2. <i>Somme de deux vecteurs</i> .....	6
1.4. REMARQUES .....	7
<b>2 - OBJECTIFS DE LA CLASSE DE SECONDE.....</b>	<b>8</b>
2.1. PROGRAMME DE LA CLASSE DE SECONDE .....	8
2.2. COMMENTAIRES DU PROGRAMME DE LA CLASSE DE SECONDE .....	8
2.3. OBJECTIFS GÉNÉRAUX .....	9
2.4. OBJECTIFS OPÉRATIONNELS .....	10
2.4.1. <i>Connaître les résultats figurant au programme</i> .....	10
2.4.2. <i>Elaborer une stratégie</i> .....	11
2.4.3. <i>Argumenter</i> .....	11
2.4.4. <i>Réaliser</i> .....	13
2.4.5. <i>Communiquer</i> .....	13
<b>3 - TESTS PRÉLIMINAIRES.....</b>	<b>14</b>
OBJECTIFS VISÉS PAR LES TESTS PRÉLIMINAIRES.....	14
ÉNONCÉS.....	16
<b>4 - ÉVALUATIONS.....</b>	<b>26</b>
4.1. VRAI OU FAUX ? .....	26
4.2. Q.C.M.....	27
4.3. OBSERVATIONS .....	28
4.4. CONSTRUCTIONS.....	29
4.5. CONSTRUCTIONS (BIS).....	30
4.6. CONSTRUCTION AVEC CONTRAINTE.....	31
4.7. EXPRESSION D'UN VECTEUR.....	32
4.8. CONSTRUCTION (TER).....	33
4.9. CONSTRUCTION ET ALIGNEMENT.....	34
4.10. Q.C.M. (2).....	35
4.11. POINTS ALIGNÉS.....	36
4.12. PLACER LES POINTS.....	37
<b>5 - DEVOIRS SURVEILLÉS.....</b>	<b>38</b>
5.1. ALIGNEMENTS.....	38
5.2. CONSTRUCTION.....	39
5.3. THALÈS.....	40
5.4. REPÈRE TRIANGULAIRE.....	41
5.5. UN MILIEU.....	42
5.6. UN ALIGNEMENT.....	43
5.7. UN PARALLÉLISME.....	44
<b>6 - DEVOIRS MAISON.....</b>	<b>45</b>
6.1. PARTAGE D'UN SEGMENT ET ALIGNEMENT.....	47
6.2. ALIGNEMENT.....	48
6.3. PARALLÉLISME ET PARALLÉLOGRAMME.....	49
6.4. CONSTRUCTION IRRATIONNELLE.....	50
6.5. CONSTRUCTION DANS UN TRIANGLE.....	51
6.6. CARACTÉRISATION DU MILIEU.....	52
<b>7 - ACTIVITÉS DE CLASSE.....</b>	<b>53</b>

7.1. LECTURE RAPIDE.....	53
7.2. QUADRILLAGE ET REPÈRE.....	55
7.3. MULTIPLICATION D'UN VECTEUR PAR UN RÉEL.....	56
7.4. CARACTÉRISATION DU MILIEU D'UN SEGMENT.....	57
7.5. CONSTRUCTIONS SUR QUADRILLAGE.....	58
7.6. RELATIONS VECTORIELLES.....	59
7.7. CONSTRUCTIONS JUSTIFIÉES.....	60
7.8. ALIGNEMENT DE TROIS POINTS.....	61
7.9. ALIGNEMENT DE TROIS POINTS (BIS).....	62
7.10. PARALLÉLISME.....	63
7.11. ET AVEC LES PARALLÉLOGRAMMES ?.....	64
7.12. PARALLÉLOGRAMME ET PARALLÉLISME.....	65
7.13. CENTRE DE GRAVITÉ.....	66
<b>8 - ACTIVITÉS DE CLASSE ORIENTÉES MODULE.....</b>	<b>67</b>
8.1. RÉDIGER : ENTRAÎNEMENT À LA RÉDACTION D'UNE DÉMONSTRATION.....	67
8.1.1. Énoncé.....	67
8.1.2. Figure.....	67
8.1.3. Démonstration.....	67
8.1.4. Vérification.....	68
8.2. RÉDUIRE UN ÉNONCÉ.....	70
8.3. DÉDUCTOGRAMME.....	71
8.4. DÉMONSTRATION PUZZLE.....	73
8.4.1. Voici un texte.....	73
8.4.2. Voici 14 phrases.....	73
8.4.3. Ordonner ces 14 phrases pour obtenir une démonstration correcte.....	73
8.5. A PARTIR D'UNE SOLUTION.....	74
<b>9 - ACTIVITÉS DE CLASSE ORIENTÉES TRAVAUX DIRIGÉS.....</b>	<b>75</b>
9.1. AUTOUR DU CENTRE DE GRAVITÉ.....	75
9.2. THALÈS ET PROJECTION.....	76
9.2.1. Depuis Thalès.....	76
9.2.2. Vers le théorème de la projection.....	76
9.2.3. Application.....	76
9.3. RECHERCHE D'UNE CONSTRUCTION (ANALYSE ET SYNTHÈSE).....	77
9.3.1. Cas général.....	77
9.3.2. Application.....	77
<b>10 - LE CAHIER DE L'ÉLÈVE.....</b>	<b>78</b>
10.1. DÉFINITIONS.....	78
10.2. OPÉRATION SOMME.....	78
10.3. MULTIPLICATION D'UN VECTEUR PAR UN RÉEL.....	79
10.4. LA COLINÉARITÉ.....	79
10.4.1. Mise en place.....	79
10.4.2. Vecteurs directeurs.....	80
10.4.3. Configurations géométriques simples.....	80
10.5. LE THÉORÈME DE LA PROJECTION.....	81
10.6. LE NOUVEAU THÉORÈME DE THALÈS.....	81
10.7. TABLEAU RÉCAPITULATIF.....	81
<b>11 - FICHES.....</b>	<b>83</b>
11.1. FICHE « CONNAÎTRE LES RÉSULTATS FIGURANT AU PROGRAMME ».....	83
11.1.1. Auto-évaluation.....	83
11.1.2. Aide.....	83
11.2. FICHE « ÉLABORER UN PLAN DE SOLUTION, UNE STRATÉGIE ».....	84
11.2.1. Auto-évaluation.....	84
11.2.2. Aide.....	84
11.3. FICHE « ARGUMENTER ».....	86
11.3.1. Auto-évaluation.....	86
11.3.2. Aide.....	86
11.4. FICHE « RÉALISER ».....	87
11.4.1. Auto-évaluation.....	87

11.4.2. Aide.....	87
11.5. FICHE « COMMUNIQUER ».....	88
11.5.1. Auto-évaluation.....	88
11.5.2. Aide.....	88
<b>12 - DOCUMENTS ÉLÈVES.....</b>	<b>89</b>
TESTS PRÉLIMINAIRES.....	90
EVALUATIONS.....	95
DEVOIRS SURVEILLÉS.....	106
DEVOIRS MAISON.....	110
ACTIVITÉS DE CLASSE.....	112
<i>Activités de classe orientées "module"</i> .....	121
<i>Activités de classe orientées travaux dirigés</i> .....	127
CAHIER DE L'ÉLÈVE.....	130
FICHES.....	135
<b>13 – AIDE LOGICIELLE AVEC GEOPLANW.....</b>	<b>140</b>
CONSTRUCTION AVEC CONTRAINTE (CF 4.6.).....	140
CONSTRUCTION ET ALIGNEMENT (CF 4.9.).....	141
CONSTRUCTION ET ALIGNEMENT (CF 5.6.).....	142
UN PARALLÉLISME (CF 5.7.).....	142
PARALLÉLOGRAMME ET PARALLÉLISME (CF 7.12.).....	143
CENTRE DE GRAVITÉ (CF 7.13.).....	144
<b>14 - BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>145</b>
<b>15 - INDEX.....</b>	<b>147</b>

# Les vecteurs

## 1 - Prérequis

### 1.1. Le programme de la classe de troisième

- Translation et vecteur - Egalité vectorielle :  
Dans le plan rapporté à un repère : effet d'un déplacement par translation sur les coordonnées d'un point; coordonnées d'un vecteur.
- Addition vectorielle.

### 1.2. Commentaires du programme de troisième

Les travaux partiront de l'expérience acquise en quatrième. Il s'agit essentiellement, sur des situations simples, de familiariser les élèves avec le maniement des vecteurs.

L'addition vectorielle, qui ne fera l'objet que d'un travail d'initiation, sera reliée à la composition de deux translations.

On évitera de donner une place excessive au calcul des coordonnées de l'image d'un point par une translation, à celui des coordonnées d'un vecteur ou de la somme de deux vecteurs.

Aucune compétence sur le calcul vectoriel n'est exigible des élèves. Le produit d'un vecteur par un réel n'est pas au programme

- Savoir relier l'égalité vectorielle au parallélogramme.
- Savoir construire l'image d'un point par translation connaissant le vecteur de la translation
- Savoir que :  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$
- Relier la construction de  $\vec{AB} + \vec{AC}$  à celle du parallélogramme.
- Savoir calculer, lire sur un graphique, les coordonnées du vecteur  $\vec{AB}$  connaissant les coordonnées des points A et B.

### 1.3. L'essentiel du livre de troisième : Chapitre Translations, vecteurs

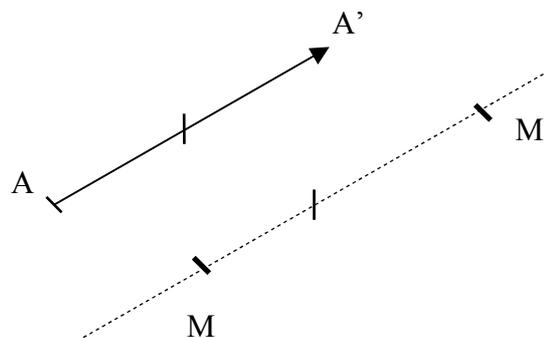
#### 1.3.1. Translations et vecteurs (rappels)

Deux points A et A', pris dans cet ordre, **représentent** un **vecteur** que l'on note  $\vec{AA'}$ .

##### 1.3.1.1. Définition

L'image d'un point M par la translation de vecteur  $\vec{AA'}$  est le point M' tel que les demi-droites [AA') et [MM') sont parallèles et de même sens et  $AA' = MM'$ .

● **Remarque** : par la translation de vecteur  $\vec{AA'}$ , l'image du point A est A'.

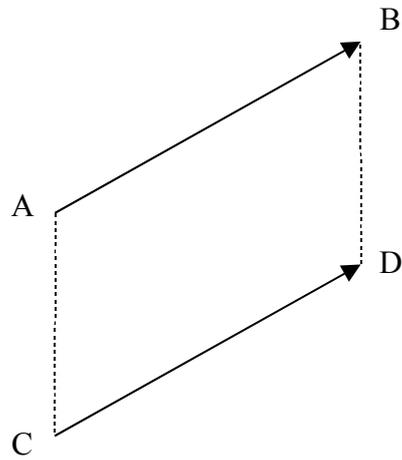


### 1.3.1.2. Egalité de deux vecteurs

Soient quatre points A, B, C et D. Lorsque D est l'image de C par la translation de vecteur  $\vec{AB}$ , on dit que les vecteurs  $\vec{CD}$  et  $\vec{AB}$  sont égaux et on note  $\vec{CD} = \vec{AB}$ .

#### Propriétés :

- (1) Si D est l'image de C par la translation de vecteur  $\vec{AB}$  alors  $\vec{CD} = \vec{AB}$ .
- (2) Si  $\vec{CD} = \vec{AB}$  alors D est l'image de C par la translation de vecteur  $\vec{AB}$ .



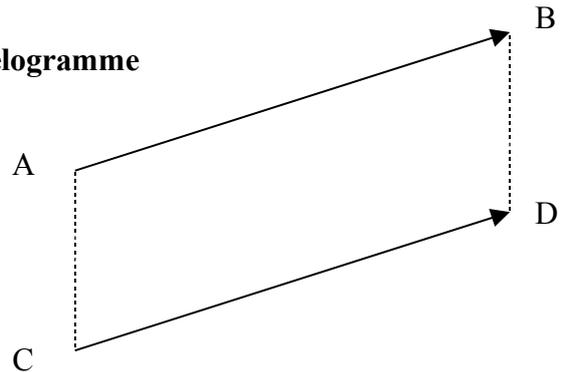
### 1.3.1.3. Propriété caractéristique du parallélogramme

**Propriété :** Soit un quadrilatère ABDC.

Si  $\vec{CD} = \vec{AB}$  alors ABDC est un parallélogramme.

Réciproquement, si ABDC est un parallélogramme alors  $\vec{CD} = \vec{AB}$ .

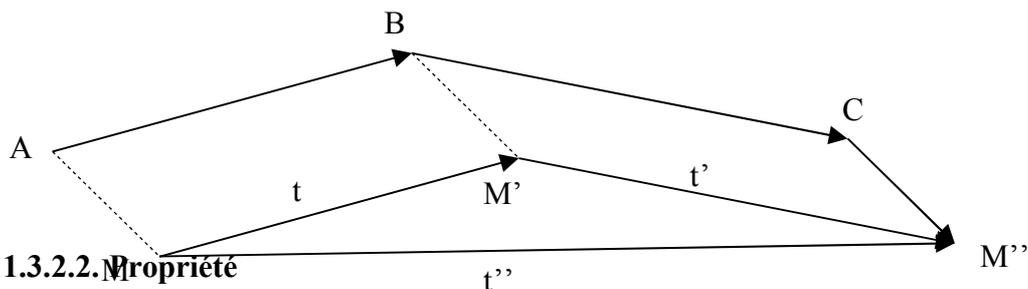
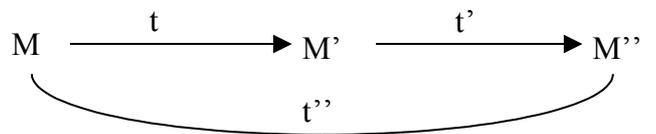
**Propriétés :** Si  $\vec{CD} = \vec{AB}$  alors  $\vec{BD} = \vec{AC}$



## 1.3.2. Somme de deux vecteurs

### 1.3.2.1. Composée de deux translations

Appliquer la translation t de vecteur  $\vec{AB}$ , puis la translation t' de vecteur  $\vec{BC}$ , revient à appliquer la translation t'' de vecteur  $\vec{AC}$ .



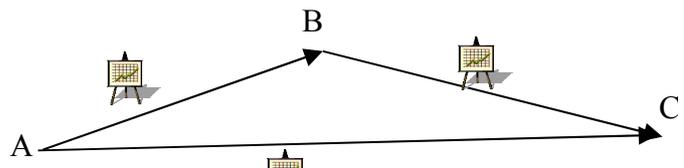
### 1.3.2.2. Propriété

Pour tous points A, B et C du plan, on a :  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

#### Relation de Chasles.

### 1.3.2.3. Opposé d'un vecteur

On a :  $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{AA} = \vec{0}$ . Le vecteur  $\vec{BA}$  est l'opposé du vecteur  $\vec{AB}$ , et on écrit  $\vec{BA} = -\vec{AB}$



 [retour](#)

## 1.4. Remarques

☛ Au collège, un vecteur est simplement un *outil*. C'est en associant deux figures par une translation qu'apparaît l'outil « vecteur » pour caractériser une direction, un sens et une longueur.

*Références* : Deux vecteurs égaux sont deux vecteurs qui caractérisent la même translation.

Si  $\vec{AA'} = \vec{BB'}$ , alors AA'B'B est un parallélogramme.

☛ En classe de troisième, la transformation d'une figure par une succession de translations conduit à parler de « somme de vecteurs » et à écrire la formule de Chasles.

☛ A la fin de la classe de troisième, les élèves doivent savoir dessiner la somme de deux vecteurs (pas la différence), relier les égalités vectorielles aux translations et aux parallélogrammes, calculer les coordonnées d'un vecteur quand on connaît celles des points qui le définissent, calculer les coordonnées de l'origine ou de l'extrémité d'un vecteur connaissant ses coordonnées et celles de l'autre point.

☛ A partir de la classe de seconde, le vecteur devient un *objet*. Alors seulement, on définit des opérations, dans l'ensemble des vecteurs, et on étudie leurs propriétés. Alors seulement, on parle de vecteurs opposés, de vecteurs colinéaires ou orthogonaux, de vecteurs directeurs. Alors seulement, on écrit :  $\vec{u}$ ,  $-\vec{u}$ ,  $\vec{0}$ ,  $k \cdot \vec{u}$ ,  $\|\vec{u}\|$ . Alors seulement, on utilise l'objet vecteur dans des problèmes de parallélisme, d'alignement ou autres.

 [retour](#)

## 2 - Objectifs de la classe de seconde

### 2.1. Programme de la classe de seconde

☞ Les vecteurs ont été introduits au collège (par direction, sens et longueur); on n'y reviendra pas et on conservera le même point de vue pour étudier les opérations sur les vecteurs (le programme de troisième ne comporte qu'une initiation à la somme).

☞ La mise en œuvre des vecteurs sur les configurations et les transformations joue un rôle essentiel, aussi bien pour la compréhension de la notion de vecteur que pour la résolution des problèmes de géométrie; le calcul vectoriel ne doit pas constituer un terrain d'activités purement algébriques. A travers quelques exemples issus de la mécanique et de la physique, on soulignera le fait que l'intérêt de la notion de vecteur ne se limite pas à la géométrie (*Il serait intéressant à ce stade de pouvoir organiser son cours conjointement avec l'enseignant de sciences physiques*).

☞ Le programme comporte la notion de repère (quelconque) du plan. Pour certaines questions (tracé de courbes, diagrammes, ...), il peut être commode d'utiliser des repères orthogonaux non nécessairement orthonormaux. Pour la résolution de problèmes de géométrie, on se limitera à l'emploi de repères orthonormaux; le recours à un tel repère n'est qu'un outil parmi d'autres, il relève de seules considérations de commodité et d'efficacité.

### 2.2. Commentaires du programme de la classe de seconde

#### Opérations sur les vecteurs

- Représentation géométrique d'un vecteur  $\vec{u}$  ;  
interprétation géométrique de l'égalité  $\vec{u} = \vec{v}$  .  
Norme d'un vecteur.
  - Addition des vecteurs, opposé d'un vecteur;  
relation de Chasles; représentation géométrique des vecteurs  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $-\vec{u}$  et  $\vec{u} - \vec{v}$ .  
Pour une translation, relation  $\vec{M}'\vec{N}' = \vec{MN}$ .
  - Multiplication d'un vecteur par un nombre,  
représentation géométrique de  $\lambda \vec{u}$ .  
Vecteurs colinéaires.
  - Caractérisation vectorielle du milieu d'un segment, du centre de gravité d'un triangle.
  - Configuration de Thalès : si  $\vec{AC} = k \vec{AB}$  alors  $\vec{A}'\vec{C}' = k \vec{A}'\vec{B}'$ . Réciproque dans le cas particulier où  $A' = A$ .
  - Homothétie (définie par  $\vec{OM}' = k \vec{OM}$ );  
relation  $\vec{M}'\vec{N}' = k \vec{MN}$ , application au triangle.
- ◆ La notation  $\vec{u}$  et le vecteur nul n'ont pas été introduits au collège.
  - ◆ Les élèves doivent connaître et savoir utiliser les relations entre le parallélogramme, la translation, l'égalité et l'addition des vecteurs, entre l'opposé et la symétrie centrale. Le fait que la relation  $\vec{M}'\vec{N}' = \vec{MN}$  caractérise les translations est hors programme. Les élèves doivent savoir utiliser la colinéarité pour caractériser le parallélisme de deux droites, l'alignement de trois points, l'appartenance à une droite définie par deux points ou par un point et un vecteur directeur.
  - ◆ La notion générale de barycentre est hors programme.
  - ◆ Dans le cas du triangle, on fera le lien avec l'énoncé vu en classe de troisième. Le lien avec les projections n'est pas un objectif du programme.
  - ◆ Pour introduire l'homothétie, on s'appuiera sur des situations portant sur les agrandissements et les réductions, dont l'étude a été engagée en classe de troisième. L'étude de l'unicité du centre est hors programme. Il en est de même pour le fait que la relation  $\vec{M}'\vec{N}' = k \vec{MN}$  caractérise les homothéties.

## 2.3. Objectifs généraux

**Rappel** : un objectif général est un énoncé d'intentions pédagogiques décrivant en terme de capacité de l'apprenant l'un des résultats escomptés d'une séquence d'apprentissage.

Les objectifs généraux sont ceux fixés par le programme officiel (voir le paragraphe 2.1.) et détaillés en partie par les commentaires du programme (voir le paragraphe 2.2.). Nous les reprenons sous une forme plus explicite.

**A la fin de cette séquence d'apprentissage sur les vecteurs, l'élève doit être capable de :**

- Définir, par son origine et son extrémité, un vecteur comme étant la somme ou la différence de deux ou plusieurs vecteurs.
- Savoir construire un vecteur comme étant la somme ou la différence de deux ou plusieurs vecteurs :
  - Sur quadrillage.
  - Sur pavage.
  - Géométriquement (avec les instruments).
- Définir, par son origine et son extrémité, un vecteur comme étant le produit d'un vecteur par un nombre réel.
- Savoir construire le produit d'un vecteur par un nombre réel :
  - Sur quadrillage.
  - Sur pavage.
  - Géométriquement (avec les instruments).
- Caractériser des configurations à l'aide de vecteurs :
  - Milieu.
  - Parallélogramme.
  - Centre de gravité d'un triangle.
  - Projections (Thalès).
- Définir la colinéarité par une égalité vectorielle exprimant le coefficient multiplicateur.
- Savoir exprimer un vecteur en fonction d'un autre :
  - Par observation d'une figure sur quadrillage.
  - Par calculs (notamment avec Chasles).
- Savoir utiliser la colinéarité pour démontrer un alignement.
- Savoir utiliser la colinéarité pour démontrer un parallélisme.
- Savoir extraire d'une figure des propriétés liées aux vecteurs :
  - Égalités.
  - Alignement.
  - Parallélisme.
- Savoir utiliser la relation de Chasles pour exprimer un vecteur en fonction d'un ou plusieurs vecteurs.
- Savoir construire un vecteur donné en fonction d'un ou plusieurs vecteurs.
  - Sur quadrillage.
  - Sur pavage.
  - Géométriquement (avec les instruments).
- Savoir écrire toutes les informations liées à une égalité vectorielle.

## 2.4. Objectifs opérationnels

**Rappel :** un objectif spécifique ou opérationnel est issu de la démultiplication d'un objectif général en autant d'énoncés qu'il est nécessaire pour que quatre exigences opérationnelles soient satisfaites :

- ✓ Décrire de façon univoque le contenu de l'intention pédagogique.
- ✓ Décrire une activité de l'apprenant identifiable par un comportement observable.
- ✓ Mentionner les conditions dans lesquelles le comportement souhaité doit se manifester.
- ✓ Indiquer à quel niveau doit se situer l'activité terminale de l'apprenant et quels critères serviront à évaluer le résultat.

**Ces objectifs sont classés en cinq catégories :**

2.4.1. Connaître les résultats figurant au programme.

2.4.2. Elaborer une stratégie.

2.4.3. Argumenter.

2.4.4. Réaliser.

2.4.5. Communiquer.

**dont voici le détail :**

### 2.4.1. Connaître les résultats figurant au programme

	Code
Connaître la définition d'une translation du cours de troisième.	I. 1.
Connaître la définition d'un parallélogramme (côtés égaux et parallèles deux à deux).	I. 2.
Reconnaître une translation avec une figure et son image données sur un quadrillage.	I. 3.
Connaître les propriétés d'une translation (ni agrandissement, ni réduction, ni symétrie axiale en particulier).	I. 4.
Connaître l'écriture spécifique aux représentants d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ .	I. 5.
Reconnaître des translations égales (mêmes déplacements).	I. 6.
Connaître la propriété de commutativité de la somme vectorielle.	I. 7.
Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ).	I. 8.
Savoir qu'à une égalité vectorielle correspondent des déplacements identiques.	I. 9.
Savoir qu'à des déplacements identiques correspond une égalité vectorielle.	I. 10.
Savoir qu'au vecteur de représentant $\overrightarrow{AA}$ correspond la translation identité ou nulle.	I. 11.
Savoir qu'un vecteur admet une infinité de représentants.	I. 12.
Connaître la propriété d'un parallélogramme (égalités vectorielles des côtés).	I. 13.
Connaître la propriété (caractéristique) d'un parallélogramme	I. 14.

(les diagonales se coupent en leur milieu).	
Connaître la somme vectorielle par la diagonale du parallélogramme.	I. 15.
Reconnaître, par des points situés sur un quadrillage, des vecteurs égaux.	I. 16.
Reconnaître, par des points situés sur un quadrillage, des vecteurs opposés.	I. 17.
Reconnaître, par des points situés sur un quadrillage, des vecteurs de même direction seulement.	I. 18.
Savoir que la somme $\vec{AB} + \vec{AB}$ s'écrit $2 \cdot \vec{AB}$	I. 19.
Savoir que $-\vec{AB}$ s'écrit $\vec{BA}$	I. 20.
Connaître les propriétés de commutativité et d'associativité de la somme vectorielle.	I. 21.
Connaître l'égalité vectorielle caractérisant la position du centre de gravité d'un triangle sur une médiane.	I. 22.
Connaître les propriétés (associativité, commutativité, distributivité) de la multiplication d'un vecteur par un réel.	I. 23.
Connaître la définition de la colinéarité.	I. 24.
Connaître les propriétés de la colinéarité.	I. 25.
Connaître les propriétés vectorielles de la projection.	I. 26.
Connaître les propriétés générales du centre de gravité d'un triangle.	I. 27.
Connaître les égalités vectorielles caractérisant le milieu d'un segment.	I. 28.
Connaître les propriétés géométriques d'un hexagone régulier.	I. 29.
Connaître la définition de la norme d'un vecteur.	I. 30.
Connaître le vocabulaire « suivie de »	I. 31.

#### 2.4.2. Elaborer une stratégie

	Code
Savoir prouver un alignement avec l'outil de colinéarité.	II. 1.
Savoir prouver un parallélisme avec l'outil de colinéarité.	II. 2.
Mettre en œuvre les propriétés (dues à la construction) d'une figure.	II. 3.
Construire le « squelette » d'une démonstration.	II. 4.
Savoir exprimer un vecteur en fonction d'autres.	II. 5.
Savoir prouver qu'un point est le milieu d'un segment par une égalité vectorielle.	II. 6.
Savoir prouver la symétrie de deux points par rapport à un troisième avec les vecteurs opposés (colinéaires).	II. 7.

#### 2.4.3. Argumenter

	Code	
Justifier les propriétés d'une figure par des égalités vectorielles.	III	1.
Utiliser la relation de Chasles pour modifier une écriture vectorielle.	III	2.
Reconnaître les propriétés des parallélogrammes dans une figure complexe (parallélisme, égalités de longueur,...).	III	3.
Savoir utiliser les propriétés des opérations sur les vecteurs (commutativité et associativité de l'addition vectorielle, multiplication d'un vecteur par un réel) pour justifier un résultat.	III	4.
Traduire des informations géométriques et numériques en langage vectoriel.	III	5.

 [retour](#)

#### 2.4.4. Réaliser

	Code
Réaliser, sur quadrillage, la construction de l'image d'une figure par une translation donnée par deux points.	IV. 1.
Construire, à la règle non graduée et au compas seul, le quatrième sommet d'un parallélogramme.	IV. 2.
Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, l'image d'une figure par une translation définie par deux points donnés.	IV. 3.
Construire une somme vectorielle par la méthode du parallélogramme.	IV. 4.
Exprimer un vecteur en fonction d'un autre par lecture de points sur un quadrillage.	IV. 5.
Placer des points sur une droite graduée, définis à partir d'une égalité vectorielle de type $\vec{AC} = k \vec{EB}$ avec k entier naturel, relatif ou fractionnaire.	IV. 6.
Exprimer un vecteur en fonction d'un autre (en nombre entiers, relatifs ou fractionnaires) par lecture sur une droite graduée.	IV. 7.
Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle de type $\vec{AC} = k \vec{EB}$ avec k entier naturel, relatif, fractionnaire ou réel.	IV. 8.
Extraire, d'une figure complexe, des éléments caractéristiques permettant des écritures vectorielles	IV. 9.
Construire, sur quadrillage, un point extrémité d'un vecteur dont on connaît l'origine et qui est défini par une somme vectorielle de type $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$ ( $\alpha$ et $\beta$ en nombres entiers relatifs ou fractionnaires)	IV.10.
Construire, sur papier non quadrillé, un point extrémité d'un vecteur dont on connaît l'origine et qui est défini par une somme vectorielle de type $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$ ( $\alpha$ et $\beta$ en nombres entiers relatifs ou fractionnaires)	IV.11.
Construire, sur papier non quadrillé et aux instruments, une figure satisfaisant aux contraintes données par une liste d'informations.	IV.12.
Construire une somme algébrique de vecteurs à l'aide de la relation de Chasles.	IV.13.

#### 2.4.5. Communiquer

	Code
Expliciter les étapes d'une construction (quels choix ont été faits et pourquoi).	V. 1.
Déterminer les informations essentielles (ou redondantes) dans une liste donnée pour construire une figure précise.	V. 2.

 [retour](#)

### 3 - Tests préliminaires

■ L'ensemble des tests numérotés 1 à 9 constituent une séquence de 55 minutes environ (test n°1 compris), soit une « heure » de classe. Les tests sont prévus pour être effectués en classe entière.

■ Il s'agit d'une évaluation diagnostique. Ces activités ne doivent être, comme leur nom l'indique, ni notés ni estimés. Il s'agit, pour l'élève, d'une réactivation des connaissances acquises dans les classes antérieures et, pour l'enseignant, d'établir un « état des lieux » de sa classe sur ce thème. Il pourra alors, en tout état de cause, estimer de façon plus pertinente, les exigences et le rythme qu'il donnera à ces séquences d'apprentissage.

■ Comme suggéré dans l'avant-propos, ces tests peuvent être évités si l'évaluation officielle du début de la classe de seconde a apporté les éléments recherchés.

#### Objectifs visés par les tests préliminaires

	Connaître le programme du cours	Elaborer une stratégie	Argumenter	Réaliser	Communiquer
Test n°1.	I. 1.			IV. 1.	
Test n°2.	I. 2.			IV. 1.	
Test n°3.	I. 2.			IV. 2.	
Test n°4.	I. 3. I. 4.				
Test n°5.	I. 5. I. 6. I. 7. I. 8. I. 9. I. 10.				

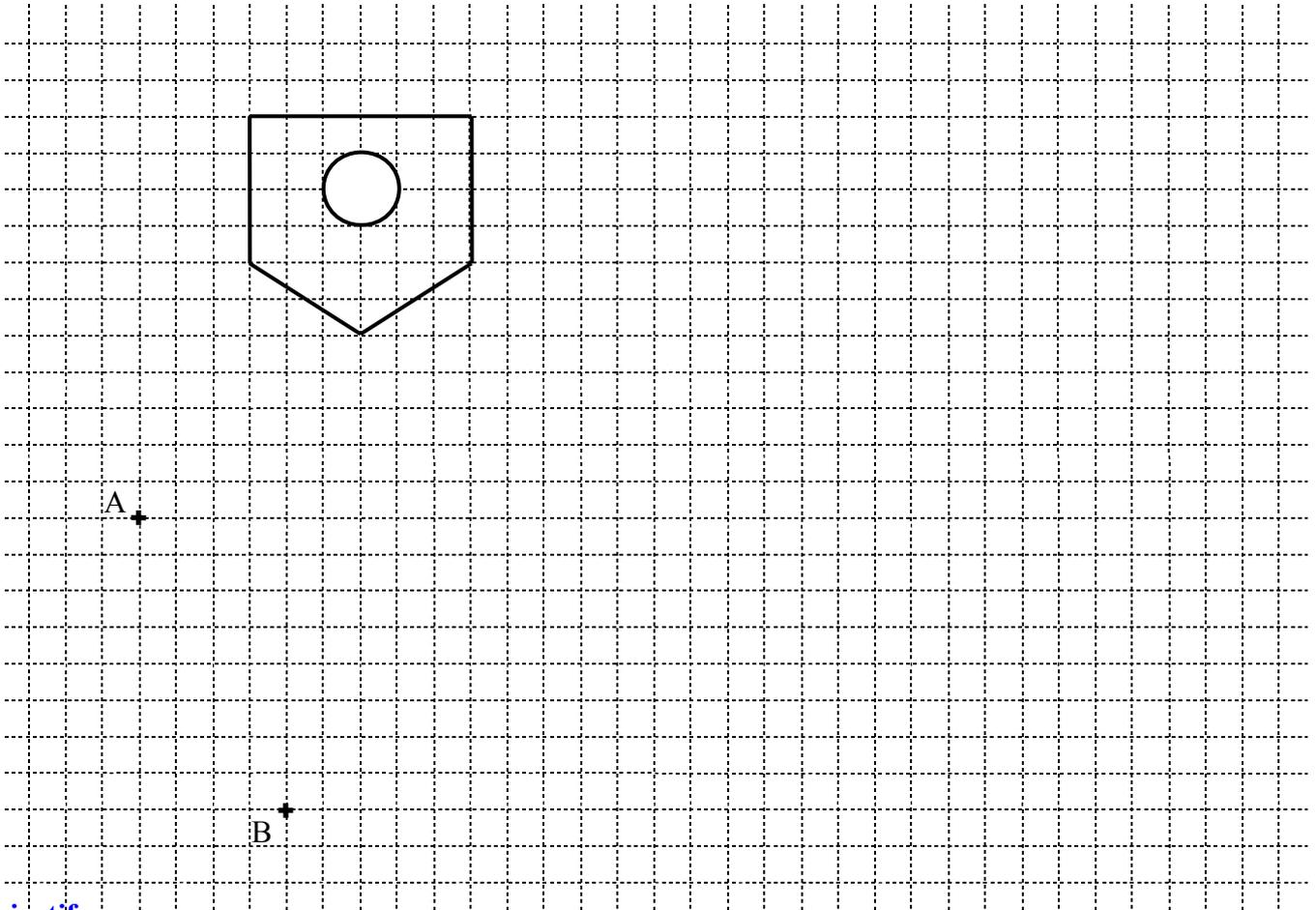
Test n°6.				<b>IV. 3.</b>	<b>V. 1.</b>
Test n°7.	<b>I. 8.</b>			<b>IV. 4.</b>	
Test n°8.	<b>I. 12.</b>			<b>IV. 6.</b>	
Test n°9.			<b>III. 1.</b>		

 [retour](#)

## Enoncés

test 1

Construire l'image de la figure par la translation de vecteur  $\vec{AB}$ .



### Objectifs :

- I.1. Connaître la définition d'une translation.
- IV.1. Réaliser, sur quadrillage, la construction de l'image d'une figure par une translation.

### Prérequis :

- ◆ Les acquis du cours de la classe de troisième.

### Remédiations :

- Redéfinir ce qu'est une activité sur quadrillage.
- Effectuer des codages de déplacements (voir Ecole Élémentaire).
- Redéfinir le vocabulaire « déplacement de A vers B ».
- Constructions de parallélogrammes sur quadrillage.

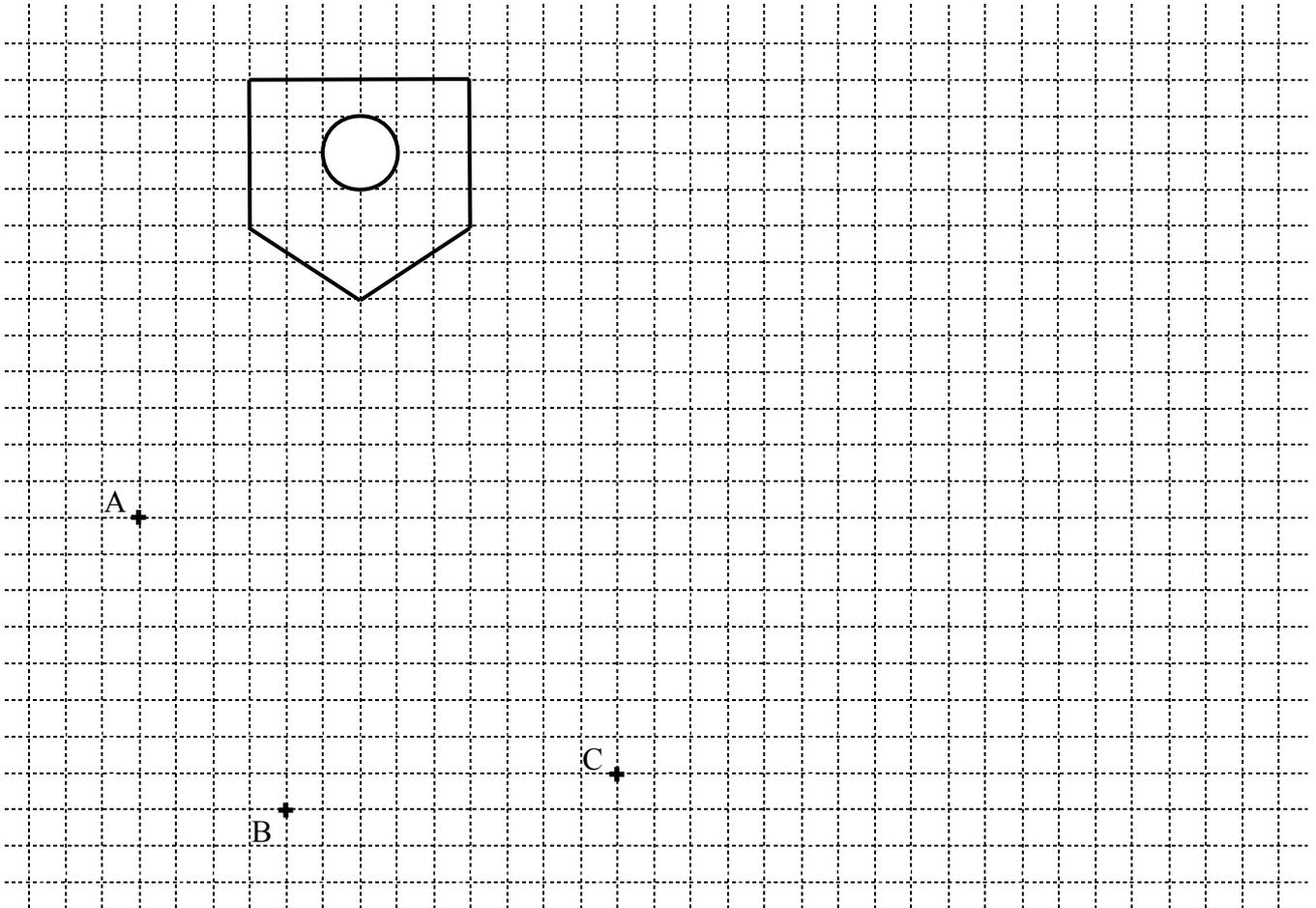
### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 10 minutes environ (avec la mise en route d'un début d'heure) en tout début de cette leçon.
- ❖ Il s'agit uniquement d'une réactivation des acquis du collège. Les tracés sur quadrillage, quand ils sont oubliés, sont très vite réappropriés.
- ❖ Suivant les connaissances de la classe, il est possible de commencer directement par le teste 2.

 [retour](#)

# test 2

Construire l'image de la figure par la translation de vecteur  $\vec{AB}$  suivie de la translation de vecteur  $\vec{BC}$ .



## Objectifs :

I.31. Connaître le vocabulaire « suivie de ».

IV.1. Réaliser, sur quadrillage, la construction de l'image d'une figure par une translation donnée par 2 points

## Prérequis :

- ◆ Les acquis du cours de la classe de troisième.
- ◆ Éventuellement le test n°1.

## Remédiations :

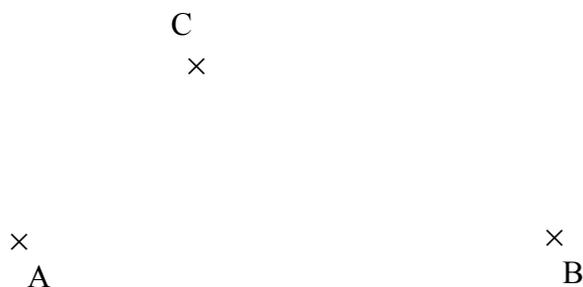
- Avec le vocabulaire, sur les adverbes « puis » ; « ensuite » ; « d'abord » ; « après ».
- Celles du test n°1.

## Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 8 minutes environ.
- ❖ Lorsque le vocabulaire employé est acquis, cette activité ne pose pas de problèmes.
- ❖ Elle est prévue pour réactiver les connaissances sur la somme de deux vecteurs par la relation de Chasles.

# test 3

Construire, à la règle non graduée et au compas seuls, le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.



## Objectifs :

- I.2. Connaître la définition d'un parallélogramme (côtés égaux et parallèles deux à deux).
- IV.2. Construire, à la règle non graduée et au compas seul, le quatrième sommet d'un parallélogramme.

## Prérequis :

- ◆ Les acquis du collège sur le parallélogramme.
- ◆ Savoir utiliser les instruments de tracés.
- ◆ Savoir que le compas sert aussi à reporter des longueurs.

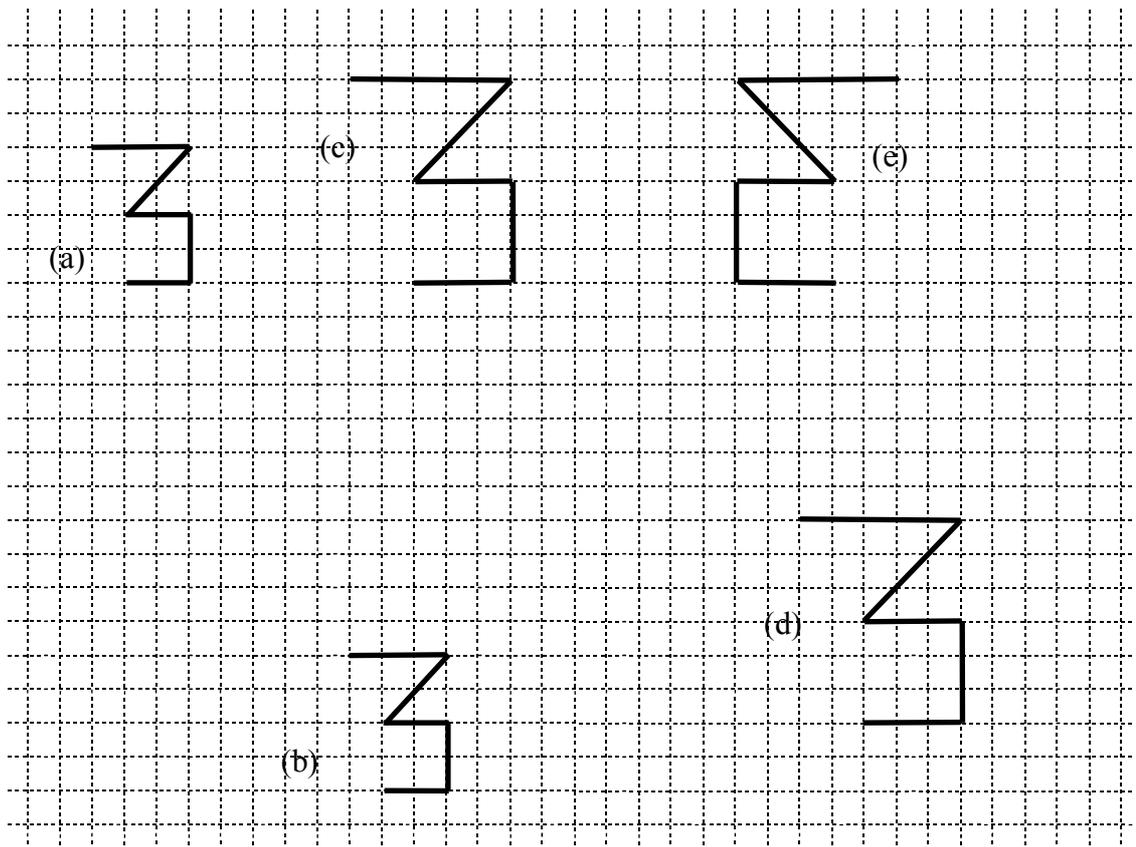
## Remédiations :

- Faire reconnaître, dans une figure complexe, différents quadrilatères (dont des parallélogrammes) et les faire nommer par leurs quatre sommets.
- Faire tracer, dans une figure ne comportant que des points, des parallélogrammes et des quadrilatères croisés.

## Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 5 minutes environ.
- ❖ Un nombre toujours surprenant d'élèves situent mal le point D, alors que la manipulation des instruments est acquise !

 [retour](#)



Réponds à chaque affirmation par une croix	VRAI	FAUX	?
(b) est l'image de (a) par une translation			
(c) est l'image de (a) par une translation			
(d) est l'image de (a) par une translation			
(e) est l'image de (a) par une translation			
(a) est l'image de (b) par une translation			
(d) est l'image de (c) par une translation			
(e) est l'image de (c) par une translation			
(e) est l'image de (b) par une translation			

### Objectifs :

- I.3. Reconnaître une translation avec une figure et son image données sur un quadrillage.
- I.4. Connaître les propriétés d'une translation (ni agrandissement, ni réduction, ni symétrie axiale).

### Prérequis :

- ◆ Les acquis du cours de troisième.

### Remédiations :

- Redéfinir le mot « image ».
- Sur ce dessin, réduit aux figures (a), (b) et (c) par exemple, faire nommer les points correspondants et coder les déplacements sur le quadrillage.
- Faire construire des figures par des déplacements identiques (avec la figure (c) par exemple).

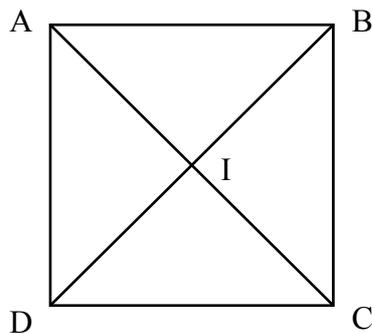
### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 5 minutes environ.
- ❖ Les réponses viennent vite, mais si l'on demande une justification orale, il y a beaucoup de vocabulaire à corriger.

# test 5

ABCD est un carré.  
Complète les égalités en écrivant  
le point manquant avec les seules  
lettres de la figure :

$$\begin{aligned}\vec{AB} + \vec{BC} &= \vec{A} \dots\dots\dots \\ \vec{AI} + \vec{ID} + \vec{DC} &= \vec{A} \dots\dots\dots \\ \vec{AD} + \vec{BA} &= \vec{B} \dots\dots\dots \\ \vec{DA} + \vec{DC} &= \vec{D} \dots\dots\dots \\ \vec{IB} + \vec{AD} &= \vec{A} \dots\dots\dots\end{aligned}$$



## Objectifs :

- I.5. Connaître l'écriture spécifique aux représentants de vecteurs  $(\vec{AB})$ .
- I.6. Reconnaître des translations égales (mêmes déplacements).
- I.7. Connaître la propriété de commutativité de la somme vectorielle.
- I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ).
- I.9. Savoir qu'à une égalité vectorielle correspondent des déplacements identiques.
- I.10. Savoir qu'à des déplacements identiques correspond une égalité vectorielle.

## Prérequis :

- ◆ L'égalité vectorielle et la relation de Chasles du cours de troisième.

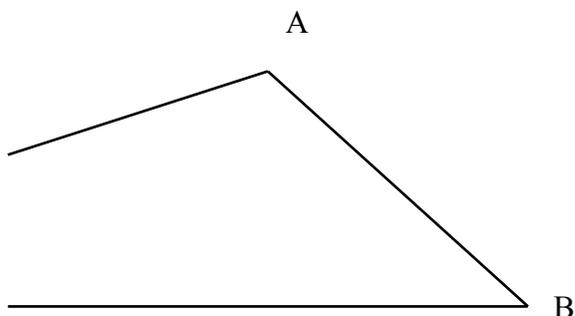
## Remédiations :

- Sur une figure plus simple, matérialiser des déplacements définis par une écriture vectorielle  $(\vec{AB})$  par des flèches en couleur.
- Sur une figure plus complexe, des vecteurs étant matérialisés par des flèches, demander de matérialiser, en couleur, des déplacements équivalents.

## Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 5 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations, si ce n'est les hésitations à remplacer un « vecteur » par un « vecteur égal », mais cela a été vite dépassé.

Le sommet C du triangle ABC ne tient pas sur la feuille. Sans rien tracer hors de la feuille, construire le triangle A'B'C' image du triangle ABC par la translation de vecteur  $\vec{BB'}$ . Indiquer les étapes de la construction.



B'  
×

### Objectifs :

IV.3. Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, l'image d'une figure par une translation définie par deux points donnés.

V.1. Expliciter les étapes d'une construction (quels choix ont été faits et pourquoi).

### Prérequis :

- ◆ Les acquis du cours de troisième : construction, aux instruments, du quatrième sommet d'un parallélogramme (test n°3).

### Remédiations :

- Celles du test n°3.
- Études de différents énoncés mathématiques dans leurs structures :
  - en français (sujet, verbes, compléments,...).
  - en mathématiques (hypothèses, conclusion, démarches, outils,...).

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 8 minutes environ.
- ❖ Pas de difficultés particulières lors des expérimentations si ce n'est la mauvaise habitude de considérer l'extrémité d'un trait comme un point, même si ce trait représente une droite (ici un segment inachevé).
- ❖ Cette activité présente les vecteurs comme outil pour connaître l'image d'un point inaccessible (un prolongement, à ce sujet, est prévu dans le chapitre sur les transformations).



Trois points distincts A, B et C du plan étant donnés :

- ❖ Trouver R tel que :  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AR}$ .
- ❖ Trouver S tel que :  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AS}$
- ❖ Trouver T tel que :  $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{AT}$



## Objectifs :

I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ).

IV.4. Construire une somme vectorielle par la méthode du parallélogramme.

## Prérequis :

- ◆ La relation de Chasles du cours de troisième.
- ◆ La construction de la somme de deux vecteurs par la diagonale d'un parallélogramme du cours de troisième.

## Remédiations :

- Celles du test n°5.

## Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 4 minutes environ.
- ❖ Elle n'a pas posé de problèmes particuliers lors des expérimentations.
- ❖ Quelques élèves ont des scrupules à écrire  $\vec{AA}$  lors même qu'ils conçoivent sa signification (aucun déplacement, voire translation « nulle » ou « identique »).

# test 8

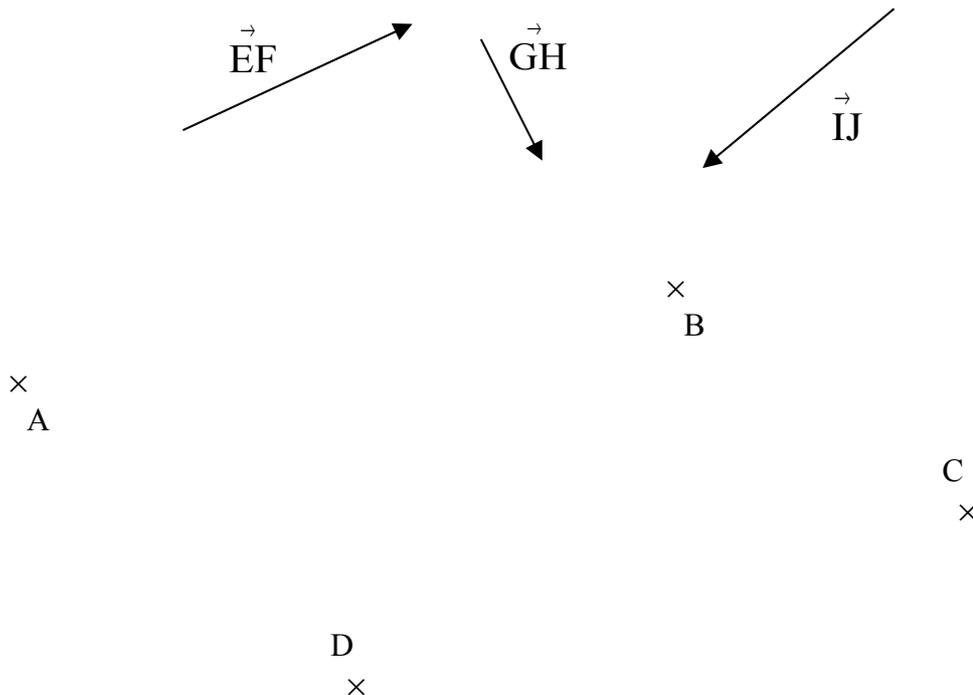
On donne les vecteurs  $\vec{EF}$ ,  $\vec{GH}$  et  $\vec{IJ}$  suivants. Construire, à la règle non graduée, au compas et éventuellement à l'équerre, les vecteurs suivants :

$\vec{EF} + \vec{GH}$  d'origine A

$\vec{GH} + \vec{IJ}$  d'origine B

$\vec{EF} + \vec{IJ}$  d'origine C

$\vec{EF} + \vec{GH} + \vec{IJ}$  d'origine D.



## Objectifs :

- I.12. Savoir qu'un vecteur admet une infinité de représentants.
- IV.6. Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, la somme de deux ou plusieurs vecteurs donnés, l'origine étant imposée.

## Prérequis :

- ◆ La construction, aux instruments, d'un parallélogramme (test n°3).

## Remédiations :

- Celles du test n°3.
- Décomposer l'activité en 1, 2 ou 3 exercices identiques, sur quadrillage, puis passer progressivement sur papier non quadrillé.

## Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 7 minutes environ.
- ❖ Cette activité est prévue pour acquérir (définitivement ?) une bonne maîtrise des instruments de tracés. Une évaluation sur ce thème est prévue, voir les documents professeur n°4.4. page 26 et les documents élèves « Evaluation n°2, sujet 1 et sujet 2, pages 91 et 92.
- ❖ Les extrémités des vecteurs ne sont pas formellement nommés pour préparer la notion de vecteur « libre » ; beaucoup d'élèves, lors des expérimentations, se dispensent de marquer les extrémités des représentants de ces vecteurs.

# test 9

Tracer deux parallélogrammes ABCD et CDEF . Montrer qu'alors ABFE est un parallélogramme.

## Objectifs :

**III.1.** Justifier les propriétés d'une figure (dans ce cas, un quadrilatère est un parallélogramme) par des égalités vectorielles.

## Prérequis :

- ◆ Propriété caractéristique du parallélogramme du cours de troisième.

## Remédiations :

Celles liées à la démonstration :

- Lectures d'énoncés dans leurs structures :
  - en français (sujet, verbe, compléments,...).
  - en mathématiques (hypothèses, conclusion,...).
- Rédaction d'une conclusion claire et concise.
- Démonstrations puzzles courtes.

## Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 5 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue lors des expérimentations. Toutefois, pour certains élèves, « l'évidence » de la solution semble les autoriser à ne pas donner une réponse claire et précise !

 [retour](#)

## 4 - Évaluations

■ Elles ont un objectif essentiellement *formateur* (excepté le Q.C.M. 2). Courtes, elles ont leur place tout au long des séquences d'apprentissage par les activités du chapitre 7. Elles doivent déboucher, si nécessaire, sur des remédiations, dès la leçon suivante. Elles ne participent pas forcément à la moyenne trimestrielle et peuvent être appréciées (de A à E) au lieu d'être notées de 0 à 20, au gré de l'enseignant.

**Remarque** : nous n'avons certes pas fait œuvre de création par manque de temps en sélectionnant des exercices dans différents ouvrages. Certains peuvent même être résolus dans le livre de classe choisi dans votre établissement !

### 4.1. Vrai ou Faux ?

- Si  $\vec{AB} = \vec{CD}$  alors  $\vec{AC} = \vec{BD}$ .
- Si  $\vec{CA} = \vec{CB}$  alors  $A = B$ .
- Lorsque I est à égale distance de A et de B, on a  $\vec{AI} = \vec{IB}$ .
- Si  $\vec{AB} = \vec{BC} = \vec{CD}$  alors les quatre points A, B, C et D sont alignés.

#### Objectifs :

- I.9. Savoir qu'à une égalité vectorielle correspondent des déplacements identiques.
- I.13. Connaître la propriété d'un parallélogramme (égalités vectorielles des côtés).
- I.28. Connaître les égalités vectorielles caractérisant le milieu d'un segment.

#### Prérequis :

- ◆ Les tests préliminaires n°3 ; 5 ; 7.
- ◆ L'activité 7. 1.

#### Remédiations :

- Faire tracer, dans une figure ne comportant que des points, des parallélogrammes et des quadrilatères croisés.
- Sur une figure plus simple, matérialiser, par des flèches en couleur, des déplacements définis par une écriture vectorielle.
- Sur une figure plus complexe, des vecteurs étant donnés par des flèches, demander de dessiner, en couleur, des déplacements équivalents.
- Propriétés caractéristiques de la médiatrice (dessin, écriture, régionnement du plan).

#### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 8 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations.



## 4.2. Q.C.M.

Une et une seule réponse est exacte. Cocher laquelle .

Si  $2\vec{OC} - \vec{OA} = \vec{OB}$  alors

A est le milieu du segment  $[BC]$

B est le milieu du segment  $[AC]$

C est le milieu du segment  $[AB]$

### Objectifs :

**I.15.** Connaître la somme vectorielle par la diagonale du parallélogramme.

### Prérequis :

- ◆ Test n°5.
- ◆ Activité de classe n° 7.1.

### Remédiations :

- Dans un figure complexe, constituée de différents parallélogrammes, faire dessiner, par des traits de couleurs, différentes sommes vectorielles (avec Chasles ou la diagonale d'un parallélogramme).

### Commentaires :

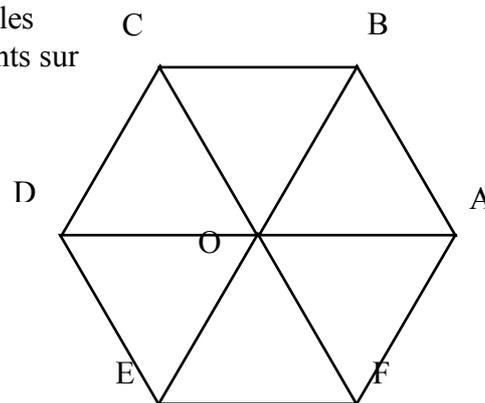
- ❖ Cette activité est prévue pour 5 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations.

 [retour](#)

### 4.3. Observations

Soit ABCDEF un hexagone régulier de centre O. Complétez les égalités suivantes en n'utilisant que des noms de points présents sur la figure :

$$\begin{aligned} & \vec{OA} + \vec{AB} = \\ & \vec{OA} + \vec{AB} - \vec{BO} = \\ & \vec{OA} + \vec{OB} = \\ & \vec{EF} + \vec{FA} - \vec{AB} = \end{aligned}$$



En supposant que les côtés de l'hexagone mesurent 16 cm, précisez, quand c'est possible, la longueur de chacun des vecteurs précédents :

$$\begin{aligned} \text{mesure de } \left( \vec{OA} + \vec{AB} \right) &= \\ \text{mesure de } \left( \vec{OA} + \vec{AB} - \vec{BO} \right) &= \\ \text{mesure de } \left( \vec{OA} + \vec{OB} \right) &= \\ \text{mesure de } \left( \vec{EF} + \vec{FA} - \vec{AB} \right) &= \end{aligned}$$

#### Objectifs :

- I.6. Reconnaître des translations égales (mêmes déplacements).
- I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ).
- I.9. Savoir qu'à une égalité vectorielle correspondent des déplacements identiques.
- I.10. Savoir qu'à des déplacements identiques correspond une égalité vectorielle.
- I.15. Connaître la somme vectorielle par la diagonale du parallélogramme.
- I.19. Savoir que la somme  $\vec{AB} + \vec{AB}$  s'écrit  $2 \times \vec{AB}$  ou  $2\vec{AB}$
- I.20. Savoir que  $-\vec{AB}$  s'écrit  $\vec{BA}$
- I.29. Connaître les propriétés géométriques d'un hexagone régulier.

#### Prérequis :

- ◆ Test n°5 et n°7.
- ◆ Activités de classe 7.1. et 7.6.

#### Remédiations :

- Sur une figure plus simple, dessiner, par des flèches en couleur, des déplacements définis par une écriture vectorielle ( $\vec{AB}$ ).
- Sur une figure plus complexe, des vecteurs étant donnés par des flèches, demander de dessiner, en couleur, des déplacements équivalents.
- Déterminer, dans une figure complexe, tous les représentants d'un vecteur donné.

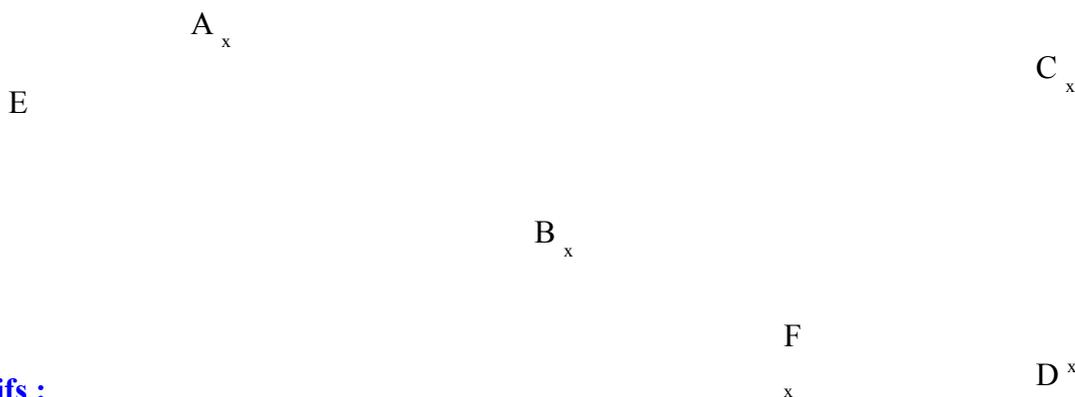
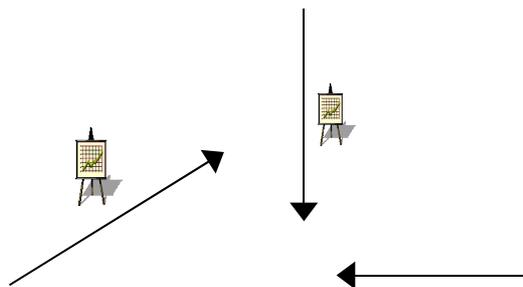
#### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 15 minutes environ.
- ❖ Il est apparu, dans les expérimentations, que les élèves considèrent trop souvent la figure donnée comme un objet « sacré » et qu'ils n'osent pas la compléter pour répondre aux questions.

## 4.4. Constructions

Étant donnés les vecteurs  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ , et  $\vec{w}$ , construire, aux instruments, les vecteurs :

- $\vec{u} + \vec{v}$  d'origine A.
- $\vec{u} + \vec{w}$  d'origine B.
- $\vec{v} + \vec{w}$  d'origine C.
- $\vec{u} - \vec{v}$  d'origine D.
- $\vec{v} - \vec{w}$  d'origine E.
- $\vec{w} - \vec{u}$  d'origine F.



### Objectifs :

- IV.2. Construire, à la règle non graduée et au compas seul, le quatrième sommet d'un parallélogramme.
- IV.4. Construire une somme vectorielle par la méthode du parallélogramme.
- IV.11. Construire, sur papier non quadrillé, un point extrémité d'un vecteur dont on connaît l'origine et qui est défini par une somme vectorielle de type  $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$  ( $\alpha$  et  $\beta$  en nombres entiers relatifs ou fractionnaires).
- IV.13. Construire une somme algébrique de vecteurs à l'aide de la relation de Chasles.

### Prérequis :

- ◆ Tests n°3 et n°8.

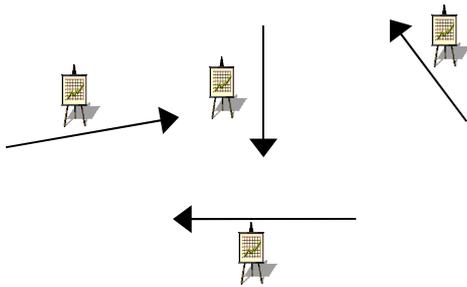
### Remédiations :

- Faire reconnaître, dans une figure complexe, différents quadrilatères (dont des parallélogrammes) et les faire nommer par leurs quatre sommets.
- Faire tracer, dans une figure ne comportant que des points, des parallélogrammes et des quadrilatères croisés.
- Décomposer l'activité en 1, 2 ou 3 exercices identiques, sur quadrillage, puis passer progressivement sur papier non quadrillé.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 20 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations. Les constructions aux instruments sont toujours très appréciées, surtout comparées aux raisonnements et démonstrations !

## 4.5. Constructions (bis)



Avec les vecteurs  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  et  $\vec{t}$  construire, aux instruments, les vecteurs suivants  $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} + \vec{t}$  d'origine A et  $\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} - \vec{t}$  d'origine B.

A<sup>x</sup>

B<sup>x</sup>

### Objectifs :

- IV.2. Construire, à la règle non graduée et au compas seul, le quatrième sommet d'un parallélogramme.
- IV.4. Construire une somme vectorielle par la méthode du parallélogramme.
- IV.11. Construire, sur papier non quadrillé, un point extrémité d'un vecteur dont on connaît l'origine et qui est défini par une somme vectorielle de type  $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$  ( $\alpha$  et  $\beta$  en nombres entiers relatifs ou fractionnaires).
- IV.13. Construire une somme algébrique de vecteurs à l'aide de la relation de Chasles.

### Prérequis :

- ◆ Tests n°3 et n°8.

### Remédiations :

- Faire reconnaître, dans une figure complexe, différents quadrilatères (dont des parallélogrammes) et les faire nommer par leurs quatre sommets.
- Faire tracer, dans une figure ne comportant que des points, des parallélogrammes et des quadrilatères croisés.
- Décomposer l'activité en 1, 2 ou 3 exercices identiques, sur quadrillage, puis passer progressivement sur papier non quadrillé.

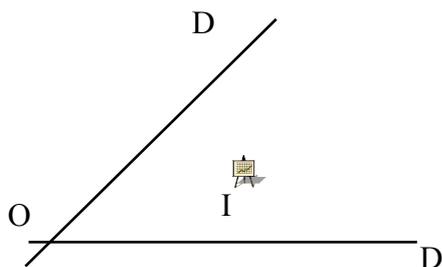
### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 10 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations. Les constructions aux instruments sont toujours très appréciées, surtout comparées aux raisonnements et démonstrations !

## 4.6. Construction avec contrainte

Construire, aux instruments, un point A sur D et un point A' sur D' tels que I soit le milieu de  $[AA']$ . Justifiez votre construction.

Remarque : «Un triangle est la moitié d'un parallélogramme».



### Objectifs :

- I.2. Connaître la définition d'un parallélogramme (côtés égaux et parallèles deux à deux).
- I.14. Connaître la propriété (caractéristique) d'un parallélogramme (les diagonales se coupent en leur milieu).
- I.15. Connaître la somme vectorielle par la diagonale du parallélogramme.

### Prérequis :

- ◆ Test n°3.
- ◆ Activité de classe 7.1.

### Remédiations :

- Exercice similaire.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 8 minutes environ.
- ❖ Elle est apparue, dans les expérimentations, difficile malgré la remarque.
- ❖ C'est pourquoi nous proposons une aide logicielle avec GeoplanW, voir pages 133 et 134 la figure obtenue et, si vous possédez ce logiciel de construction mathématique, les fichiers qui lui sont associés : vec4\_6a.g2w et vec4\_6b.g2w.



## 4.7. Expression d'un vecteur

Étant donné un triangle ABC, on considère les points P et Q définis ainsi :

- a) P est le point du segment [ AB ] tel que  $BP = \frac{2}{3} BA$   
b) Q est le symétrique par rapport à C du milieu de [ AC ].  
Exprimez le vecteur  $\vec{PQ}$  à l'aide des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$ .

### Objectifs :

- I.8.** Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$  ).  
**I.19.** Savoir que la somme  $\vec{AB} + \vec{AB}$  s'écrit  $2 \cdot \vec{AB}$   
**I.20.** Savoir que  $-\vec{AB}$  s'écrit  $\vec{BA}$   
**I.21.** Connaître les propriétés de commutativité et d'associativité de la somme vectorielle.  
**II.3.** Mettre en œuvre les propriétés (dues à la construction) d'une figure.  
**II.5.** Savoir exprimer un vecteur en fonction d'autres.  
**III.5.** Traduire des informations géométriques et numériques en langage vectoriel.  
**IV.12.** Construire, sur papier non quadrillé et aux instruments, une figure satisfaisant aux contraintes données par une liste d'informations.

### Prérequis :

- ◆ Tests n°5 et n°7.
- ◆ Activités de classe 7.1. et 7.3.
- ◆ La leçon (définition et construction) sur la symétrie centrale.

### Remédiations :

- Décompositions de vecteurs (voir le cours de sciences physiques sur les forces) dans des directions données.
- Sur une figure complexe donnée, exprimer un vecteur en fonction de deux ou trois autres (avec la relation de Chasles) en matérialisant les déplacements.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 10 minutes environ.
- ❖ Il est apparu dans les expérimentations, que la symétrie centrale est souvent oubliée !

 [retour](#)

## 4.8. Construction (ter)

Soit trois points non alignés A, B et C.  
Construire le point E défini par

$$3 \vec{AE} + 2 \vec{EB} = \vec{CB}$$

x C

B x

x A

### Objectifs :

- I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ).
- I.21. Connaître les propriétés de commutativité et d'associativité de la somme vectorielle.
- IV.8. Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle de type  $\vec{AC} = k \vec{EB}$  avec k entier naturel, relatif, fractionnaire ou réel.

### Prérequis :

- ◆ Activité de classe 7.7. (il s'agit d'une évaluation directe de cette activité).

### Remédiations :

- Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle simple : une somme vectorielle ( $\vec{AN} = \vec{AB} + \vec{CB}$ ), une somme vectorielle et un produit par un réel ( $\vec{AN} = 2 \times \vec{AB} + \vec{CB}$ ), une somme vectorielle et deux produits ( $\vec{AN} = 2 \times \vec{AB} + 3 \times \vec{CB}$ ).

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 8 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations, si cette évaluation n'est pas trop éloignée dans le temps de l'activité s'y référant !

 [retour](#)

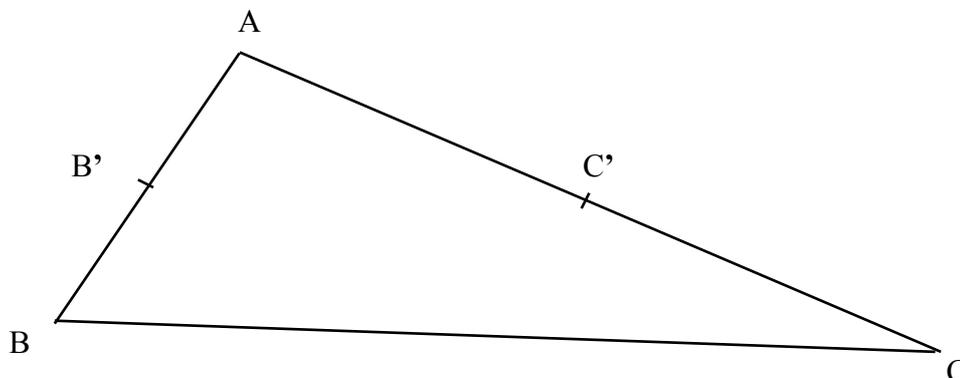
## 4.9. Construction et alignement

Soit ABC un triangle. B' et C' sont les milieux des côtés [AB] et [AC].

1) Construire, à la règle non graduée et au compas seul, les points M et N définis par :

$$\vec{BM} = \frac{2}{5} \vec{BC} \quad \text{et} \quad \vec{B'N} = \frac{2}{5} \vec{B'C'}$$

2) Démontrer que A, N, et M sont alignés .



### Objectifs :

- I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ).
- I.24. Connaître la définition de la colinéarité.
- I.25. Connaître les propriétés de la colinéarité.
- II.1. Savoir prouver un alignement avec l'outil de colinéarité.
- IV.8. Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle de type  $\vec{AC} = k \vec{EB}$  avec k entier naturel, relatif, fractionnaire ou réel.

### Prérequis :

- ◆ Activités de classe 7.3. ; 7.7. et 7.8.

### Remédiations :

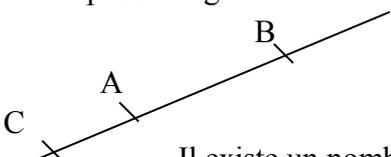
- Partage, aux instruments, d'un segment donné en n parties égales.
- Calculs algébriques sur les vecteurs (somme, différence, produit d'un vecteur par un réel, ...).

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 15 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations pour la construction des points M et N. Mais la rédaction de la preuve est trop souvent négligée.
- ❖ Bien que la construction des points M et N n'ait pas posée de problèmes particuliers dans les expérimentations, nous proposons une illustration logicielle avec GeoplanW, voir page 134 la figure obtenue et, si vous possédez ce logiciel de construction mathématique, le fichier qui lui est associé : vec4\_9.g2w.

## 4.10. Q.C.M. (2)

Réponds à chaque affirmation par VRAI ou FAUX

Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ , alors $AB = CD$	
Si $\overrightarrow{AB} = 5 \cdot \overrightarrow{CD}$ , alors $AB = 5 CD$	
Si $\overrightarrow{GH} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{MN}$ , alors $GH = \frac{MN}{3}$	
Si $AB = CD$ , alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$	
Si $\overrightarrow{EF} = -2 \overrightarrow{MN}$ , alors $EF = 2 MN$	
Si $\overrightarrow{AB} = 3 \overrightarrow{AC}$ , alors $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$	
Si $AB = 2 AC$ , alors $\overrightarrow{AB} = 2 \overrightarrow{AC}$ ou $\overrightarrow{AB} = -2 \overrightarrow{AC}$	
Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$ , alors B et C sont confondus	
Si $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB}$ , alors I est le milieu de $[AB]$	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $AI = IB$	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $AI = BI$	
Si $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NP}$ , alors N est le milieu de $[MP]$	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB}$	
Si $AB = 2 IB$ , alors I est le milieu de $[AB]$	
Si $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH}$ , alors $(EFHG)$ est un parallélogramme	
Si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$ , alors I est le milieu de $[AB]$	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$	
Si $AI = BI$ , alors I est le milieu de $[AB]$	
Si $(ABCD)$ est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$	
A, B, C sont trois points alignés	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
	$AB + BC = AC$
Il existe un nombre k tel que : $\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{AB}$	
Si $\ \overrightarrow{IA}\  = \ \overrightarrow{IB}\ $ , alors I est le milieu de $[AB]$	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $\ \overrightarrow{IA}\  = -\ \overrightarrow{IB}\ $ ,	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $\ \overrightarrow{IA}\  = \frac{\ \overrightarrow{AB}\ }{2}$	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $\ \overrightarrow{IA}\  = \ \overrightarrow{IB}\ $	
Si $\overrightarrow{AB} = 5 \cdot \vec{u}$ , alors $\ \overrightarrow{AB}\  = 5 \ \vec{u}\ $	
Si $\vec{v} = -3 \cdot \vec{u}$ , alors $\ \vec{v}\  = -3 \ \vec{u}\ $	
Si $(ABCD)$ est un carré, alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$	

 [retour](#)

**Objectifs :**

### Prérequis :

- ◆ Le « cahier de l'élève » des paragraphes 10.1. à 10.4. inclus, ce Q.C.M. étant un bilan des savoirs des élèves à ce stade de la leçon.

### Remédiations :

- Elles n'ont pas réellement leurs places ici, cette évaluation, de par sa forme et son contenu, étant sommative et non formative.

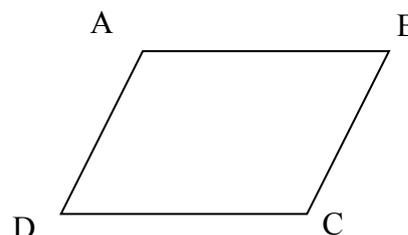
### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 30 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations. Toutefois, certaines affirmations concernent des items identiques : il est possible d'en supprimer certaines.

## 4.11. Points alignés

ABCD est un parallélogramme.

- 1) Construire le point E tel que  $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AB}$ .
- 2) Construire le point F tel que  $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BC}$ .
- 3) Les points E, D et F sont-ils alignés ? Pourquoi ?



### Objectifs :

- I.2. Connaître la définition d'un parallélogramme (côtés égaux et parallèles deux à deux).
- I.9. Savoir qu'à une égalité vectorielle correspondent des déplacements identiques.
- I.10. Savoir qu'à des déplacements identiques correspond une égalité vectorielle.
- I.13. Connaître la propriété d'un parallélogramme (égalités vectorielles des côtés).
- I.20. Savoir que  $-\overrightarrow{AB}$  s'écrit  $\overrightarrow{BA}$ .
- II.1. Savoir prouver un alignement avec l'outil de colinéarité.
- II.3. Mettre en œuvre les propriétés (dues à la construction) d'une figure.
- III.1. Justifier les propriétés d'une figure par des égalités vectorielles.
- III.3. Reconnaître les propriétés des parallélogrammes dans une figure complexe (parallélisme, égalités de longueur,...).
- IV.11. Construire, sur papier non quadrillé, un point extrémité d'un vecteur dont on connaît l'origine et qui est défini par une somme vectorielle de type  $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$  ( $\alpha$  et  $\beta$  en nombres entiers relatifs ou fractionnaires).

### Prérequis :

- ◆ Test n°9.
- ◆ Activités de classe 7.3. ; 7.4. ; 7.6. ; 7.8. et 7.11.

### Remédiations :

- Constructions de différents parallélogrammes, de points vérifiant une égalité vectorielle simple.
- Une figure complexe étant donnée, écrire toutes les égalités vectorielles observées.

### Commentaires :

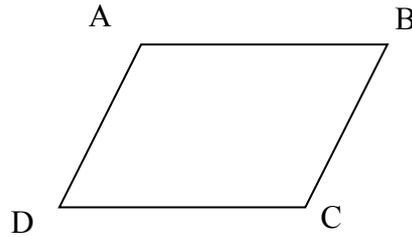
- ❖ Cette activité est prévue pour 10 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations pour la constructions des points E et F. Trop d'élèves cherchent la réponse à la question 3 par la relation de Chasles.

## 4.12. Placer les points

ABCD est un parallélogramme.

Placer les points E, F, G et H définis par :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BE} &= 2 \overrightarrow{BA} & \overrightarrow{DG} &= \overrightarrow{BD} \\ \overrightarrow{DH} &= \overrightarrow{AD} & \overrightarrow{FC} &= \frac{1}{2} \overrightarrow{CA} .\end{aligned}$$



### Objectifs :

- I.9. Savoir qu'à une égalité vectorielle correspondent des déplacements identiques.
- I.20. Savoir que  $-\overrightarrow{AB}$  s'écrit  $\overrightarrow{BA}$
- IV.8. Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle de type  $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{EB}$  avec k entier naturel, relatif, fractionnaire ou réel.
- IV.11. Construire, sur papier non quadrillé, un point extrémité d'un vecteur dont on connaît l'origine et qui est défini par une somme vectorielle de type  $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$  ( $\alpha$  et  $\beta$  en nombres entiers relatifs ou fractionnaires).

### Prérequis :

- ◆ Activité de classe 7.3.

### Remédiations :

- Exercice similaire, les vecteurs étant donnés, par leurs origines (cherchées) puis leurs extrémités (données).

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 5 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations, cette évaluation étant même perçue comme facile.

 [retour](#)

## 5 - Devoirs surveillés

■ Ils ont un rôle essentiellement *sommatifs*. Notés, ils participent en priorité à la moyenne trimestrielle et à l'orientation en fin d'année scolaire. *Exigibles de tous*, ils peuvent néanmoins être isolés (confidentiellement) sur le carnet de notes de l'enseignant, pour mieux estimer les capacités de chaque élève à suivre un enseignement en Première Scientifique (la géométrie y ayant toute son importance) ou dans d'autres sections (où la géométrie y est moindre, voire inexistante).

■ Il n'y a pas ici de remédiations, celles-ci étant faites au fur et à mesure des activités, mais uniquement une correction (détaillée) en classe entière.

**Remarque :** nous n'avons pas, ici non plus, fait œuvre de création par manque de temps en sélectionnant des exercices dans différents ouvrages. Certains peuvent même être résolus dans le livre de classe choisi dans votre établissement !

### 5.1. Alignements

Soit ABC un triangle.

- 1) Construire, aux instruments, les points E et F tels que  $\vec{AE} = 2 \vec{AB} + \vec{AC}$  et  $\vec{BF} = \frac{1}{2} \vec{BC}$ .
- 2) Montrer que A, E et F sont alignés.

#### Objectifs :

- I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ).
- II.1. Savoir prouver un alignement avec l'outil de colinéarité.
- IV.8. Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle de type  $\vec{AC} = k \vec{EB}$  avec k entier naturel, relatif, fractionnaire ou réel.
- IV.11. Construire, sur papier non quadrillé, un point extrémité d'un vecteur dont on connaît l'origine et qui est défini par une somme vectorielle de type  $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$  ( $\alpha$  et  $\beta$  en nombres entiers relatifs ou fractionnaires).
- V.1. Expliciter les étapes d'une construction (quels choix ont été faits et pourquoi).

#### Prérequis :

- ◆ Les activités de classe 7.8. et 7.9.

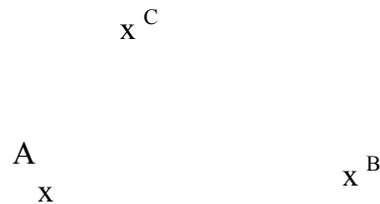
#### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 10 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations.

## 5.2. Construction

Soient trois points non alignés A, B et C. Construire à la règle et au compas le point D défini par

$$\vec{DC} - 2\vec{AC} = \frac{1}{3}\vec{BA} \text{ (sur la figure ci-dessous)}$$



### Objectifs :

- I. 20. Savoir que  $-\vec{AB}$  s'écrit  $\vec{BA}$ .
- IV. 8. Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle de type  $\vec{AC} = k\vec{EB}$  avec k entier naturel, relatif, fractionnaire ou réel.
- IV.11. Construire, sur papier non quadrillé, un point extrémité d'un vecteur dont on connaît l'origine et qui est défini par une somme vectorielle de type  $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$  ( $\alpha$  et  $\beta$  en nombres entiers relatifs ou fractionnaires).

### Prérequis :

- ◆ Les activités de classe 7.5. et 7.7.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 10 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations.

 [retour](#)

### 5.3. Thalès

Soit un triangle ABC. On désigne par : I le milieu du segment [AB] .

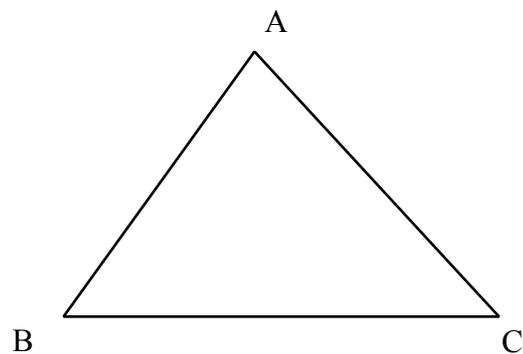
J le symétrique de I par rapport à B .

K le point du segment [AC] tel que  $AK = \frac{1}{3} AC$  .

L le point du segment [AC] tel que  $AL = \frac{2}{3} AC$

- 1) Traduire les données par des relations vectorielles.
- 2) Exprimer le vecteur  $\vec{JC}$  en fonction du vecteur  $\vec{IK}$  .
- 3) Exprimer le vecteur  $\vec{BL}$  en fonction du vecteur  $\vec{IK}$  .
- 4) Déterminer une expression du vecteur  $\vec{IC} + \vec{JK}$  en fonction du vecteur  $\vec{IK}$  .
- 5) Caractériser le point d'intersection D des droites (IK) et (BC) .

(suggestion : les deux triangles IBD et JBC...).



#### Objectifs :

- II.3. Mettre en œuvre les propriétés (dues à la construction) d'une figure.
- II.5. Savoir exprimer un vecteur en fonction d'autres.
- III.2. Utiliser la relation de Chasles pour modifier une écriture vectorielle.
- III.5. Traduire des informations en langage vectoriel.
- IV.8. Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle de type  $\vec{AC} = k \vec{EB}$  avec k entier naturel, relatif, fractionnaire ou réel.
- V. 1. Expliciter les étapes d'une construction (quels choix ont été faits et pourquoi).

#### Prérequis :

- ◆ L'évaluation 4.7.
- ◆ La relation de Chasles.
- ◆ Le « cahier de l'élève », le paragraphe sur la colinéarité 8.4.

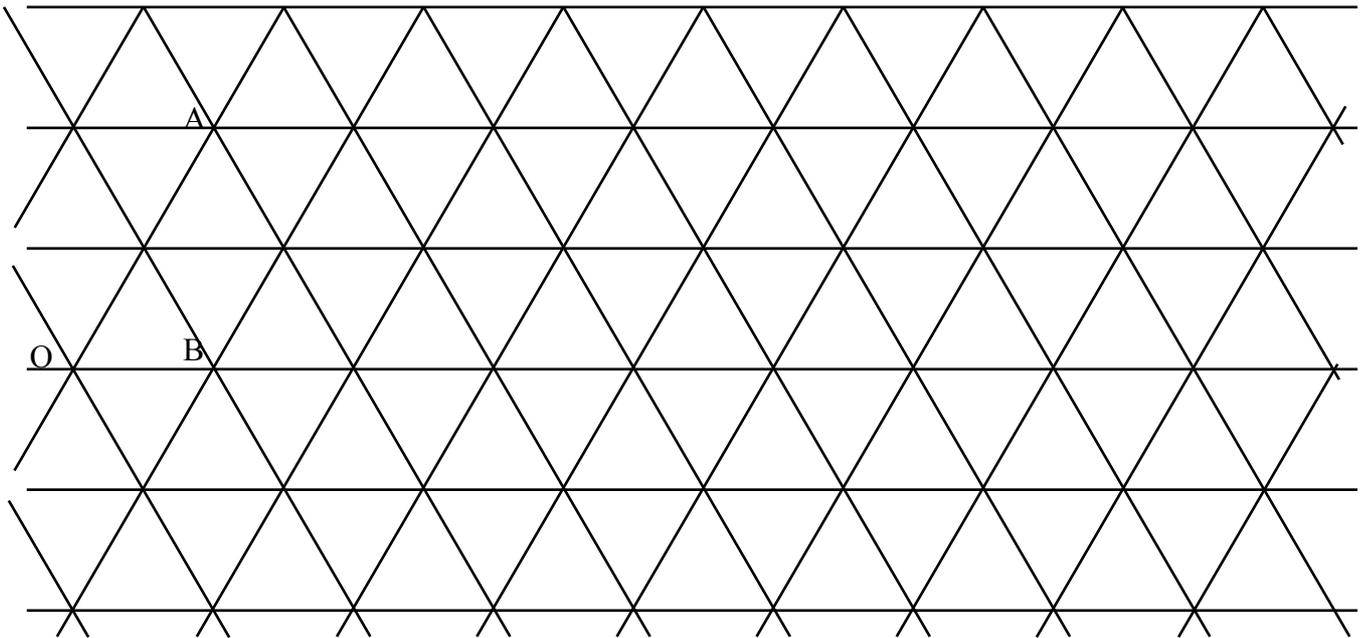
#### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 20 minutes environ.
- ❖ Dans les expérimentations, les questions sont effectivement perçues comme de plus en plus difficiles.
- ❖ Il y a peu de réussite à la question 5, Thalès serait-il mal venu chez les vecteurs ?

## 5.4. Repère triangulaire

Le quadrillage de la figure est constitué de triangles équilatéraux de côtés de mesure 1.

- 1) Placer le point C tel que  $\vec{OC} = \vec{OA} + 3 \vec{OB}$ .
- 2) Placer le point D tel que  $\vec{OD} = -\frac{1}{2} \vec{OA} + 6 \vec{OB}$ .
- 3) Placer le point E tel que  $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} = \vec{0}$ .
- 4) Peut-on trouver un nombre k tel que  $\vec{EA} = k \vec{ED}$ . Pourquoi ? Lequel ?
- 5) Calculer  $\|\vec{AB}\|$ .



### Objectifs :

- I. 21. Connaître les propriétés de commutativité et d'associativité de la somme vectorielle.
- I. 24. Connaître la définition de la colinéarité.
- I. 30. Connaître la définition de la norme d'un vecteur.
- IV. 7. Exprimer un vecteur en fonction d'un autre (en nombre entiers, relatifs ou fractionnaires) par lecture sur une droite graduée.
- IV. 10. Construire, sur quadrillage, un point extrémité d'un vecteur dont on connaît l'origine et qui est défini par une somme vectorielle de type  $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$  ( $\alpha$  et  $\beta$  en nombres entiers relatifs ou fractionnaires).

### Prérequis :

- ◆ Les activités de classe 7.2. ; 7.3. ; 7.5. et 7.7.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 15 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations.

## 5.5. Un milieu

Soit ABC un triangle.

1) Construire les points D et E définis par :  $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC}$  et  $\vec{BE} = \vec{BA} + \vec{BC}$

2) Démontrer que C est le milieu du segment [ED].

### Objectifs :

- I. 13. Connaître la propriété d'un parallélogramme (égalités vectorielles des côtés).
- I. 14. Connaître la propriété (caractéristique) d'un parallélogramme (les diagonales se coupent en leur milieu).
- I. 15. Connaître la somme vectorielle par la diagonale du parallélogramme.
- I. 28. Connaître les égalités vectorielles caractérisant le milieu d'un segment.
- II. 6. Savoir prouver qu'un point est le milieu d'un segment par une égalité vectorielle.
- IV. 2. Construire, à la règle non graduée et au compas seul, le quatrième sommet d'un parallélogramme.
- IV. 4. Construire une somme vectorielle par la méthode du parallélogramme.
- IV.11. Construire, sur papier non quadrillé, un point extrémité d'un vecteur dont on connaît l'origine et qui est défini par une somme vectorielle de type  $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$  ( $\alpha$  et  $\beta$  en nombres entiers relatifs ou fractionnaires).
- V. 1. Expliciter les étapes d'une construction (quels choix ont été faits et pourquoi).

### Prérequis :

- ◆ Les activités de classe 7.4. et 7.11.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 8 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations.
- ❖ Bien que la construction du point C n'ait pas posé de problèmes particuliers dans les expérimentations, nous proposons une illustration logicielle avec GeoplanW, voir page la figure obtenue et, si vous possédez ce logiciel de construction mathématique, le fichier qui lui est associé : vec5\_6.g2w.

 [retour](#)

## 5.6. Un alignement

Placer trois points O, A et B non alignés et construire le point C défini par :  $3 \vec{OC} = 5 \vec{OA} - 2 \vec{OB}$

- 1) Quelle propriété peut-on conjecturer sur les points A, B et C ?
- 2) Établir le résultat envisagé en montrant que  $\vec{AB}$  est colinéaire à  $\vec{AC}$ .

### Objectifs :

- I.23. Connaître les propriétés (associativité, commutativité, distributivité) de la multiplication d'un vecteur par un réel.
- I.24. Connaître la définition de la colinéarité.
- I.25. Connaître les propriétés de la colinéarité.
- II.1. Savoir prouver un alignement avec l'outil de colinéarité.
- II.3. Mettre en œuvre les propriétés (dues à la construction) d'une figure.
- III.1. Justifier les propriétés d'une figure par des égalités vectorielles.
- IV.11. Construire, sur papier non quadrillé, un point extrémité d'un vecteur dont on connaît l'origine et qui est défini par une somme vectorielle de type  $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$  ( $\alpha$  et  $\beta$  en nombres entiers relatifs ou fractionnaires).
- V.1. Expliciter les étapes d'une construction (quels choix ont été faits et pourquoi).

### Prérequis :

- ◆ Les activités de classe 7.3. ; 7.8. et 7.9.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 10 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations si ce n'est une perte de temps pour beaucoup d'élèves qui, avec l'écriture  $\vec{OC} = \frac{5}{3} \vec{OA} - \frac{2}{3} \vec{OB}$  partage deux segments en trois parts égales au lieu d'un seul partage en construisant directement  $5 \vec{OA} - 2 \vec{OB}$ .

 [retour](#)

## 5.7. Un parallélisme

Soit ABC un triangle.

- 1) Construire les points I et J définis par :  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AJ} = 3 \overrightarrow{AC}$ .
- 2) Les droites (BJ) et (IC) sont-elles parallèles ? Justifiez.

### Objectifs :

- I. 8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ).
- I. 23. Connaître les propriétés (associativité, commutativité, distributivité) de la multiplication d'un vecteur par un réel.
- I. 24. Connaître la définition de la colinéarité.
- I. 25. Connaître les propriétés de la colinéarité.
- II. 2. Savoir prouver un parallélisme avec l'outil de colinéarité.
- IV. 8. Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle de type  $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{EB}$  avec k entier naturel, relatif, fractionnaire ou réel.

### Prérequis :

- ◆ Les activités de classe 7.3. et 7.10.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 10 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations.
- ❖ Bien que la construction des points I et J n'ai pas posée de problèmes particuliers dans les expérimentations, nous proposons une illustration logicielle avec GeoplanW, voir page 135 la figure obtenue et, si vous possédez ce logiciel de construction mathématique, le fichier qui lui est associé : vec5\_7.g2w.

 [retour](#)

## 6 - Devoirs maison

**Remarque** : ces travaux participent à un double objectif de recherche et de rédaction.

- **De recherche** : car ils sont plus difficiles que les exercices en classe ou les devoirs surveillés. Ce ne sont pas toutefois des problèmes ouverts car ils sont situés dans un chapitre particulier, ce qui implique un premier tri des outils. Ils en ont quand même l'esprit dans la mesure où il s'agit, pour les élèves, de « lever un obstacle ».
- **De rédaction** : nous suivons en cela la note de l'Inspection Générale de l'Education Nationale, Groupe des Mathématiques, intitulée « Les travaux écrits des élèves en mathématiques au collège et au lycée » qui stipule :

### ➤ I - Rappel des objectifs :

- *Les travaux individuels de rédaction sont nécessaires au développement des capacités d'expression écrite et de maîtrise de la langue ;*
- *L'étude de situations plus complexes, sous forme de préparation d'activités en classe ou de problèmes à résoudre et à rédiger, alimente le travail de recherche, individuel ou en équipe, et permet aux élèves d'évaluer leur capacité à mobiliser leurs connaissances dans des secteurs variés ;*
- *Les travaux individuels de rédaction (solution d'un problème, mise au point d'exercices étudiés en classe, rapport de synthèse sur un thème d'étude, analyse critique d'un texte...) visent essentiellement à développer les capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite ; vu l'importance de ces objectifs, ces travaux de rédaction doivent être fréquents, mais leur longueur doit rester raisonnable ;*

### ➤ II Les travaux écrits en dehors de la classe :

- *Les travaux individuels de rédaction (et notamment les « devoirs à la maison »), ...peuvent et doivent prendre des formes variées (résolution individuelle, ou en petits groupes, d'un problème comportant éventuellement des questions ouvertes et aboutissant à une rédaction individuelle, compte rendu et synthèse d'une séance de travaux dirigés, recherche d'exemples, constitution d'un dossier sur un thème donné, mise au point et rédaction de solutions d'exercices dont l'étude a été engagée en classe...).*

*Ils font l'objet d'une rédaction individuelle sur copie, d'une correction détaillée des copies par le professeur, et d'un rapport de correction destiné notamment à rectifier les erreurs les plus courantes et à dégager des méthodes essentielles.*

- *A tous les niveaux d'enseignement, le rôle de ces travaux est très important :*
  - ✓ *Pour concourir à la maîtrise de la langue française et au développement des capacités de communication ;*
  - ✓ *Pour la gestion de l'hétérogénéité des élèves et la valorisation de leur volonté de progression, compte tenu de la diversité des capacités et des motivations de chacun ;*
  - ✓ *Pour le travail en équipe.*
  
- *L'importance des travaux individuels de rédaction étant capitale pour la formation des élèves, notamment dans la perspective de la poursuite d'études, leur fréquence doit être élevée.*

*Cette fréquence constitue une solide base de principe dans toutes les classes mais peut éventuellement être aménagée en fonction de la section et du niveau d'enseignement concernés...*

*En fait, c'est certainement la longueur et la difficulté des devoirs qu'il convient d'adapter afin d'obtenir un équilibre raisonnable, en fonction du niveau d'enseignement. Dans ce domaine, il vaut mieux faire « souvent et court » que « rarement et long ».*

*Il s'agit en effet de donner aux élèves l'habitude de ces travaux et de leur faire prendre conscience du caractère essentiel de ceux-ci dans leur formation (en montrant notamment que la recherche et la résolution d'un problème sont inséparables de la mise au point et de la rédaction de la solution trouvée).*

 [retour](#)

## 6.1. Partage d'un segment et alignement

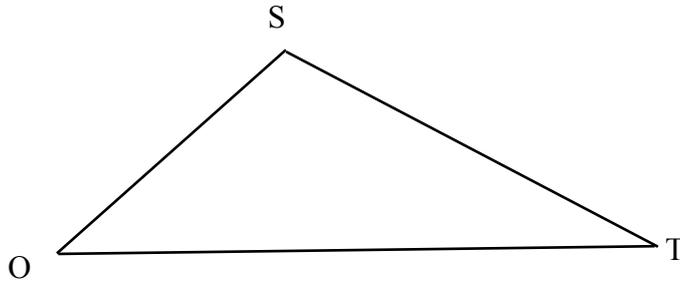
Étant donné un triangle SOT, on considère les points P, Q et R définis par :

\* P est le point de [ SO ] tel que  $SP = 2/3 SO$

\* Q est le point de [ ST ] tel que  $SQ = 1/3 ST$

\* R est le point de (OT) tel que  $OR = 1/3 OT$ , le point O appartenant au segment [RT].

Exprimer  $\vec{PQ}$  et  $\vec{PR}$  en fonction de  $\vec{SO}$  et  $\vec{ST}$  et précisez la position des points P, Q, R.



### Objectifs :

- I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ).
- I.20. Savoir que  $-\vec{AB}$  s'écrit  $\vec{BA}$
- I.23. Connaître les propriétés (associativité, commutativité, distributivité) de la multiplication d'un vecteur par un réel.
- I.25. Connaître les propriétés de la colinéarité.
- I.28. Connaître les égalités vectorielles caractérisant le milieu d'un segment.
- II.3. Mettre en œuvre les propriétés (dues à la construction) d'une figure.
- II.5. Savoir exprimer un vecteur en fonction d'autres.
- II.6. Savoir prouver qu'un point est le milieu d'un segment par une égalité vectorielle.
- IV.12. Construire, sur papier non quadrillé et aux instruments, une figure satisfaisant aux contraintes données par une liste d'informations.

### Prérequis :

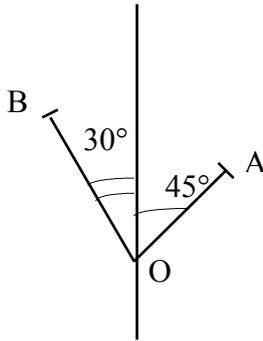
- ◆ Le cahier de l'élève, après les paragraphes 10.1. à 10.4. inclus.

### Commentaires :

- ❖ Le travail est apparu facile dans les expérimentations. L'appréciation de l'enseignant doit alors être centrée sur la rédaction.

 [retour](#)

## 6.2. Alignement



Dans la figure ci-contre, on a  $OA = \sqrt{2}$  et  $OB = 2$ . Le point M défini par  $\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB}$  appartient-il à la droite  $\mathcal{D}$  ?

Le schéma n'est pas en vraie grandeur.

### Objectifs :

- I.13. Connaître la propriété d'un parallélogramme (égalités vectorielles des côtés).
- I.14. Connaître la propriété (caractéristique) d'un parallélogramme (les diagonales se coupent en leur milieu).
- I.15. Connaître la somme vectorielle par la diagonale du parallélogramme.
- II.3. Mettre en œuvre les propriétés (dues à la construction) d'une figure.

### Prérequis :

- ◆ Le cahier de l'élève, après les paragraphes 10.1. à 10.2. inclus.

### Commentaires :

- ❖ Difficile, beaucoup de confusion.  
La figure, refaite en vraie grandeur, est trop souvent considérée encore comme une preuve en elle-même.  
En fait, l'élève s'intéresse plus à la figure qu'à ses propriétés, qui ne sont pas exploitées.



## 6.3. Parallélisme et Parallélogramme

Soit ABCD un parallélogramme et  $k$  un nombre réel. On définit les points I, J, K et L par :

$$\vec{AI} = k \vec{AB} \quad ; \quad \vec{BJ} = k \vec{BC} \quad ; \quad \vec{CK} = k \vec{CD} \quad \text{et} \quad \vec{DL} = k \vec{DA}$$

- a) Faire une figure pour  $k = -1$  puis pour  $k = 3/2$ .
- b) Montrer alors que, pour un nombre  $k$  quelconque, IJKL est un parallélogramme.

### Objectifs :

- I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ).
- I.13. Connaître la propriété d'un parallélogramme (égalités vectorielles des côtés).
- I.20. Savoir que  $-\vec{AB}$  s'écrit  $\vec{BA}$ .
- I.21. Connaître les propriétés de commutativité et d'associativité de la somme vectorielle.
- I.23. Connaître les propriétés (associativité, commutativité, distributivité) de la multiplication d'un vecteur par un réel.
- I.24. Connaître la définition de la colinéarité.
- I.25. Connaître les propriétés de la colinéarité.
- III.2. Mettre en œuvre les propriétés (dues à la construction) d'une figure.
- III.4. Savoir exprimer un vecteur en fonction d'autres.
- III.8. Savoir prouver qu'un point est le milieu d'un segment par une égalité vectorielle.

### Prérequis :

- ♦ Le cahier de l'élève, après les paragraphes 10.1. à 10.4. inclus.

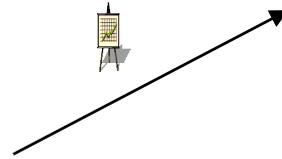
### Commentaires :

- ❖ Les constructions sont appréciées, mais il y a toujours les mêmes difficultés à passer au cas général, à aborder une démonstration.

 [retour](#)

## 6.4. Construction irrationnelle

Étant donné le vecteur  $\vec{u}$ , construire à la règle non graduée et au compas seul, un représentant du vecteur  $\sqrt{5} \vec{u}$ .



### Objectifs :

**IV. 8.** Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle de type  $\vec{AC} = k \vec{EB}$  avec  $k$  entier naturel, relatif, fractionnaire ou réel.

### Prérequis :

- ◆ Le cours de troisième, la leçon sur les racines carrées et les constructions associées.

### Commentaires :

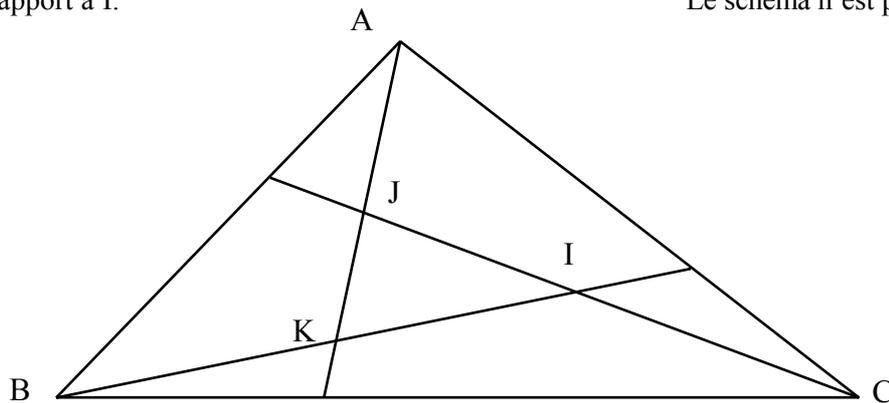
- ❖ Difficile, la classe de troisième semble bien loin, à moins que les vecteurs ne finissent par créer des œillères !!

 [retour](#)

## 6.5. Construction dans un triangle

Pour une fois, le triangle donné s'appelle IJK...

On note A le symétrique de K par rapport à J, B le symétrique de I par rapport à K et enfin C le symétrique de J par rapport à I. Le schéma n'est pas en vraie grandeur.



- 1) Exprimez  $\vec{AK}$  en fonction de  $\vec{AB}$  et  $\vec{AI}$ , puis  $\vec{AI}$  en fonction de  $\vec{AJ}$  et  $\vec{AC}$  et enfin  $\vec{AJ}$  en fonction de  $\vec{AK}$ .  
Déduire de tout cela que  $\vec{AK} = \frac{2}{7} (2\vec{AB} + \vec{AC})$ .
- 2) Soit P le point défini par  $\vec{BP} = \frac{1}{3} \vec{BC}$ . Exprimer  $\vec{AP}$  en fonction de  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$ .
- 3) Déduire de 1) et 2) que A, K, J et P sont alignés.  
**Remarque** : on conviendra que, de la même manière, les points B, K, I, Q d'une part et C, I, J, R d'autre part sont alignés, Q et R étant définis par :  $\vec{CQ} = \frac{1}{3} \vec{CA}$  et  $\vec{AR} = \frac{1}{3} \vec{AB}$ .
- 4) Tracer un triangle ABC quelconque. Trouvez, à la règle et au compas, I, J et K façon que I soit le milieu de [CJ], J celui de [AK] et K celui de [BI].

### Objectifs :

- I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ).
- I.20. Savoir que  $-\vec{AB}$  s'écrit  $\vec{BA}$ .
- I.21. Connaître les propriétés de commutativité et d'associativité de la somme vectorielle.
- I.23. Connaître les propriétés (associativité, commutativité, distributivité) de la multiplication d'un vecteur par un réel.
- I.24. Connaître la définition de la colinéarité.
- I.25. Connaître les propriétés de la colinéarité.
- II.1. Savoir prouver un alignement avec l'outil de colinéarité.
- II.3. Mettre en œuvre les propriétés (dues à la construction) d'une figure.
- II.5. Savoir exprimer un vecteur en fonction d'autres.
- III.2. Mettre en œuvre les propriétés (dues à la construction) d'une figure.
- III.4. Savoir utiliser les propriétés des opérations sur les vecteurs (commutativité et associativité de l'addition vectorielle, multiplication d'un vecteur par un réel) pour justifier un résultat.
- III.5. Traduire des informations en langage vectoriel.
- IV. 8. Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle de type  $\vec{AC} = k \vec{EB}$  avec k entier naturel, relatif, fractionnaire ou réel.
- IV.12. Construire, sur papier non quadrillé et aux instruments, une figure satisfaisant aux contraintes données par une liste d'informations.
- V.1. Expliciter les étapes d'une construction (quels choix ont été faits et pourquoi).

### Prérequis :

- ◆ Le cahier de l'élève, après les paragraphes 10.1. à 10.4. inclus.

### Commentaires :

- ❖ Difficile, exercice en forme de bilan, à questions enchaînées. La longueur rebute un peu les élèves, mais pour une fois...



## 6.6. Caractérisation du milieu

On considère un triangle CQF. J est un point tel que  $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CF}$ . D est le point tel que  $\overrightarrow{QD} = \frac{5}{3}\overrightarrow{QJ}$ .

Le quadrilatère CQFD a ses côtés opposés qui se coupent : (DC) et (FQ) se coupent en K, (FD) et (QC) se coupent en I. Prouver que Q est le milieu de [FK] et que C est le milieu de [QI].

### Objectifs :

- I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ).
- I.20. Savoir que  $-\overrightarrow{AB}$  s'écrit  $\overrightarrow{BA}$
- I.21. Connaître les propriétés de commutativité et d'associativité de la somme vectorielle.
- I.23. Connaître les propriétés (associativité, commutativité, distributivité) de la multiplication d'un vecteur par un réel.
- I.24. Connaître la définition de la colinéarité.
- I.25. Connaître les propriétés de la colinéarité.
- II.3. Mettre en œuvre les propriétés (dues à la construction) d'une figure.
- II.5. Savoir exprimer un vecteur en fonction d'autres.
- II.7. Savoir prouver la symétrie de deux points par rapport à un troisième avec les vecteurs opposés (colinéaires).
- III.2. Utiliser la relation de Chasles pour modifier une écriture vectorielle.
- III.4. Savoir exprimer un vecteur en fonction d'autres.
- IV.8. Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle de type  $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{EB}$  avec k entier naturel, relatif ou fractionnaire.

### Prérequis :

- ◆ Le cahier de l'élève, après les paragraphes 10.1. à 10.4. inclus.

### Commentaires :

- ❖ Difficile, la direction de la recherche n'est pas explicite.

 [retour](#)

## 7 - Activités de classe

### 7.1. Lecture rapide

(ABCD) est un parallélogramme.

Complète, sans justifier, les égalités suivantes :

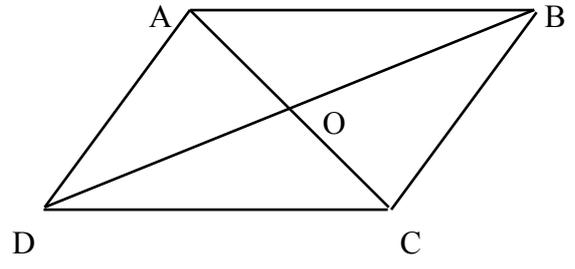
$$\vec{AB} + \vec{BC} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{AB} + \vec{AD} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{AB} + \vec{CD} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{OA} + \vec{OC} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \dots\dots\dots$$



#### Objectifs :

- I.7. Connaître la propriété de commutativité de la somme vectorielle.
- I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ).
- I.12. Savoir qu'un vecteur admet une infinité de représentants.
- I.14. Connaître la propriété (caractéristique) d'un parallélogramme (les diagonales se coupent en leur milieu).
- I.15. Connaître la somme vectorielle par la diagonale du parallélogramme.

#### Prérequis :

- ◆ Test n° 5 et n° 7

#### Remédiations :

- Celles des tests n° 5 et n° 7.

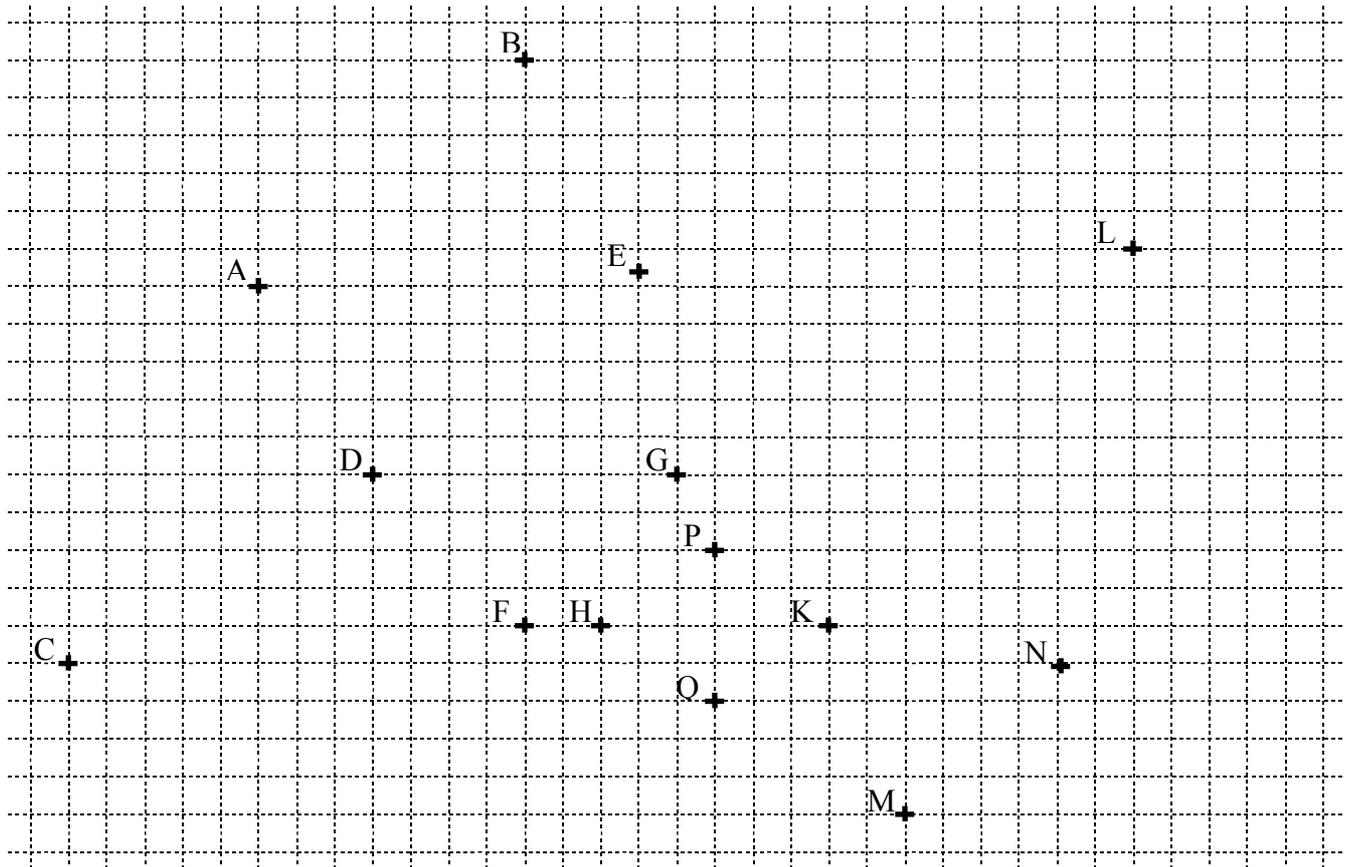
#### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 5 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations pour les quatre premières questions.
- ❖ La question 4 introduit la notion de vecteurs opposés, indispensable pour l'activité 7. 2.
- ❖ La propriété de la commutativité de la somme vectorielle est souvent oubliée pour la question 5.
- ❖ Si cela n'est pas encore fait, il est indispensable, à ce moment, de fixer les acquis dans le « cahier de l'élève », les paragraphes 10.1. et 10.2.



## 7.2. Quadrillage et repère

- a) Citer, en utilisant des points de la figure, deux vecteurs égaux : .....
- Deux vecteurs opposés : .....
- Deux vecteurs de même direction, ni égaux ni opposés : .....
- b) Peut-on exprimer  $\vec{FK}$  en fonction de  $\vec{FH}$  ? Comment ? .....
- Peut-on exprimer  $\vec{FH}$  en fonction de  $\vec{FK}$  ? Comment ? .....
- Peut-on exprimer  $\vec{KH}$  en fonction de  $\vec{HK}$  ? Comment ? .....
- Peut-on exprimer  $\vec{KH}$  en fonction de  $\vec{KN}$  ? Comment ? .....



### Objectifs :

- I.16. Reconnaître, par des points situés sur un quadrillage, des vecteurs égaux.
- I.17. Reconnaître, par des points situés sur un quadrillage, des vecteurs opposés.
- I.18. Reconnaître, par des points situés sur un quadrillage, des vecteurs de même direction seulement.
- IV.5. Exprimer un vecteur en fonction d'un autre par lecture de points sur un quadrillage.

### Prérequis :

- ◆ Le cahier de l'élève § 8. 1.

### Remédiations :

- Activités sur quadrillage : codage et proportionnalités.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 15 minutes environ
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations.

## 7.3. Multiplication d'un vecteur par un réel

1) On considère la droite graduée suivante :

$\begin{array}{cccc} \text{A} & & \text{B} & & \text{C} & & \text{D} \\ \hline | & | & | & | & | & | & | & | & | & | & | & | \end{array}$

Placer les point E et F tels que :  $\vec{AE} = 5 \vec{BC}$  et  $\vec{DF} = -2 \vec{AB}$ .

Placer les point G et H tels que :  $\vec{AG} = \frac{2}{7} \vec{AD}$  et  $\vec{CH} = \frac{5}{3} \vec{AB}$ .

Compléter par un nombre réel :  $\vec{AB} = \dots\dots\dots \vec{AC}$  ;  $\vec{BA} = \dots\dots\dots \vec{BC}$  ;

$\vec{BD} = \dots\dots\dots \vec{BA}$  ;  $\vec{AD} = \dots\dots\dots \vec{CB}$  .

$\vec{BC} = \dots\dots\dots \vec{CD}$  ;  $\vec{BC} = \dots\dots\dots \vec{BD}$  .

Remarque : que représente le point C pour le segment [BD] ?

2) Étant donnés les points A et B ci-dessous, construire, à la règle non graduée et au compas seul,

les points C, D et E tels que :  $\vec{AC} = \frac{1}{3} \vec{AB}$        $\vec{AD} = \frac{5}{3} \vec{AB}$  et  $\vec{BE} = -\frac{4}{3} \vec{AB}$  .



### Objectifs :

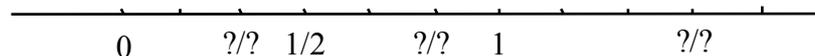
- IV.6.** Placer des points sur une droite graduée définis à partir d'une égalité vectorielle de type  $\vec{AC} = k \vec{EB}$  avec k entier naturel, relatif ou fractionnaire.
- IV.7.** Exprimer un vecteur en fonction d'un autre (en nombre entiers, relatifs ou fractionnaires) par lecture sur une droite graduée.
- IV.8.** Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle de type  $\vec{AC} = k \vec{EB}$  avec k entier naturel, relatif, fractionnaire ou réel.

### Prérequis :

- ◆ Graduations régulières d'une droite.
- ◆ Partage, aux instruments, d'un segment en n parties égales.
- ◆ Activité 7. 2.

### Remédiations :

- Voici une graduation : a) Remplacer les points d'interrogation .
- b) Placer sur le dessin :  $\frac{2}{3}$  ;  $\frac{1}{6}$  ;  $-\frac{4}{3}$  .



- Vocabulaire et exercices sur origine, extrémité, sens, longueur d'un vecteur (que puis-je écrire ou dessiner avec une, deux ou trois de ces informations,...).

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 15 minutes environ.
- ❖ Il est apparu, dans les expérimentations, un manque de concentration sur les écritures.
- ❖ Un grand nombre d'élèves ont oublié la technique du partage, aux instruments, d'un segment en n parties égales.
- ❖ Il est utile de compléter, à ce stade, le « cahier de l'élève » par le paragraphe 10. 3.

 [retour](#)

## 7.4. Caractérisation du milieu d'un segment

ABC est un triangle. Construire les points D et E tels que  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$  et  $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BE}$ .  
Démontrer que A est le milieu du segment [ED].

### Objectifs :

- III.1. Justifier les propriétés d'une figure par des égalités vectorielles.
- IV.9. Extraire, d'une figure complexe, des éléments caractéristiques permettant des écritures vectorielles.

### Prérequis :

- ◆ Test n° 3.
- ◆ Définition du parallélogramme par une égalité vectorielle (cours de la classe de troisième).
- ◆ Caractérisation du milieu (alignement, direction, appartenance au segment, longueurs égales).

### Remédiations :

- Activité 7. 3.
- Exprimer un vecteur en fonction d'un autre avec des points situés au milieu de segments, sous une droite graduée, puis sur un quadrillage et enfin sur papier non quadrillé.
- Statuts de la démonstration avec :
  - ✓ lecture d'énoncés (séparation des hypothèses, conclusion, propriétés utilisées).
  - ✓ déductogrammes simples.
  - ✓ démonstrations puzzles.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 15 minutes environ.
- ❖ Il est apparu, dans les expérimentations, des difficultés à établir des liens entre des propriétés géométriques (comme le milieu d'un segment) et des propriétés vectorielles (égalité).
- ❖ Un grand nombre d'élèves ne maîtrisent pas « la démonstration » (structure,...).

 [retour](#)

## 7.5. Constructions sur quadrillage

Construire, dans le quadrillage ci-dessous, les points A', B', C', D', E' et F' définis par :

$$\vec{AA'} = \vec{b} + \vec{a}$$

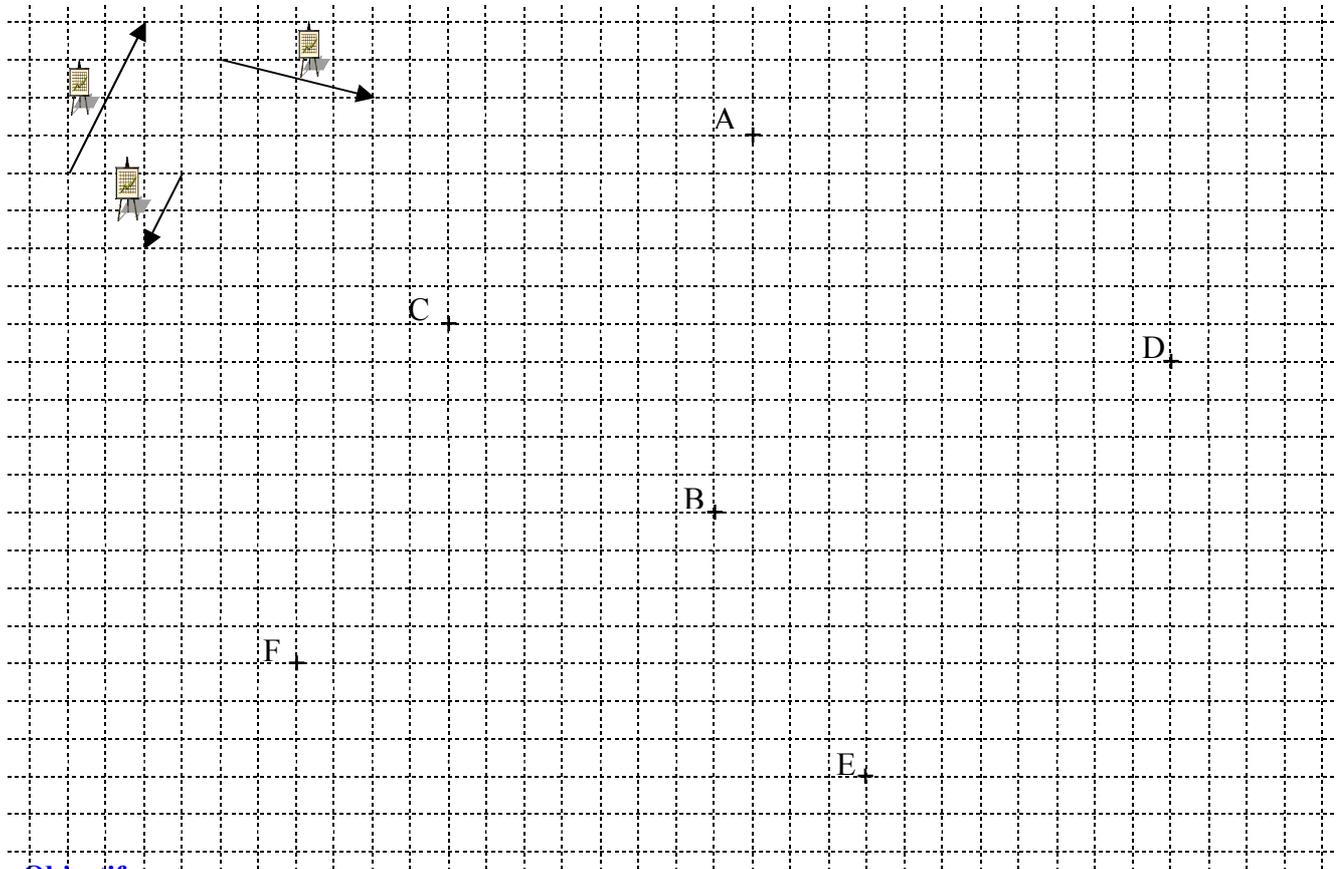
$$\vec{BB'} = \vec{c} - \vec{b}$$

$$\vec{CC'} = \vec{c} + \vec{a}$$

$$\vec{DD'} = \frac{3}{2} \vec{a}$$

$$\vec{EE'} = \frac{1}{2} \vec{a} - 2 \vec{b}$$

$$\vec{FF'} = -\frac{1}{2} \vec{a} - \frac{1}{2} \vec{b}$$



**Objectifs :**

**IV. 10.** Construire, sur quadrillage, un point extrémité d'un vecteur dont on connaît l'origine et qui est défini par une somme vectorielle de type  $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$  ( $\alpha$  et  $\beta$  en nombres entiers relatifs ou fractionnaires).

**Prérequis :**

- ◆ Activité 7. 2. et 7. 3.

**Remédiations :**

- Celles des activités 7. 2. et 7. 3.
- Exercices sur opposés d'un vecteur et sommes vectorielles ( $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left( - \vec{b} \right)$ ).
- Exercices similaires sur droite graduée d'abord, quadrillage (simple) ensuite, avec des nombres entiers naturels, relatifs et enfin fractionnaires.

**Commentaires :**

- ❖ Cette activité est prévue pour 25 minutes environ.
- ❖ Il est apparu, dans les expérimentations, des difficultés avec le signe moins (passage non maîtrisé de la soustraction à l'addition de l'opposé).
- ❖ Beaucoup d'aides individuelles sont demandées, c'est pourquoi une correction est prévue (voir la partie "documents élèves" pages 109 et 111). Afin d'éviter une distribution de ce document à chaque élève, il est possible de l'imprimer sur transparent et de le faire circuler en classe ou bien de le montrer au rétroprojecteur.

## 7.6. Relations vectorielles

1) Simplifier le plus possible (en détaillant) :  $\vec{a} = \vec{GF} + \vec{AG}$        $\vec{b} = \vec{EA} - \vec{EF}$

$$\vec{c} = \vec{AB} + \vec{CA} + \vec{BC} \quad \vec{d} = \vec{CB} + \vec{CA} + \vec{AB} \quad \vec{e} = 2 \left( \vec{AB} + \vec{AC} \right) - \left( \vec{AC} + 2 \vec{AB} \right)$$

2) ABCD est un trapèze.

(EK) et (BC) sont parallèles.

(EJ) et (AD) sont parallèles.

(IF) et (DC) sont parallèles.

E est le milieu de [AB].

I est le milieu de [AD].

a) AB = 4 cm et DC = 8 cm ;

Compléter : JK = .....

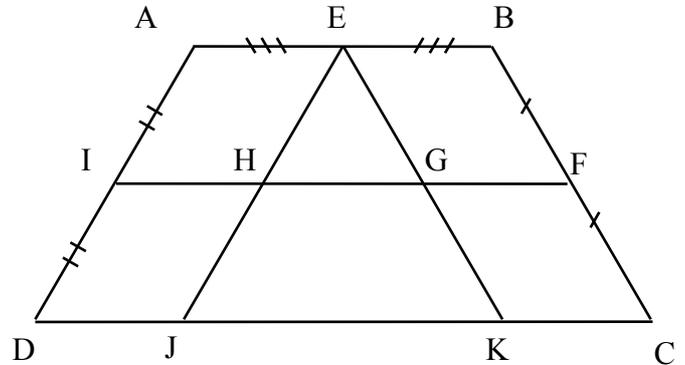
Compléter : GH = .....

b) Exprimer, en utilisant uniquement deux points de la figure, les vecteurs suivants :

$$\vec{AE} + \vec{KC} + 2 \vec{JD} =$$

$$\vec{BI} + \vec{KC} + \vec{BE} + \vec{HI} =$$

$$2 \vec{GH} + \vec{BE} =$$



(figure pour la question 2 uniquement)

### Objectifs :

- I.7. Connaître la propriété de commutativité de la somme vectorielle.
- I.19. Savoir que la somme  $\vec{AB} + \vec{AB}$  s'écrit  $2 \cdot \vec{AB}$ .
- I.20. Savoir que  $-\vec{AB}$  s'écrit  $\vec{BA}$ .
- III.2. Utiliser la relation de Chasles pour simplifier une écriture vectorielle.
- III.3. Reconnaître les propriétés des parallélogrammes dans une figure complexe (parallélisme, égalités de longueur, ...).
- III.4. Savoir utiliser les propriétés des opérations sur les vecteurs (commutativité et associativité de l'addition vectorielle, multiplication d'un vecteur par un réel).

### Prérequis :

- ◆ Tests préliminaires n° 5 et n° 7.
- ◆ Activités 7. 1. et 7. 3.

### Remédiations :

- Celles des tests préliminaires 5 et 7.
- Celles des activités 7. 1. et 7. 3.
- Déterminer, dans une figure complexe, tous les représentants d'un vecteur donné.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 15 minutes environ.
- ❖ Il est apparu, dans les expérimentations, des difficultés pour « remplacer » un vecteur par un vecteur qui lui est égal. Mais dès que cela est acquis, l'activité ne pose plus de problèmes particuliers.

## 7.7. Constructions justifiées

Construire, en justifiant, les points M, N et P définis par

$$2 \vec{MA} + \vec{BM} = \vec{0}$$

$$2 \vec{NC} + \vec{AB} = \vec{NB}$$

$$\vec{AP} + \vec{AC} = 2 \vec{BP}$$

A  
×

B  
×

C  
×

### Objectifs :

- I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ).
- I.21. Connaître les propriétés des opérations sur les vecteurs.
- IV.8. Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle de type  $\vec{AC} = k \vec{EB}$  avec k entier naturel, relatif, fractionnaire ou réel.

### Prérequis :

- ◆ Cours de la classe de troisième (relation de Chasles).
- ◆ Test préliminaires n° 7 et n° 8.

### Remédiations :

- Construire, aux instruments, sur papier non quadrillé, des points définis par une égalité vectorielle simple : une somme vectorielle ( $\vec{AN} = \vec{AB} + \vec{CB}$ ), puis une somme vectorielle et un produit par un réel ( $\vec{AN} = 2 \times \vec{AB} + \vec{CB}$ ), et enfin une somme vectorielle et deux produits ( $\vec{AN} = 2 \times \vec{AB} + 3 \times \vec{CB}$ ).

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 25 minutes environ.
- ❖ Il est apparu, dans les expérimentations, des difficultés à faire comprendre que le point cherché est écrit « une fois de trop » et que, avec la relation de Chasles, l'expression donnée peut se simplifier.
- ❖ Il est encore apparu le problème de choix pour utiliser la relation de Chasles.

 [retour](#)

## 7.8. Alignement de trois points

ABC est un triangle. On considère le point M, tel que  $\vec{BM} = 2 \vec{AB}$ , et le point N tel que  $\vec{MN} = 3 \vec{BC}$ .

**Démontrer** que les points A, C, N sont alignés.

**Méthode :** pour montrer que A, C, N sont alignés, il suffit de montrer que le vecteur  $\vec{AN}$  peut s'écrire  $k \vec{AC}$  (la direction est la même). On dira alors que les vecteurs  $\vec{AN}$  et  $k \vec{AC}$  sont colinéaires.

On place M et N sur la figure ci-contre.

On complète les calculs vectoriels suivants :

$$\vec{AN} = \vec{AB} + \vec{BM} + \vec{MN}$$

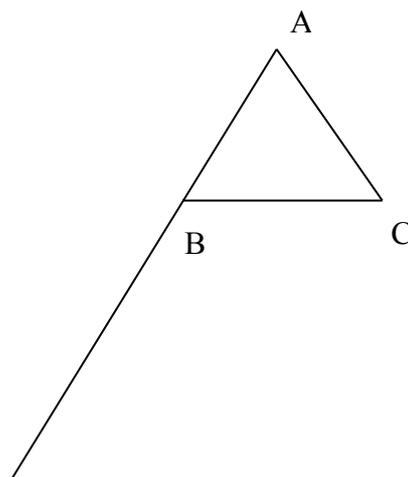
$$\vec{AN} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{AN} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\vec{AN} = \dots\dots \vec{AC}$$

On conclut : .....

.....



### Objectifs :

**I.8.** Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ).

**II.1.** Savoir prouver un alignement avec l'outil de colinéarité.

### Prérequis :

- ◆ Les activités précédentes, plus particulièrement n° 7. 3.
- ◆ « Le cahier de l'élève » (propriétés de la multiplication d'un vecteur par un réel § 10. 3.).

### Remédiations :

- Calculs algébriques : la somme de n « êtres mathématiques » identiques peut s'écrire sous la forme d'un produit.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 15 minutes environ
- ❖ Il n'est pas apparu, dans les expérimentations, de difficulté particulières.
- ❖ Certains élèves vont plus vite que ce qui est proposé : le nombre de cases à remplir ne correspond pas toujours à celui dont ils ont besoin.

 [retour](#)

## 7.9. Alignement de trois points (bis)

A, B et C désignent trois points non alignés. On considère les points M et N définis par :  
 $\overrightarrow{CM} = 2 \overrightarrow{CB} - 4 \overrightarrow{CA}$  et  $\overrightarrow{AN} = - \overrightarrow{AB}$ . Les points C, M et N sont-ils alignés ? Justifiez.

### Objectifs :

**I.8.** Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ).

**II.1.** Savoir prouver un alignement avec l'outil de colinéarité.

### Prérequis :

- ◆ Les activités précédentes (plus particulièrement 7. 3. et 7. 8.).

### Remédiations :

- Celles des activités 7. 3. et 7. 8.
- Activité similaire, sans la difficulté des signes moins.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 20 minutes environ.
- ❖ Il est apparu, dans les expérimentations, des difficultés liées aux différents choix possible pour employer la relation de Chasles.

 [retour](#)

## 7.10. Parallélisme

ABCD est un parallélogramme.

Le vecteur  $\vec{AB}$  sera noté  $\vec{u}$ .

Le vecteur  $\vec{AD}$  sera noté  $\vec{v}$ .

- 1) Construire le point E tel que  $\vec{AE} = 3\vec{u} + \vec{v}$ .
- 2) Construire le point F tel que  $\vec{BF} = -\vec{u} - 2\vec{v}$ .
- 3) Démontrer que les droites (EF) et (AC) sont parallèles.



### SOLUTION

- 1) Construction de E : on place d'abord le point M, tel que  $\vec{AM} = 3\vec{u}$ . On peut alors écrire :

$$\vec{AE} = \vec{AM} + \dots\dots\dots. \text{ On place alors E.}$$

- 2) Construction de F : on place d'abord le point N, tel que  $\vec{BN} = -\vec{u}$ . On remarque que : .....

$$\vec{BF} = \vec{BN} + \dots\dots\dots. \text{ On construit alors F.}$$

- 3) **Méthode** : pour démontrer que les droites (EF) et (AC) sont parallèles, il suffit de montrer que les vecteurs  $\vec{EF}$  et  $\vec{AC}$  sont non nuls et colinéaires.

On calcule  $\vec{AC}$  et  $\vec{EF}$  à l'aide de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  :

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} \quad \text{donc} \quad \vec{AC} = \vec{u} + \dots\dots\dots. \quad \vec{EF} = \vec{EA} + \vec{AB} + \vec{BF}$$

$$\text{donc} \quad \vec{EF} = \dots\dots \vec{u} + \dots\dots \vec{v} + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots.$$

On a alors  $\vec{EF} = \dots\dots \vec{AC}$ . On conclut : les vecteurs  $\vec{EF}$  et  $\vec{AC}$  sont ..... donc  
.....

### Objectifs :

**II.2.** Savoir prouver un parallélisme avec l'outil de colinéarité.

### Prérequis :

- ◆ Les activités précédentes.

### Remédiations :

- **Activité similaire, sans la difficulté des signes moins.**

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 20 minutes environ.
- ❖ « le Cahier de l'élève » est à compléter, § 10. 4. 1. et éventuellement 10. 4. 2.

## 7.11. Et avec les parallélogrammes ?

EFG est un triangle quelconque. Construire A tel que  $\overrightarrow{FA} = 3 \overrightarrow{EG}$  et B tel que  $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{EG} + 2 \overrightarrow{EF}$ .  
Montrer que le quadrilatère FBAG est un parallélogramme.

### Objectifs :

- I.13. Connaître la propriété d'un parallélogramme (égalités vectorielles des côtés).
- I.14. Connaître la propriété (caractéristique) d'un parallélogramme (les diagonales se coupent en leur milieu).
- II.3. Mettre en œuvre les propriétés (dues à la construction) d'une figure.

### Prérequis :

- ◆ Activités précédentes (plus particulièrement 7. 7.).
- ◆ Les propriétés du parallélogramme.

### Remédiations :

- Extraire des informations vectorielles d'une figure simple puis complexe, les justifier.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 20 minutes environ.
- ❖ Il est apparu, dans les expérimentations, des difficultés à revenir à des propriétés géométriques (les élèves « tournent en rond » avec la relation de Chasles). Ils s'intéressent plus à la figure elle-même qu'à ses propriétés. Ils oublient de justifier certaines parties de leurs explications (la figure étant une preuve en soi).

 [retour](#)

## 7.12. Parallélogramme et parallélisme

On donne un triangle ABC. A', B' et C' sont les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB]. M étant un point quelconque du plan, les points N et P sont définis par  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CC'}$  et  $\overrightarrow{MP} = -\overrightarrow{BB'}$ .

- 1) Montrer que le quadrilatère ANPA' est un parallélogramme.
- 2) Soit I le milieu de [NP]. Prouver que les droites (MI) et (BC) sont parallèles.

### Objectifs :

I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ).

I.15. Connaître la somme vectorielle par la diagonale du parallélogramme.

### Prérequis :

- ◆ Les activités 7. 3. et 7. 5.
- ◆ La multiplication d'un vecteur par un nombre.

### Remédiations :

- Celles liées à la relation de Chasles.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 20 minutes environ.
- ❖ Il est apparu, dans les expérimentations, des difficultés avec les différents choix possibles pour utiliser la relation de Chasles. Certains élèves ont oublié (ou ne maîtrisent pas) la propriété vectorielle de la diagonale d'un parallélogramme.
- ❖ La construction de la figure, bien qu'un peu longue, n'offre pas de difficulté particulière. La construction des points N et P se faisant à partir d'un point M quelconque, certains élèves sont un peu désorientés. C'est pourquoi nous proposons une illustration logicielle avec GeoplanW, voir page 136 la figure obtenue et, si vous possédez ce logiciel de construction mathématique, le fichier qui lui est associé : vec7\_12.g2w.

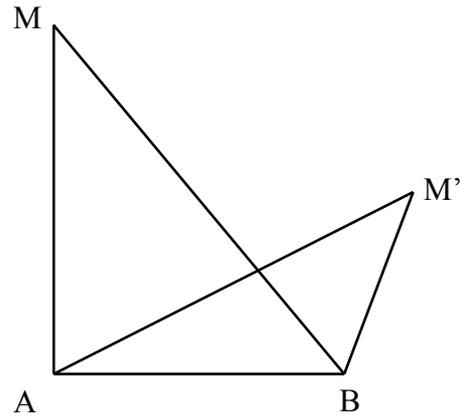
 [retour](#)

## 7.13. Centre de gravité

Construire le point G, centre de gravité du triangle ABM.

Construire le point G', centre de gravité du triangle ABM'.

Démontrer que les droites (GG') et (MM') sont parallèles.



### Objectifs :

- I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ).
- I.22. Connaître l'égalité vectorielle caractérisant la position du centre de gravité d'un triangle sur une médiane.

### Prérequis :

- ◆ Les activités précédentes.
- ◆ Les propriétés de la multiplication d'un vecteur par un réel.

### Remédiations :

- Constructions de centres de gravité.
- Opérations algébriques sur la multiplication d'un vecteur par un réel.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 15 minutes environ.
- ❖ Il n'est apparu, dans les expérimentations, aucune difficulté particulière dès lors que l'égalité vectorielle  $\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AA'}$  est connue.
- ❖ « Cahier de l'élève » à remplir, paragraphe 10. 4. 3.
- ❖ La construction de la figure, bien qu'un peu longue, n'offre pas de difficulté particulière. La construction des points G et G' se faisant à partir des points M et M' quelconques, il nous ait apparu utile de proposer une illustration logicielle avec GeoplanW, voir page 137 la figure obtenue et, si vous possédez ce logiciel de construction mathématique, le fichier qui lui est associé : vec7\_13.g2w.

## 8 - Activités de classe orientées module

### 8.1. Rédiger : entraînement à la rédaction d'une démonstration

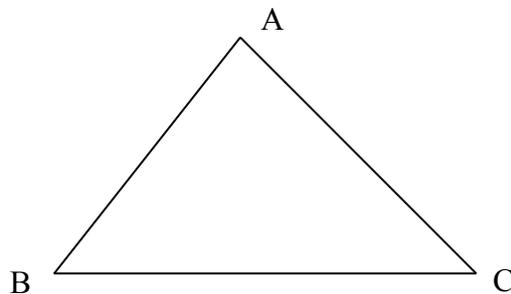
#### 8.1.1. Énoncé

ABC est un triangle ; k est un nombre réel, M et N sont les points définis par les relations :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + (k+1) \overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{AN} = (k+1) \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} .$$

- 1) On choisit d'abord  $k = -2$ . Faire la figure et démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
- 2) k est maintenant un réel quelconque. Calculer  $\overrightarrow{MN}$  en fonction de  $\overrightarrow{BC}$  et conclure.
- 3) Pour quelle valeur de k, BCNM est-il un parallélogramme ? Faire une figure pour la valeur de k ainsi trouvée.

#### 8.1.2. Figure



#### 8.1.3. Démonstration

- 1)  $k = -2$  : On complète :  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \dots \overrightarrow{AC}$                        $\overrightarrow{AN} = \dots \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$ .

On place M et N sur la figure ci-dessus ; on calcule  $\overrightarrow{MN}$  en complétant les relations suivantes :

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \dots \quad \text{Donc } \overrightarrow{MN} = \dots$$

$$\text{Donc } \overrightarrow{MN} = \dots \overrightarrow{AB} + \dots \overrightarrow{AC} \quad \text{donc } \overrightarrow{MN} = \dots (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}).$$

$$\overrightarrow{MN} = \dots \quad \text{On conclut : les vecteurs } \overrightarrow{MN} \text{ et } \overrightarrow{BC} \text{ sont } \dots \text{ et } \dots$$

donc les droites (MN) et (BC) sont .....

- 2) k est un réel quelconque : On complète les calculs suivants :  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \dots$

$$\text{Donc } \overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - (k+1) \overrightarrow{AC} + \dots$$

$$\text{Donc } \overrightarrow{MN} = \dots \overrightarrow{AB} + \dots \overrightarrow{AC} ; \quad \overrightarrow{MN} = \dots$$

$$\overrightarrow{MN} = (\dots) \overrightarrow{BC} \quad (1).$$

Si  $k = -\frac{1}{2}$ ,  $\vec{MN} = \dots\dots\dots$ .

Si  $k \neq -\frac{1}{2}$ , on conclut :  $\vec{MN}$  et  $\vec{BC}$  sont  $\dots\dots\dots$  et non nuls, donc les droites (MN) et (BC) sont  $\dots\dots\dots$ .

3) Utilisons la relation (1) : « BCNM est un parallélogramme » signifie que : (  $\dots\dots\dots$  )  $\vec{BC} = \vec{BC}$ .

Comme  $\vec{BC} \neq \vec{0}$ , l'égalité précédente s'écrit :

- $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- $\dots\dots\dots$
- $k = \dots\dots\dots$ .

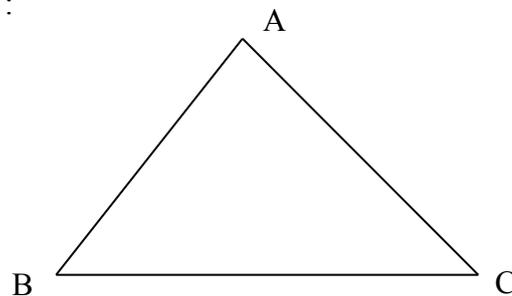
On a démontré que BCNM est un parallélogramme si et seulement si  $k = \dots\dots\dots$ .

#### 8.1.4. Vérification

On construit ci-contre la figure de vérification :

$$\vec{AM} = \dots\dots\dots \vec{AB} + \dots\dots\dots \vec{AC}.$$

$$\vec{AN} = \dots\dots\dots \vec{AB} + \dots\dots\dots \vec{AC}.$$



#### Objectifs :

- I.8. Connaître la relation de Chasles (écriture vectorielle  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ).
- I.23. Connaître les propriétés de la multiplication d'un vecteur par un réel.
- I.24. Connaître la définition de la colinéarité.
- I.25. Connaître les propriétés de la colinéarité.
- III.2. Utiliser la relation de Chasles pour simplifier une écriture vectorielle.
- IV.11. Construire, sur papier non quadrillé, un point extrémité d'un vecteur dont on connaît l'origine et qui est défini par une somme vectorielle de type  $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$  ( $\alpha$  et  $\beta$  en nombres entiers relatifs ou fractionnaires).

#### Prérequis :

- ◆ Les activités de classe 7.3. ; 7.7. ; 7.11. et 7.13.

#### Remédiations :

- Celles des activités de classe liées à la multiplication d'un vecteur par un réel et à la colinéarité (définitions et propriétés).

#### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 45 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations.



## 8.2. Réduire un énoncé

Voici une série de 13 informations :

$$AT = 3 \text{ cm.}$$

$$KL = 7 \text{ cm.}$$

$\overrightarrow{AS}$  et  $\overrightarrow{KL}$  sont colinéaires.

$$SL = 6 \text{ cm.}$$

$$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{SL}.$$

$$TS = 6 \text{ cm.}$$

$$AK = 6 \text{ cm.}$$

$\overrightarrow{AT}$  et  $\overrightarrow{KS}$  sont colinéaires.

$$AS = 7 \text{ cm.}$$

$\overrightarrow{AK}$  et  $\overrightarrow{TS}$  sont colinéaires.

$\overrightarrow{LT}$  et  $\overrightarrow{LS}$  sont colinéaires.

$$SK = 3 \text{ cm.}$$

$$\overrightarrow{ST} = \overrightarrow{KA}.$$

- 1) Construire la figure vérifiant toutes ces informations.
- 2) Écrire un programme de construction minimal (avec le moins d'informations possibles).
- 3) Faites exécuter votre programme de construction. Corrigez si nécessaire.

### Objectifs :

IV.12. Construire, sur papier non quadrillé et aux instruments, une figure satisfaisant aux contraintes données par une liste d'informations.

V.2. Déterminer, pour construire une figure précise, les informations essentielles (ou redondantes) dans une liste donnée.

### Prérequis :

- ◆ La définition de la colinéarité.
- ◆ Les activités 7.8. et 7.10.

### Remédiations :

- Exercices similaires, avec moins d'informations, pour aboutir à une figure plus simple.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 20 minutes environ.
- ❖ Des difficultés sont apparues dans les expérimentations : la construction est apparue difficile, les élèves ne pensent pas à s'auto-contrôler. Dès qu'une figure correcte est obtenue, le croquis « circule » très vite et il y a moins de recherche ! !

 [retour](#)



## Objectifs :

### II. 4. Construire le « squelette » d'une démonstration.

#### Prérequis :

- ◆ Connaître les propriétés des opérations sur les vecteurs.
- ◆ Savoir que  $-\overrightarrow{AB}$  s'écrit  $\overrightarrow{BA}$ .
- ◆ Savoir que la somme  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$  s'écrit  $2 \cdot \overrightarrow{AB}$ .
- ◆ Connaître la somme vectorielle par la diagonale du parallélogramme.
- ◆ Connaître les propriétés vectorielles de la projection.

#### Remédiations :

- Activité similaire, avec un organigramme plus simple.

#### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 40 minutes environ.
- ❖ Des difficultés sont apparues dans les expérimentations : beaucoup d'élèves sont peu préparés à ce type d'activité, cet organigramme leur paraît complexe.

 [retour](#)

## 8.4. Démonstration puzzle

### 8.4.1. Voici un texte

Sur les côtés d'un parallélogramme ABCD, on place les points E et F tels que :  $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AF} = 3 \overrightarrow{AD}$ . Montrer que C, E et F sont alignés.

### 8.4.2. Voici 14 phrases

- (1) par hypothèse,  $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$
- (2) donc  $\overrightarrow{FE} = 3 \overrightarrow{DA} + \frac{3}{2} \overrightarrow{AB}$ .
- (3) Finalement,  $\overrightarrow{FE} = 3 \overrightarrow{CE}$
- (4) D'après la relation de Chasles,  $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE}$
- (5) ABCD est un parallélogramme, donc  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$
- (6) Pour montrer que C, E et F sont alignés,
- (7) donc  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AB}$
- (8) Les vecteurs  $\overrightarrow{FE}$  et  $\overrightarrow{CE}$  étant colinéaires, les points C, E et F sont alignés
- (9) et  $\overrightarrow{FE} = 3 \left( \overrightarrow{DA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \right)$
- (10) il suffit de montrer que les vecteurs  $\overrightarrow{FE}$  et  $\overrightarrow{CE}$  sont colinéaires.
- (11) D'après la relation de Chasles  $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE}$
- (12) Or  $\overrightarrow{FA} = -3 \overrightarrow{AD} = 3 \overrightarrow{DA}$
- (13) D'où  $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$
- (14) D'après la relation de Chasles,  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$

### 8.4.3. Ordonner ces 14 phrases pour obtenir une démonstration correcte

#### Objectifs :

III.3. Reconnaître les propriétés des parallélogrammes dans une figure complexe (parallélisme, égalités de longueur,...).

#### Prérequis :

- ◆ La relation de Chasles.
- ◆ Définition et propriétés de la multiplication d'un vecteur par un réel.
- ◆ Définition et propriétés de la colinéarité.
- ◆ Connaître la propriété d'un parallélogramme (égalités vectorielles des côtés).

#### Remédiations :

- Activité similaire avec moins de pièces dans le puzzle.

#### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 20 minutes environ
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations.

## 8.5. A partir d'une solution

Voici la rédaction de la solution correcte d'une élève de seconde, à une question posée :

« La relation de Chasles permet d'écrire :

$$\overrightarrow{D'C} = \overrightarrow{D'D} + \overrightarrow{DC}, \text{ or } \overrightarrow{DD'} = 2\overrightarrow{AD}, \text{ donc}$$

$$\overrightarrow{D'C} = -2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$$

De même la relation de Chasles nous donne :

$$\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB'}$$

par énoncé,  $\overrightarrow{AB'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

d'où  $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

ou encore  $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

c'est-à-dire  $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

ABCD étant un carré  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ , donc :

$$\overrightarrow{CB'} = -\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$$

Ainsi  $\overrightarrow{D'C} = k\overrightarrow{CB'}$  avec  $k = \dots\dots\dots$  ce qui prouve que les vecteurs  $\overrightarrow{D'C}$  et  $\overrightarrow{CB'}$  sont  $\dots\dots\dots$

Par suite, les points D', C et B' sont alignés »

- 1° a) Dégager les hypothèses, en les encadrant en vert.
- b) Dégager la conclusion, en la soulignant en rouge.
- c) Compléter les pointillés dans la rédaction de la solution.

- 2° Tracer ci-dessous la figure qui pourrait correspondre à cette rédaction de solution
- 3° Quel énoncé d'exercice pourrait correspondre à cette rédaction de solution ?

### Objectifs :

- I.15. Connaître la somme vectorielle par la diagonale du parallélogramme.
- II.4. Construire le « squelette » d'une démonstration.

### Prérequis :

- ◆ La relation de Chasles.
- ◆ Définition et propriétés de la multiplication d'un vecteur par un réel.
- ◆ Définition et propriétés de la colinéarité.

### Remédiations :

- **Activité similaire avec un énoncé plus simple.**

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 20 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations.

 [retour](#)

## 9 - Activités de classe orientées travaux dirigés

### 9.1. Autour du centre de gravité

Soit un triangle ABC et le point G défini par  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$  (1).

- 1) En décomposant la relation (1) par Chasles, exprimer le vecteur  $\overrightarrow{AG}$  en fonction des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  seuls.
- 2) Construire, à la règle non graduée et au compas seuls, le point G.
- 3) Que représente le point G pour le triangle ABC ?
- 4) Soit M un point quelconque du plan. Montrer que  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3 \overrightarrow{MG}$ .
- 5) Construire les points P et Q du plan tels que :
  - $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AB}$
  - $\overrightarrow{QA} + \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{QC} = 3 \overrightarrow{BC}$
- 6) Généralisation : ABCD est un quadrilatère quelconque. Existe-t-il un point O tel que  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$  ?
  - si oui, le construire.
  - Si non, justifier.

*(Suggestion : utiliser un point G et la question 4).*
- 7) Application : A, B, C et D sont quatre points distincts du plan. Démontrer que si l'on a  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$  alors ABCD est un parallélogramme.

#### Objectifs :

III.3. Reconnaître les propriétés des parallélogrammes dans une figure complexe (parallélisme, égalités de longueur,...).

#### Prérequis :

- ◆ La relation de Chasles.
- ◆ Définition et propriétés de la multiplication d'un vecteur par un réel.
- ◆ Définition et propriétés de la colinéarité.
- ◆ Connaître la propriété d'un parallélogramme (égalités vectorielles des côtés).
- ◆ Activité 7.13.

#### Remédiations :

- Celles liées à la relation de Chasles.

#### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 20 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations.

 [retour](#)

## 9.2. Thalès et projection

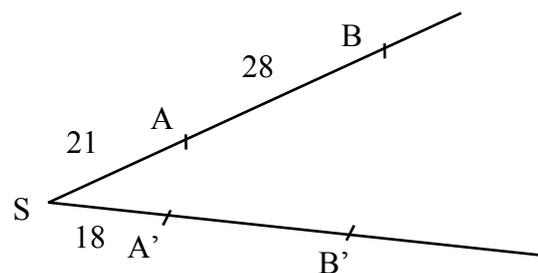
### 9.2.1. Depuis Thalès

1) Calculer  $A'B'$  pour que les droites  $(AA')$  et  $(BB')$  soient parallèles.

2) Déterminer alors le réel  $x$  tel que :  $\vec{SB} = x \vec{SA}$

3) Puis déterminer le réel  $y$  tel que :  $\vec{SB'} = y \vec{SA'}$

4) Enfin déterminer le réel  $z$  tel que :  $\vec{BB'} = z \vec{AA'}$



### 9.2.2. Vers le théorème de la projection

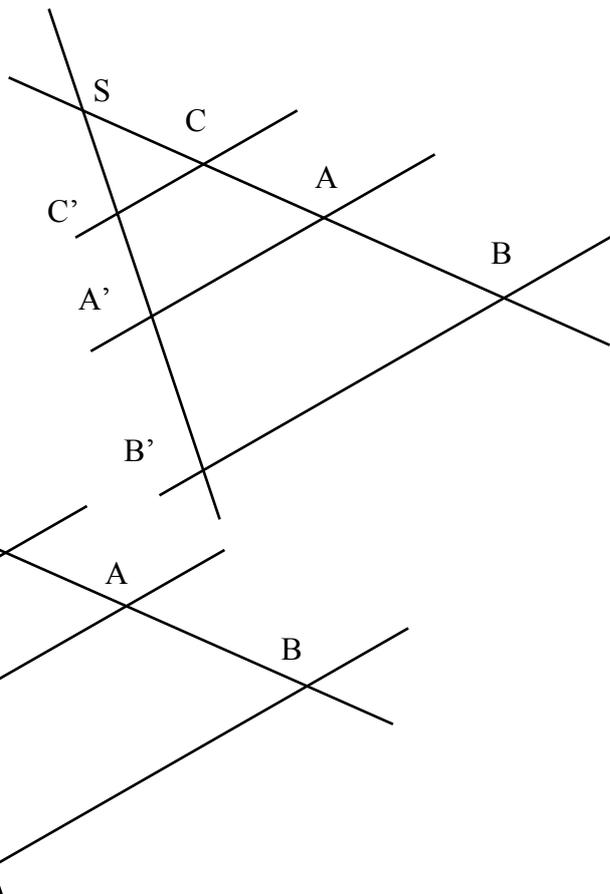
Les droites  $(AA')$ ,  $(BB')$  et  $(CC')$  sont parallèles.  
On donne  $A'C' = 8$ ,  $AB = 9$ ,  $AC = 6$  et  $SC = 4$ .

a) Calculer  $SC'$  et  $A'B'$ .

b) Déterminer le réel  $k$  tel que :  $\vec{CB} = k \vec{CA}$

c) Déterminer le réel  $k'$  tel que :  $\vec{C'B'} = k' \vec{C'A'}$

d) Que peut-on conjecturer ?



### 9.2.3. Application

Sachant que  $\vec{AC} = -\frac{2}{3} \vec{AB}$ , que

$A'B' = 12$ , et que  $(AA')$ ,  $(BB')$  et  $(CC')$  sont des droites parallèles, calculer  $A'C'$ .

### Objectifs :

- I.23. Connaître les propriétés (associativité, commutativité, distributivité) de la multiplication d'un vecteur par un réel.
- I.24. Connaître la définition de la colinéarité.
- I.26. Connaître les propriétés vectorielles de la projection.

### Prérequis :

- ◆ La relation de Chasles.
- ◆ Définition et propriétés de la multiplication d'un vecteur par un réel.
- ◆ Définition et propriétés de la colinéarité.

### Remédiations :

- Celles liées à la leçon sur la propriété de Thalès de la classe de troisième.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 25 minutes environ.
- ❖ Aucune difficulté particulière n'est apparue dans les expérimentations.

## 9.3. Recherche d'une construction (analyse et synthèse)

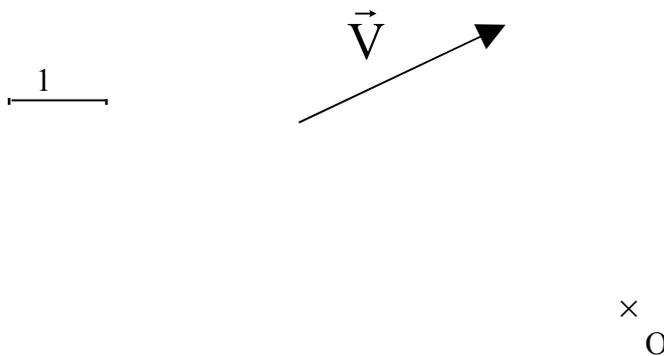
### 9.3.1. Cas général

On donne un point O du plan, un vecteur  $\vec{V}$  et un nombre réel k strictement positif. Construire deux points A et B du plan tels que :

$$OA = OB = k \quad \text{et} \quad \vec{OA} + \vec{OB} = \vec{V}. \quad \text{Discuter.}$$

### 9.3.2. Application

Construire les points A et B avec  $k = \frac{3}{2}$  dans la figure suivante :



### Objectifs :

**IV.12.** Construire, sur papier non quadrillé et aux instruments, une figure satisfaisant aux contraintes données par une liste d'informations.

### Prérequis :

- ◆ Connaître les propriétés du parallélogramme et du losange.

### Remédiations :

- Activité similaire abordée dans l'autre sens : d'abord une figure puis des propriétés.

### Commentaires :

- ❖ Cette activité est prévue pour 20 minutes environ.
- ❖ Des difficultés sont apparues dans les expérimentations, les élèves étant, en général, peu habitués à des exercices de recherche de ce type.

## 10 - Le cahier de l'élève

### 10.1. Définitions

- ◆ Un vecteur est un nouvel être mathématique qui se caractérise par :
 

une direction
un sens
une longueur
- ◆ Un vecteur possède une écriture spécifique :  $\vec{AB}$  représentant d'origine A et d'extrémité B d'un vecteur *libre*  $\vec{u}$ .
- ◆ Un vecteur  $\vec{u}$  caractérise une translation, c'est-à-dire une transformation du plan qui à tout point M fait correspondre le point M', image de M, tel que :  $\vec{u} = \vec{MM}'$ .

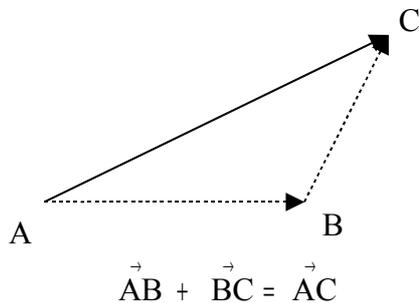
$\vec{AB} = \vec{CD}$  si et seulement si ABDC est un parallélogramme.  
si et seulement si [AD] et [BC] ont même milieu.

ABDC est un parallélogramme si et seulement si  $\vec{AB} = \vec{CD}$   
si et seulement si  $\vec{AC} = \vec{BD}$

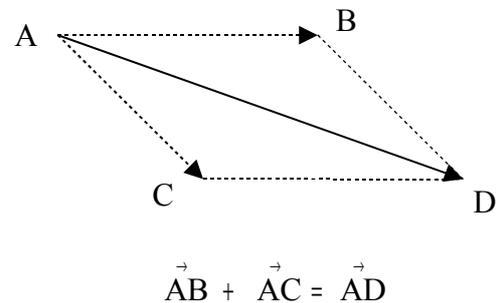
- ◆ Une unité étant choisie, la longueur d'un vecteur  $\vec{AB}$  se note  $\|\vec{AB}\|$ .

**Remarque :** introduire dès que possible la notation  $\vec{u}$  permet de limiter les risques de confusion entre un vecteur et ses représentants.

### 10.2. Opération somme



*Construction par Chasles*



*Construction par le parallélogramme*

$\vec{AC}$  caractérise la translation de A vers C, donc  $\vec{AB} + \vec{BC}$  caractérise la translation de A vers B suivie de la translation de B vers C.

**Définitions :** le vecteur  $\vec{AA}$  est dit **vecteur nul** et se note  $\vec{0}$ .

le vecteur  $\vec{BA}$  est dit **vecteur opposé** du vecteur  $\vec{AB}$  et se note  $-\vec{AB}$ .

**Propriétés de l'addition :** Quels que soient les vecteurs  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  du plan on a :

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u} .$$

$$\left( \vec{u} + \vec{v} \right) + \vec{w} = \vec{u} + \left( \vec{v} + \vec{w} \right) .$$

$$\vec{u} + \vec{0} = \vec{u} \text{ et } \vec{u} + \left( -\vec{u} \right) = \vec{0}$$

**Différence de deux vecteurs :**  $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + \left( -\vec{v} \right) .$

## 10.3. Multiplication d'un vecteur par un réel

**Définition** : Étant donné un vecteur  $\vec{u}$  et un nombre  $k$ , on appelle produit du vecteur  $\vec{u}$  par le nombre  $k$  le vecteur  $\vec{w}$ , noté  $k \vec{u}$ , ayant les caractéristiques suivantes :

- Si  $\vec{u}$  n'est pas le vecteur nul :
  - si  $k = 0$  alors  $\vec{w} = \vec{0}$
  - si  $k > 0$  alors  $\vec{w}$  et  $\vec{u}$  ont la même direction, le même sens et la longueur de  $\vec{w}$  est le produit par  $k$  de la longueur de  $\vec{u}$ .
  - si  $k < 0$  alors  $\vec{w}$  et  $\vec{u}$  ont la même direction, sont de sens contraires et la longueur de  $\vec{w}$  est le produit par  $-k$  de la longueur de  $\vec{u}$ .
- Si  $\vec{u}$  est le vecteur nul alors  $\vec{w} = \vec{0}$ .

**Propriétés** : Quels que soient les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  et les nombres  $a$  et  $b$  on a :

$$a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v} \qquad (a + b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u} .$$
$$a(b\vec{u}) = (ab)\vec{u} \qquad \text{Si } k\vec{u} = \vec{0} \text{ alors } k = 0 \text{ ou } \vec{u} = \vec{0}$$

**Remarque** : Ce paragraphe et celui sur la colinéarité préparent le chapitre sur l'homothétie, application la plus immédiate et, à ce niveau, la plus spectaculaire de la multiplication d'un vecteur par un réel. En effet, les deux procèdent de la même idée : multiplier les longueurs par une constante sans changer les directions.

## 10.4. La colinéarité

### 10.4.1. Mise en place

**10.4.1.1. Définition** : Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont dits colinéaires si et seulement si :

- l'un des vecteurs est nul.

ou

- Les deux vecteurs étant non nuls, il existe un nombre  $k$  tel que :  
 $\vec{v} = k \vec{u}$ .

On dit alors que deux vecteurs colinéaires et non nuls ont la même direction.

**10.4.1.2. Propriété** : Quatre points  $A, B, C$  et  $D$ , distincts deux à deux, étant donnés, les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles si et seulement si :  $\vec{AB}$  et  $\vec{CD}$  sont colinéaires.

*(méthode pour démontrer le parallélisme de deux droites).*

**10.4.1.3. Propriété** : Trois points  $A, B$  et  $C$  deux à deux distincts sont alignés si et seulement si les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  sont colinéaires.

*(méthode pour démontrer l'alignement de trois points).*

**10.4.1.4. Propriété** : Deux points distincts  $A$  et  $B$  étant donnés, les points  $M$  tels qu'il existe un nombre réel  $k$  vérifiant  $\vec{AM} = k \vec{AB}$  sont les points de la droite  $(AB)$ .

*(une caractérisation d'une droite définie par deux points distincts).*

 [retour](#)

## 10.4.2. Vecteurs directeurs

**10.4.2.1. Définition** : Tout vecteur  $\vec{u}$  de représentant  $\vec{AB}$ , où A et B sont deux points distincts d'une droite  $D$  est appelé vecteur directeur de la droite  $D$ .

**10.4.2.2. Remarque** : Si  $\vec{u}$  est un vecteur directeur de  $D$ , tout vecteur  $k \vec{u}$  (avec  $k \neq 0$ ) est aussi un vecteur directeur de  $D$ .

**10.4.2.3. Propriété** : Une droite  $D$  est définie par la donnée de l'un de ses points A et d'un vecteur directeur  $\vec{u}$  : un point M appartient à  $D$  si et seulement si il existe un réel  $k$  tel que  $\vec{AM} = k \vec{u}$ .

*(une caractérisation d'une droite définie par un point et un vecteur directeur)*

**10.4.2.4. Propriété** : Deux droites  $D$  et  $\Delta$  de vecteurs directeurs respectifs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont parallèles si et seulement si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires (ou bien si et seulement s'il existe un réel  $k$  tel que  $\vec{u} = k \vec{v}$ ).

*(méthode pour démontrer le parallélisme de deux droites)*

## 10.4.3. Configurations géométriques simples

**10.4.3.1. Du milieu** : Dire qu'un point I est le milieu d'un segment  $[AB]$  équivaut à chacune des relations suivantes :

$$(1) \vec{AI} = \vec{IB}.$$

$$(2) \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{O}.$$

$$(3) \vec{AI} = \frac{1}{2} \vec{AB}$$

$$(4) \vec{AB} = 2 \vec{AI}$$

Lorsque I est le milieu de  $[AB]$ , on a pour tout point M du plan :

$$\vec{MA} + \vec{MB} = 2 \vec{MI}$$

### 10.4.3.2. Du centre de gravité

Soit un triangle ABC et G un point du plan. Le fait que G soit le centre de gravité du triangle ABC est caractérisé par l'égalité :

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{O}.$$

Si A' est le milieu du segment  $[BC]$  alors  $\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AA'}$ .

 [retour](#)

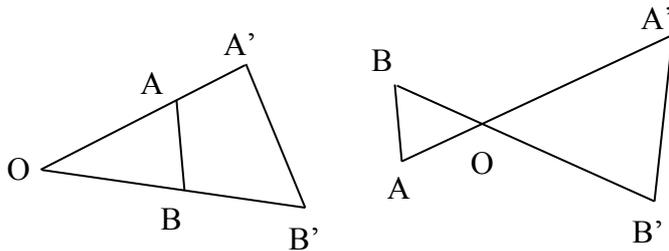
## 10.5. Le théorème de la projection

Soit trois points distincts A, B et C alignés : il existe donc un réel k tel que  $\vec{AC} = k \vec{AB}$ .

Les images A', B' et C' de A, B et C par une projection sur une droite D parallèlement à une droite Δ sont telles que :  $\vec{A'C'} = k \vec{A'B'}$  (le même réel k).

## 10.6. Le nouveau théorème de Thalès

*Les figures*



*Les égalités vectorielles*

$$\begin{aligned} \vec{OA'} &= k \times \vec{OA} \\ \vec{OB'} &= k' \times \vec{OB} \\ k \text{ et } k' \text{ réels} \end{aligned}$$

Deux triangles OAB et OA'B' avec un sommet commun O et des sommets alignés : O, A, A' d'une part et O, B, B' d'autre part.

Ces relations traduisent l'alignement.

**Le théorème :**

**Lorsque les droites (AB) et (A'B') sont parallèles, alors  $k = k'$ .**

**On a en plus  $\vec{A'B'} = k \times \vec{AB}$**

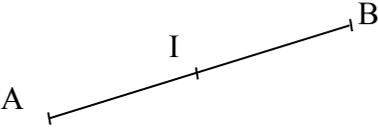
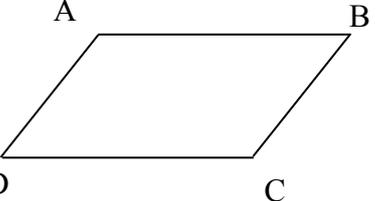
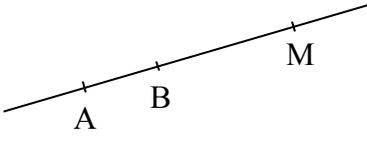
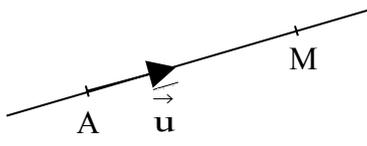
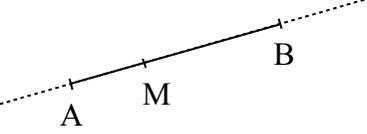
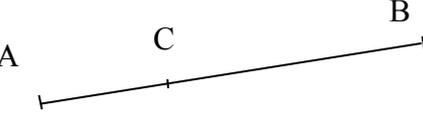
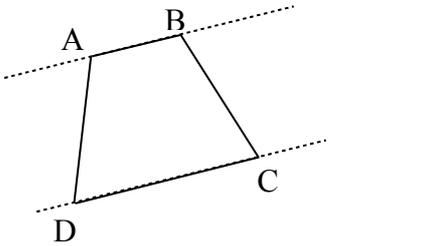
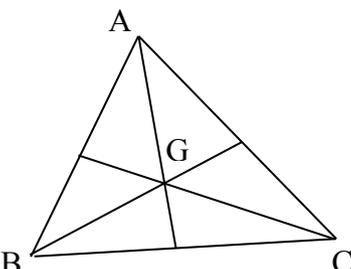
**Réciproquement,**

**si  $k = k'$ , alors les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.**

## 10.7. Tableau récapitulatif

**Remarque :** ce tableau peut être donné tel quel (gain de temps). Il peut aussi être exploité dans une situation d'apprentissage ou de synthèse en masquant une case par ligne dans les colonnes 1, 2 ou 3 et en demandant de les compléter par des phrases ou des schémas portant exactement les mêmes informations.

 [retour](#)

Configurations Langage géométrique	Figures	Relations vectorielles Langage vectoriel
<p><b>Du milieu :</b></p> <p>I milieu de [AB] ou B symétrique de A par rapport à I</p>		$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$ <p>ou <math>\vec{AI} = \vec{IB}</math> ou <math>\vec{AB} = 2 \vec{AI}</math> ou <math>\vec{IB} = \frac{1}{2} \vec{AB}</math></p>
<p><b>Du parallélogramme</b></p> <p>ABCD est un parallélogramme</p>		$\vec{AB} = \vec{DC}$ <p>ou <math>\vec{AD} = \vec{BC}</math> ou <math>\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{AB}</math></p>
<p><b>D'une droite définie par deux points</b></p> <p>A, B, M alignés M appartient à la droite (AB)</p>		$\vec{AM} = k \vec{AB}$ <p><math>k \in \mathbf{R}</math></p>
<p><b>D'une demi-droite définie par un point et un vecteur directeur</b></p> <p>M appartient à la demi-droite (A, <math>\vec{u}</math>)</p>		<p>Il existe un nombre k, positif ou nul tel que :</p> $\vec{AM} = k \vec{u}$
<p><b>Du segment</b></p> <p>Le point M appartient au segment [AB]</p>		$\vec{AM} = k \vec{AB}$ <p><math>k \in [0 ; 1]</math></p>
<p><b>Du partage d'un segment en parts égales</b></p> <p>C appartient au segment [AB] et AC est au tiers de AB</p>		$\vec{AC} = \frac{1}{3} \vec{AB}$
<p><b>Du trapèze</b></p> <p>ABCD est un trapèze non croisé de grande base [DC]</p>		<p>Il existe un nombre <math>k &gt; 1</math> tel que : <math>\vec{DC} = k \vec{AB}</math></p>
<p><b>Du centre de gravité</b></p> <p>G est le centre de gravité du triangle ABC</p>		$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

## 11 - Fiches

■ Les fiches qui suivent sont séparées en cinq thèmes qui correspondent à ceux des objectifs tels qu'ils ont été classés pages 10 à 12.

■ Pour chaque thème, vous trouverez une partie auto-évaluation et une partie aide.

■ La première est un exemple d'explicitation du contrat didactique : elle en fixe précisément les termes entre le professeur et l'élève. Celui-ci est ainsi en mesure de savoir s'il respecte ou non les exigences de son professeur. Ces fiches peuvent être remplies avant ou après une séquence d'apprentissage, suivant les objectifs de l'enseignant.

■ La deuxième partie peut être considérée comme une remédiation. **Elle doit être explicitée en classe**, dans une séquence de module par exemple, sinon elle risque de n'être pas utilisée et même de ne pas être lue ! Ces fiches peuvent avoir leur place dans un herbier de « démarches à entreprendre ».

### 11.1. Fiche « connaître les résultats figurant au programme »

#### 11.1.1. Auto-évaluation

	oui	non
1. Je connais la définition des mots employés.		
2. Je connais le nom des théorèmes, propriétés ou formules employés.		
3. Je connais les configurations citées, ou utilisées, par leur nom.		
4. Je connais les configurations citées, ou utilisées, par leurs propriétés.		
5. Pour chaque théorème, je suis capable de :		
✓ citer les cas où je peux l'employer.		
✓ dire à quoi il sert.		

#### 11.1.2. Aide

1. <b>N'OUBLIE PAS QUE :</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Les mathématiques utilisent un <b>langage spécifique</b> : tu dois l'<b>apprendre</b>, par cœur, comme une récitation.</li><li>• Chaque théorème possède ses propres « <b>conditions d'existence</b> » qui sont inséparables d'une « formule » employée dans le théorème. Tu dois apprendre en même temps les formules et leurs conditions d'existence ou d'application.</li></ul>
2. <b>N'HESITE PAS À :</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Faire un <b>mini-dictionnaire</b> (dans un cahier-répertoire par exemple) des principaux termes employés.</li><li>• Faire tes propres <b>fiches méthodes</b> : « pour prouver que... je peux... » et les regrouper dans un dossier intitulé, par exemple, « outils ».</li></ul>

## 11.2. Fiche « élaborer un plan de solution, une stratégie »

### 11.2.1. Auto-évaluation

	oui	non
1. J'ai bien lu, en entier, le texte donné.		
2. J'ai souligné, ou encadré, les termes significatifs.		
3. J'ai repéré ce que je ne comprends pas bien, pour effectuer une démarche à part : rappel de définitions (mémoire), validité d'une formule (vérification dans un cas particulier)...		
4. J'ai noté, au brouillon, les différentes étapes de ma démonstration.		
5. J'ai relu mon texte sans rien trouver d'incompréhensible ou d'incohérent.		

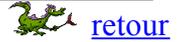
### 11.2.2. Aide

<b>CHERCHER</b>	
<b>1. Aborder une situation</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lire ou écouter, de façon individuelle et <b>jusqu'à la fin</b>, des instructions, des consignes, un texte, une présentation orale, un schéma... <b>sans relâcher l'attention.</b></li> </ul>	
<b>2. Organiser mon action</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• l'ordre ;</li> <li>• <b>significatifs ;</b></li> <li>• <b>demande pour montrer comment je le comprends.</b></li> <li>• mémoire ou une documentation (cours, corrigés, fiches personnelles...) pour y <b>chercher des situations du même genre déjà rencontrées.</b></li> </ul>	<p>Reprendre <b>chaque point</b> dans</p> <p><b>Repérer</b> les mots ou expressions</p> <p><b>Reformuler</b> ce que l'on me</p> <p>Trouver des idées en utilisant la</p>
<b>3. Produire</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• En respectant les <b>consignes spécifiques</b> à chaque type d'activité ;</li> <li>• En montrant la <b>logique de ma démarche</b> ;</li> <li>• En <b>offrant une présentation</b> adaptée à l'activité et en soignant la <b>qualité de l'expression</b> (écrite, orale, ou gestuelle).</li> </ul>	
<b>4. Vérifier que</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• J'ai <b>répondu</b> à la <b>question posée</b> ou aux <b>exigences de l'activité</b> ;</li> <li>• Je suis <b>compréhensible</b> et il n'y a <b>pas d'incohérence.</b></li> </ul>	

<b>CHERCHER EN MATHÉMATIQUES</b>		
<b>1. Aborder une activité</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lire le texte, écouter une présentation orale.</li> <li>• Mettre en évidence des mots connus.</li> </ul>		
<b>2. Organiser son action : que demande-t-on ?</b>		
<b>DÉMONSTRER</b> <b>VÉRIFIER</b> <b>MONTRER</b>	<b>REPRÉSENTER</b> <b>CONSTRUIRE-TRACER</b> <b>PLACER</b>	<b>TROUVER-DÉTERMINER</b> <b>RÉSOUUDRE-CALCULER</b> <b>COMPARER</b>
<b>a)</b> Démontrer quoi ? <b>b)</b> Traduire la question en français puis en mathématiques en tenant compte des données (questions précédentes, énoncé, cours, apprentissage).	<b>a)</b> Représenter quoi ? <b>b)</b> Représenter comment ? <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ quels sont les moyens à mettre en œuvre ?</li> <li>▪ quelles sont les conventions ?</li> </ul>	<b>a)</b> Trouver quoi ? <b>b)</b> Trouver comment ? <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Par construction ?</li> <li>▪ Par calculs ?</li> <li>▪ Par déduction ?</li> <li>▪ Par application d'un théorème ?</li> </ul>
<b>3. Retrouver une situation de référence et décider de la méthode à mettre en œuvre.</b>		

#### **4. Exécuter**

- Mettre en œuvre les moyens de la dernière étape du paragraphe précédent ; préciser les savoir-faire utilisés.
- Valider son résultat.



## 11.3. Fiche « argumenter »

### 11.3.1. Auto-évaluation

	oui	non
1. Ma réponse commence par le rappel de ce que je cherche.		
2. Je propose un plan de solution.		
3. a) Je précise les données dont je me sers.		
b) J'indique les situations de référence et les savoir-faire que j'utilise.		
c) Je cite les résultats du cours que j'utilise : définitions, théorèmes, ...		
d) Je note les conclusions auxquelles j'aboutis.		
e) Je relis et je rectifie jusqu'à ce que je sois sûr que ce que j'affirme est vrai (donnée de l'énoncé ou résultat d'un raisonnement).		
4. J'assemble les éléments du paragraphe 3 par les mots de liaison appropriés <sup>(1)</sup> .		
5. Ma rédaction se termine par ma réponse à la question posée.		

### 11.3.2. Aide

<b>SI TU VEUX PRÉSENTER UNE ARGUMENTATION (une démonstration)</b>
1. Distingue sur ton brouillon : <ul style="list-style-type: none"><li>• Les données de l'énoncé (hypothèses), ou ce qui a déjà été trouvé dans une question précédente. ÉCRIT « on le <b>sait</b> » à côté.</li><li>• Ce que tu veux démontrer. ÉCRIS-LE en bas de la page, précédé de « <b>donc</b> ».</li></ul>
2. Ordonne ton raisonnement qui doit se terminer par la phrase écrite en bas de ta page : « <b>donc...</b> ».

 [retour](#)

1() Mots de liaison usuels : et ; ou ; car ; parce que ; comme ; donc ; par conséquent ; or ; de plus ; d'autre part ; si ... alors ; si et seulement si.

## 11.4. Fiche « réaliser »

### 11.4.1. Auto-évaluation

	oui	non
1. Je sais partager, avec mes instruments, un segment en n parties égales.		
2. Je sais utiliser un pavage pour coder un déplacement donné.		
3. Je sais utiliser un pavage pour exécuter un déplacement dont je connais le code.		
4. Je sais exécuter, avec mes instruments et sur papier non pavé, un programme de construction d'une figure.		
5. Je sais exécuter, avec mes instruments et sur papier non pavé, un parallélogramme dont je connais trois sommets (ou deux côtés consécutifs).		
6. Je sais placer des points sur une droite graduée connaissant leurs abscisses.		
7. Je sais lire les abscisses des points situés sur une droite graduée.		

### 11.4.2. Aide

<p><b>1. N'OUBLIE PAS QUE :</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Si la question comporte le verbe « construire », tu dois produire un dessin précis, propre.</li><li>• Les traits de construction doivent être fins et lisibles : ils indiquent la méthode de construction que tu as utilisée.</li><li>• Tu dois respecter les consignes : pas de dessins sur feuille quadrillée si ce n'est pas précisé dans l'énoncé.</li><li>• Un dessin particulier (triangle « presque » isocèle et non quelconque par exemple) peut faire « apparaître » des propriétés que tu ne peux pas utiliser.</li><li>• Le temps est souvent limité : pas de croquis « parfait » au brouillon.</li><li>• Tu dois avoir tout ton matériel, en parfait état d'utilisation.</li><li>• Tu dois nommer chaque élément construit ou utilisé dans la figure en cours d'élaboration.</li></ul>
<p><b>2. N'HÉSITE PAS À :</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <i>Faire une figure « à main levée » : elle permet</i><ul style="list-style-type: none"><li>✓ de savoir rapidement où je dois commencer la figure demandée pour qu'elle tienne sur ma feuille.</li><li>✓ de faire des essais successifs rapides jusqu'à la compréhension de l'énoncé ou de la démarche à mettre en œuvre ou...</li></ul></li><li>• <i>Utiliser souvent des couleurs</i><ul style="list-style-type: none"><li>✓ qui distinguent les éléments donnés des éléments construits,</li><li>✓ qui marquent le résultat final,</li><li>✓ qui mettent en valeur les éléments particuliers utilisés.</li></ul></li></ul>

## 11.5. Fiche « communiquer »

### 11.5.1. Auto-évaluation

	oui	non
<b>1. Qualité de l'expression :</b> <ul style="list-style-type: none"><li>a) Toutes les phrases comportent un sujet, un verbe.</li><li>b) Les phrases ne comportent pas de symbole.</li><li>c) Le vocabulaire utilisé est précis.</li><li>d) Tous les mots sont écrits en entier.</li><li>e) Je ne vois plus de fautes d'orthographe.</li><li>f) Les liaisons entre phrases sont claires et précises.</li></ul>		
<b>2. Qualité de la présentation :</b> <ul style="list-style-type: none"><li>a) Mes dessins sont grands, clairs et lisibles.</li><li>b) J'ai fait ressortir les réponses.</li><li>c) Il n'y a pas de ratures.</li><li>d) J'ai écrit de gauche à droite, de haut en bas.</li></ul>		

### 11.5.2. Aide

<b>1. N'HÉSITE PAS</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• A annoncer ce que tu vas faire. <b>Par exemple :</b><ul style="list-style-type: none"><li>✓ Je vais calculer ... ;</li><li>✓ Je vais résoudre ... ;</li><li>✓ Je vais démontrer que ... ;</li><li>✓ Je vais construire ... ;</li></ul></li><li>• A préciser (s'il y a lieu) la méthode utilisée. <b>Par exemple :</b><ul style="list-style-type: none"><li>✓ Pour démontrer .... je vais comparer ....; démontrer .... revient à démontrer .... ;</li></ul></li></ul>
<b>2. DISTINGUE SI TU VEUX PRÉSENTER</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Un calcul : dans ce cas, il faut <b>écrire des EGALITES</b>, en <b>justifiant</b> éventuellement certains passages.</li><li>• Une résolution d'équation ou d'inéquation : c'est un problème connu, tu <b>dois savoir</b> la présenter.</li><li>• Une construction : tu dois <b>indiquer</b> les différentes étapes dans l'ordre chronologique. Tu dois <b>vérifier</b> que ta construction répond au problème posé.</li><li>• Une argumentation pour <b>prouver</b> quelque chose (« une démonstration » : c'est le plus difficile, voir la partie argumentation).</li></ul>
<b>3. QUELQUES CONSEILS GÉNÉRAUX</b> <ul style="list-style-type: none"><li>a) Tu dois écrire des <b>phrases</b> (une égalité est une phrase) : toute phrase comporte un verbe.</li><li>b) Pense que si tu ne fais pas précéder ces phrases de « je veux démontrer que ... », « je me demande si ... » ou ... elles constituent systématiquement des <b>affirmations</b>.</li><li>c) Certaines affirmations n'ont pas besoin de justifications : ce sont celles à côté desquelles tu as écrit « on le sait » sur ton brouillon. <u>Toutes les autres affirmations doivent :</u><ul style="list-style-type: none"><li>✓ ou bien être justifiées par ce qui précède, en utilisant des mots qui introduisent une conséquence (donc, alors, par conséquent ...).</li><li>✓ ou bien être justifiées par ce qui suit immédiatement, en utilisant un mot introduisant une cause (car, parce que, d'après ...).</li><li>✓ ou bien apparaître comme la traduction de la phrase précédente dans un autre langage, en utilisant des expressions qui introduisent cette idée (signifie, ce qui équivaut à, c'est-à-dire, si et seulement si ...).</li></ul></li><li>d) Lorsque tu écris une phrase qui apporte une autre information, ou qui constitue une digression, indique-le en utilisant des mots comme « or, d'autre part, par ailleurs, en outre... ».</li><li>e) Relis tout haut ce que tu as écrit, sans gêner les autres : cela doit avoir un sens.</li></ul>

## 12 - Documents élèves

● Remarques : vous retrouverez, dans cette partie, l'ensemble des documents de travail des chapitres précédents, directement exploitables après photocopies.

■ Les ajouts (objectifs, prérequis, remédiations et commentaires) qui ne concernent pas directement les élèves ont été supprimés ici.

■ Par souci d'économie de papier, la mise en page a été modifiée, à vous, si vous le désirez, de procéder à des couper/coller traditionnels (ciseaux et colle) ou avec l'ordinateur.

### I - Pour les tests préliminaires :

Vous les trouverez **pages 84 à 88 incluses**. Ils ont été regroupés dans l'idée directrice d'une économie de photocopies éventuelles, mais vous pouvez les réorganiser à votre gré. Dans les expérimentations, ces tests ont été distribués aux élèves dans l'ordre croissant de leur numéro.

### II. Pour les évaluations :

Vous les trouverez **pages 89 à 99 incluses**, avec le même souci que pour les tests préliminaires. Ces pages ont été reproduites telles qu'elles dans les expérimentations. Afin de limiter les copiages, nous vous proposons deux sujets, un gauche et un droit lorsque les tables de votre classe sont regroupées deux à deux. Ces deux sujets sont de même nature.

### III. Pour les devoirs surveillés :

Vous les trouverez **pages 100 à 103 incluses**. Mêmes remarques que pour les documents d'évaluation.

### IV. Pour les devoirs maison :

Vous les trouverez **pages 104 à 106 incluses**. Les titres des exercices ne sont pas numérotés pour que vous puissiez les distribuer dans l'ordre qui vous agréera.

### V. Pour les activités de classe :

Vous les trouverez **pages 107 à 123 incluses**. Les titres des activités ne sont pas numérotés pour que vous puissiez les distribuer dans l'ordre qui vous agréera.

### VI. Pour le cahier de l'élève :

Vous le trouverez **pages 124 à 127 incluses**. Ces pages ont été reproduites sans les remarques.

### VII. Pour les fiches :

Vous les trouverez **pages 128 à 132 incluses**. Les fiches d'autoévaluation ont été regroupées dans la première partie, les fiches d'aide sont à part.

 [retour](#)

## Tests préliminaires

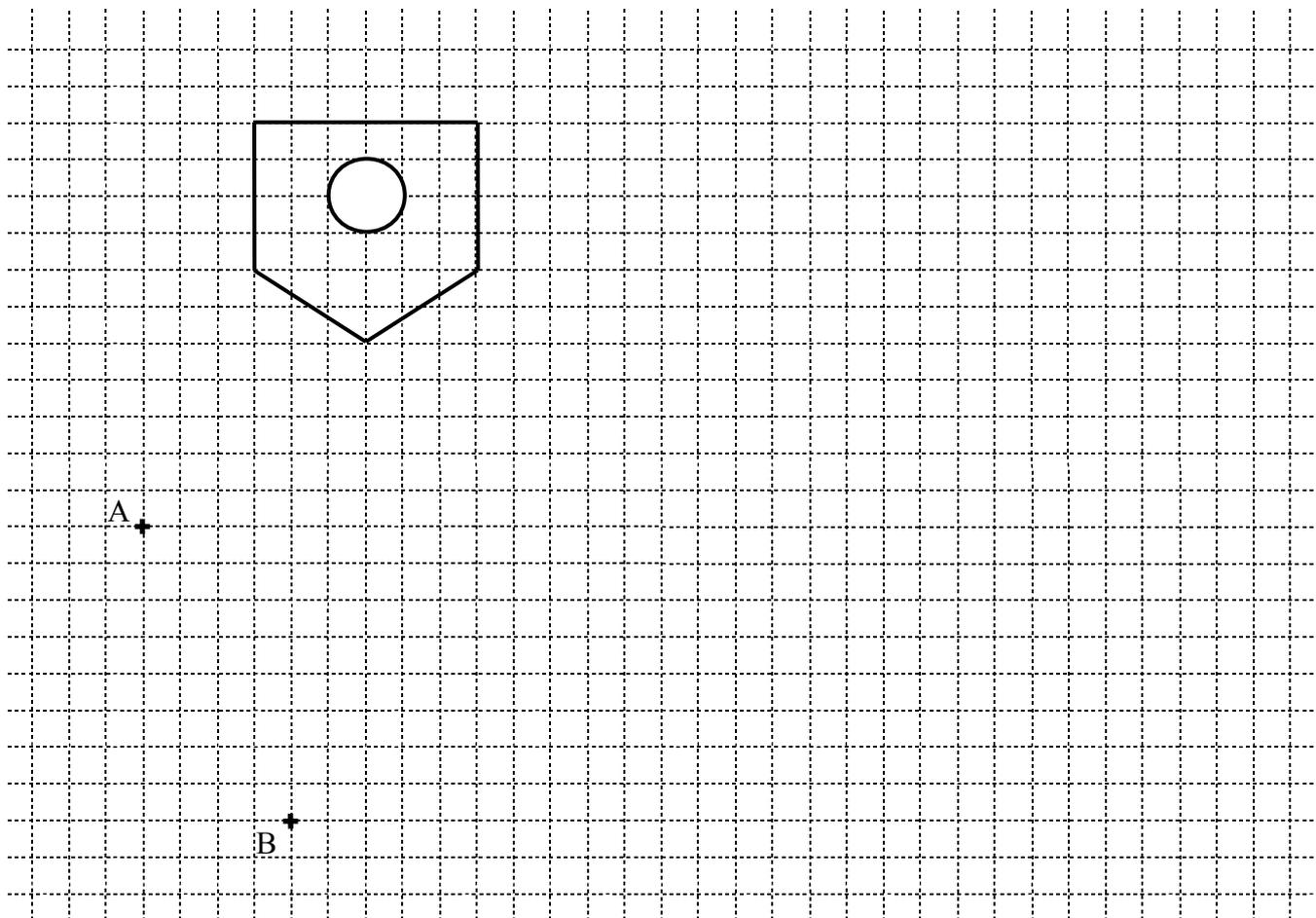
NOM :

Prénom :

Classe :

Test préliminaire n° 1

Construire l'image de la figure par la translation de vecteur  $\vec{AB}$ .



NOM :

Prénom :

Classe :

Test préliminaire n° 5

ABCD est un carré.

Complète les égalités en écrivant le point manquant avec les seules lettres de la figure :

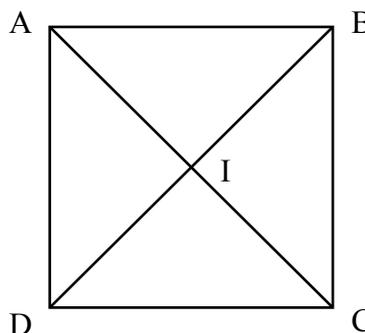
$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{A} \dots\dots\dots$$

$$\vec{AI} + \vec{ID} + \vec{DC} = \vec{A} \dots\dots\dots$$

$$\vec{AD} + \vec{BA} = \vec{B} \dots\dots\dots$$

$$\vec{DA} + \vec{DC} = \vec{D} \dots\dots\dots$$

$$\vec{IB} + \vec{AD} = \vec{A} \dots\dots\dots$$



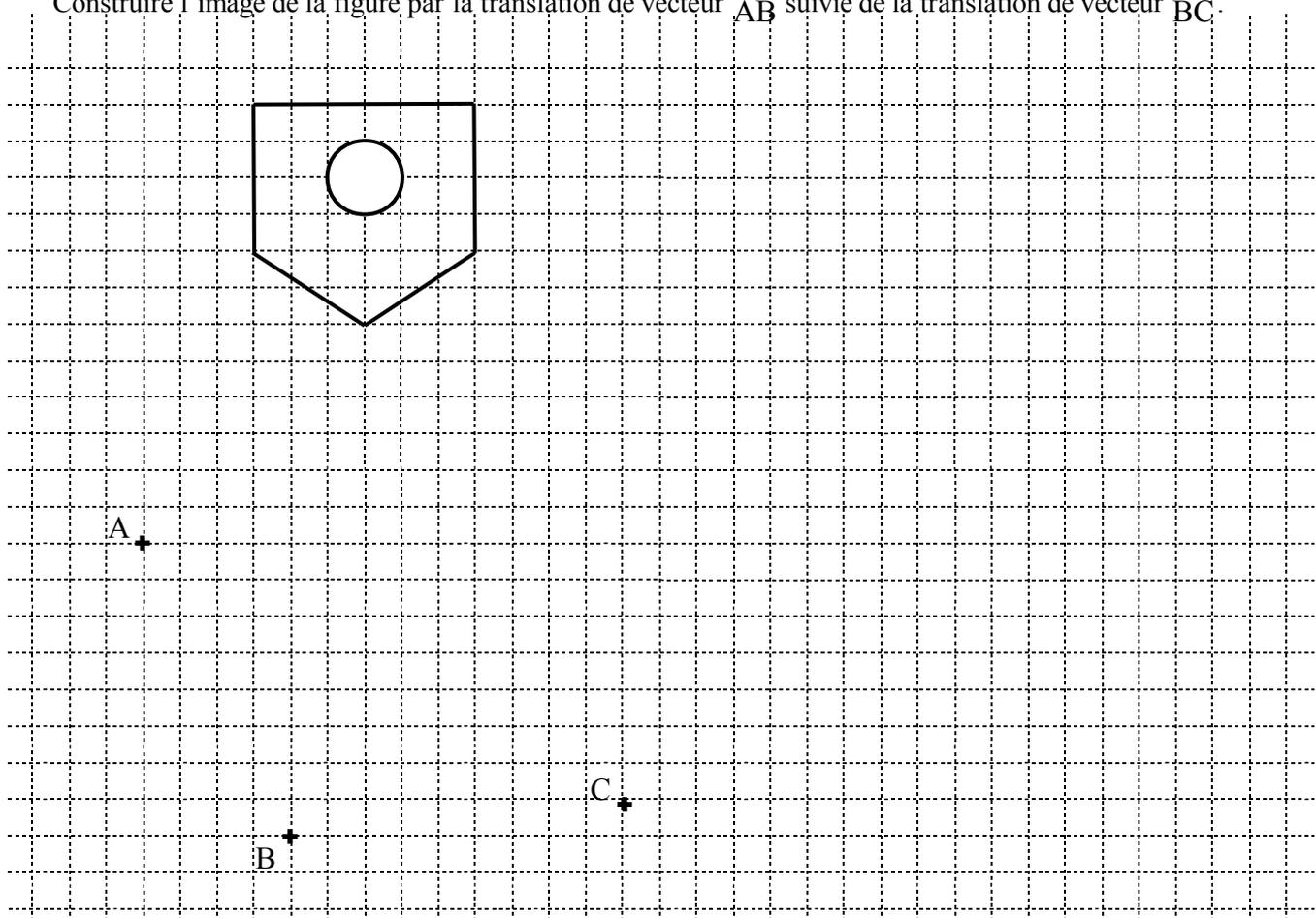
NOM :

Prénom :

Classe :

### Test préliminaire n° 2

Construire l'image de la figure par la translation de vecteur  $\vec{AB}$  suivie de la translation de vecteur  $\vec{BC}$ .



NOM :

Prénom :

Classe :

### Test préliminaire n° 7

Trois points distincts A, B et C du plan étant donnés:

Trouver R tel que :  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AR}$ .

Trouver S tel que :  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AS}$

Trouver T tel que :  $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{AT}$

NOM :

Prénom :

Classe :

### Test préliminaire n° 9

Tracer deux parallélogrammes ABCD et CDEF . Montrer qu'alors ABFE est un parallélogramme.



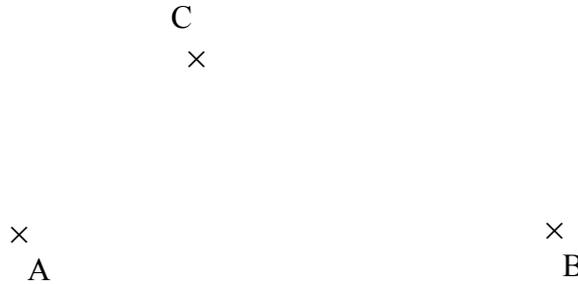
NOM :

Prénom :

Classe :

### Test préliminaire n° 3

Construire, à la règle non graduée et au compas seuls, le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.



NOM :

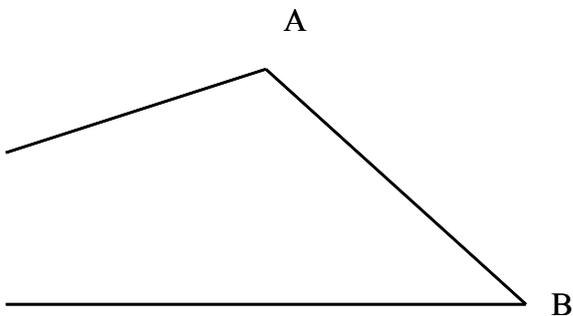
Prénom :

Classe :

### Test préliminaire n° 6

Le sommet C du triangle ABC ne tient pas sur la feuille. Sans rien tracer hors de la feuille, construire le triangle A'B'C' image du triangle ABC par la translation de vecteur  $\vec{BB'}$ .

Indiquer les étapes de la construction.



B'  
x

 [retour](#)

NOM :

Prénom :

Classe :

### Test préliminaire n° 8

On donne les vecteurs  $\vec{EF}$ ,  $\vec{GH}$  et  $\vec{IJ}$  suivants.

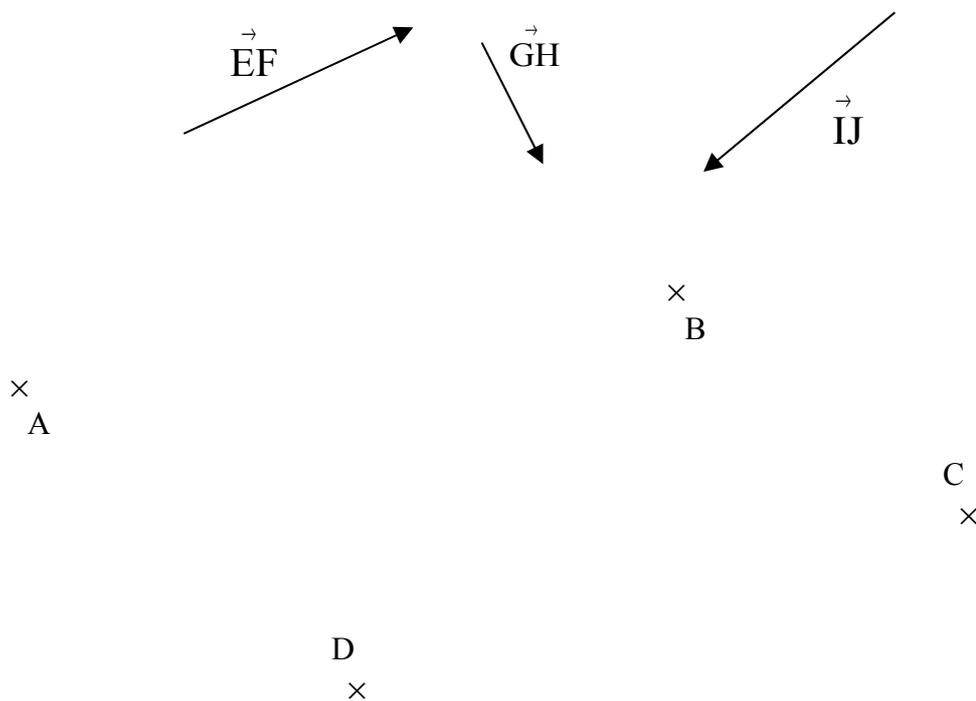
Construire, à la règle non graduée, au compas et éventuellement à l'équerre, les vecteurs suivants :

$\vec{EF} + \vec{GH}$  d'origine A

$\vec{GH} + \vec{IJ}$  d'origine B

$\vec{EF} + \vec{IJ}$  d'origine C

$\vec{EF} + \vec{GH} + \vec{IJ}$  d'origine D.

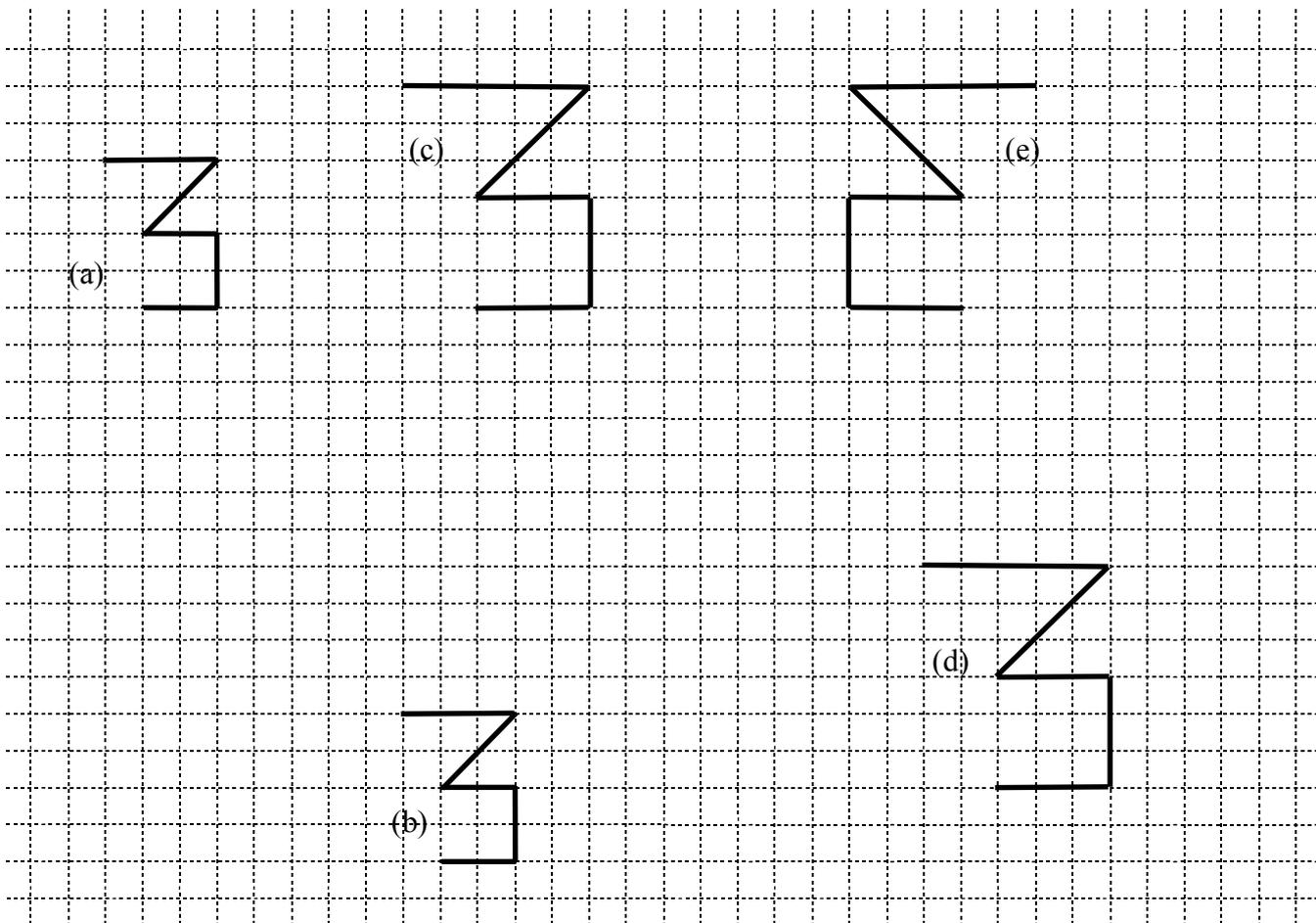


NOM :

Prénom :

Classe :

Test préliminaire n° 4



Réponds à chaque affirmation par une croix	VRAI	FAUX	?
(b) est l'image de (a) par une translation			
(c) est l'image de (a) par une translation			
(d) est l'image de (a) par une translation			
(e) est l'image de (a) par une translation			
(a) est l'image de (b) par une translation			
(d) est l'image de (c) par une translation			
(e) est l'image de (c) par une translation			
(e) est l'image de (b) par une translation			

# Evaluations

NOM :

Prénom :

Classe :

**Evaluation n° 1**

**Sujet 1**

### 1. Vrai ou Faux ?

- a) Si  $\vec{AB} = \vec{CD}$  alors  $\vec{AC} = \vec{BD}$ .
- b) Si  $\vec{CA} = \vec{CB}$  alors  $A = B$
- c) Lorsque I est à égale distance de A et de B, on a  $\vec{AI} = \vec{IB}$
- d) Si  $\vec{AB} = \vec{BC} = \vec{CD}$  alors les quatre points A, B, C et D sont alignés.

### 2. Q.C.M.:

Une et une seule réponse est exacte. Cocher laquelle .

Si  $2\vec{OC} - \vec{OA} = \vec{OB}$  alors

- A est le milieu du segment  $[BC]$
- B est le milieu du segment  $[AC]$
- C est le milieu du segment  $[AB]$

### 3. Observations :

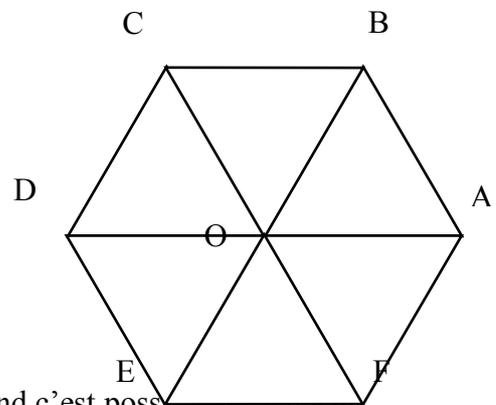
Soit ABCDEF un hexagone régulier de centre O.  
Complétez les égalités suivantes en n'utilisant que des noms de points présents sur la figure :

$$\vec{OA} + \vec{AB} =$$

$$\vec{OA} + \vec{AB} - \vec{BO} =$$

$$\vec{OA} + \vec{OB} =$$

$$\vec{EF} + \vec{FA} - \vec{AB} =$$



Les côtés de l'hexagone mesurent 16 cm. Précisez, quand c'est possible, la longueur de chacun des vecteurs déterminés :

mesure de  $\left( \vec{OA} + \vec{AB} \right) =$

mesure de  $\left( \vec{OA} + \vec{AB} - \vec{BO} \right) =$

mesure de  $\left( \vec{OA} + \vec{OB} \right) =$

mesure de  $\left( \vec{EF} + \vec{FA} - \vec{AB} \right) =$

NOM :

Prénom :

Classe :

**Evaluation n° 1**

**Sujet 2**

**1. Vrai ou Faux ?**

- a) Si  $\vec{AB} = \vec{CD}$  alors  $\vec{AC} = \vec{BD}$ .
- b) Si  $\vec{CA} = \vec{CB}$  alors  $A = B$
- c) Lorsque I est à égale distance de A et de B, on a  $\vec{AI} = \vec{IB}$
- d) Si  $\vec{AB} = \vec{BC} = \vec{CD}$  alors les quatre points A, B, C et D sont alignés.

**2. Q.C.M.:**

Une et une seule réponse est exacte. Cocher laquelle .

Si  $2\vec{OF} - \vec{OG} = \vec{OE}$  alors

G est le milieu du segment [ EF ]

F est le milieu du segment [ EG ]

E est le milieu du segment [ GF ]

**3. Observations :**

Soit ABCDEF un hexagone régulier de centre O.

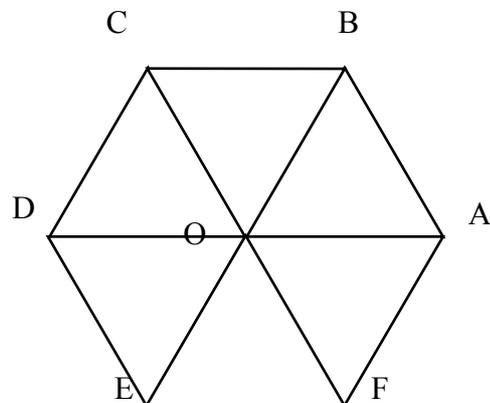
Complétez les égalités suivantes en n'utilisant que des noms de points présents sur la figure :

$$\vec{OD} + \vec{DC} =$$

$$\vec{OD} + \vec{DC} - \vec{CO} =$$

$$\vec{OD} + \vec{OC} =$$

$$\vec{CD} + \vec{DE} - \vec{EF} =$$



Les côtés de l'hexagone mesurent 16 cm. Précisez, quand c'est possible, la longueur de chacun des vecteurs déterminés :

mesure de  $\left( \vec{OD} + \vec{DC} \right) =$

mesure de  $\left( \vec{OD} + \vec{DC} - \vec{CO} \right) =$

mesure de  $\left( \vec{OD} + \vec{OC} \right) =$

mesure de  $\left( \vec{CD} + \vec{DE} - \vec{EF} \right) =$

NOM :

Prénom :

Classe :

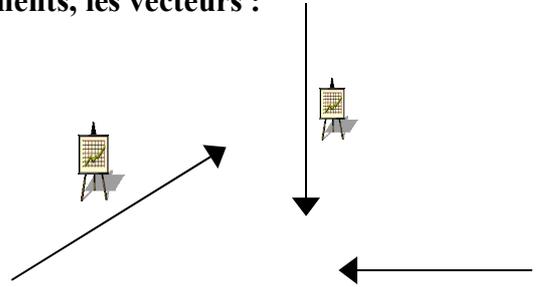
**Evaluation n° 2**

**Sujet 1**

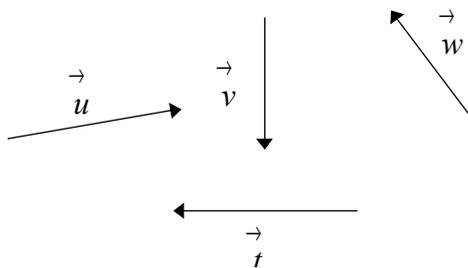
**Exercice 1 :**

Etant donnés les vecteurs  $\vec{u}, \vec{v}, \text{ et } \vec{w}$ , construire, aux instruments, les vecteurs :

- $\vec{u} + \vec{v}$  d'origine A
- $\vec{u} + \vec{w}$  d'origine B
- $\vec{v} + \vec{w}$  d'origine C
- $\vec{u} - \vec{v}$  d'origine D
- $\vec{v} - \vec{w}$  d'origine E
- $\vec{w} - \vec{u}$  d'origine F



**Exercice 2 :**



Avec les vecteurs  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  et  $\vec{t}$  construire, aux instruments, les vecteurs suivants :

- $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} + \vec{t}$  d'origine A
- et  $\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} - \vec{t}$  d'origine B.



NOM :

Prénom :

Classe :

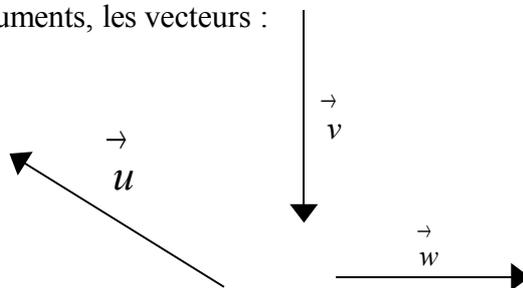
**Evaluation n° 2**

**Sujet 2**

**Exercice 1 :**

Étant donnés les vecteurs  $\vec{u}, \vec{v},$  et  $\vec{w}$ , construire, aux instruments, les vecteurs :

- $\vec{u} + \vec{v}$  d'origine A
- $\vec{u} + \vec{w}$  d'origine B
- $\vec{v} + \vec{w}$  d'origine C
- $\vec{u} - \vec{v}$  d'origine D
- $\vec{v} - \vec{w}$  d'origine E
- $\vec{w} - \vec{u}$  d'origine F



A ×

E ×

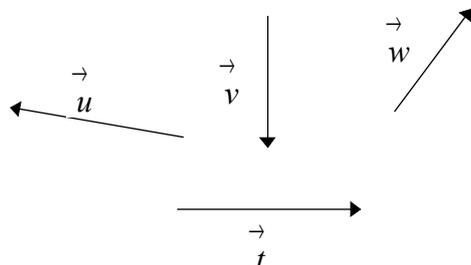
B ×

F ×

C ×

D ×

**Exercice 2 :**



Avec les vecteurs  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  et  $\vec{t}$  construire, aux instruments, les vecteurs suivants :

- $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} + \vec{t}$  d'origine A
- et  $\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} - \vec{t}$  d'origine B.

A ×

[retour](#)

B ×

NOM :

Prénom :

Classe :

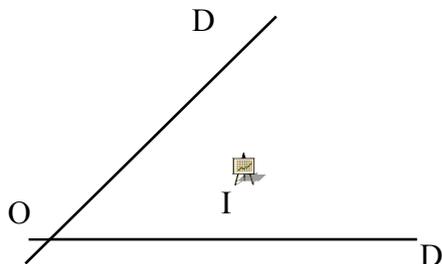
**Evaluation n° 3**

**Sujet 1**

**Exercice 1 :**

Construire un point A sur D et un point A' sur D' tels que I soit le milieu de [AA']. Justifiez votre construction.

Remarque : «un triangle est la moitié d'un parallélogramme».



**Exercice 2 :**

Étant donné un triangle ABC, on considère les points P et Q définis ainsi :

a) P est le point du segment [ AB ] tel que  $BP = \frac{2}{3} BA$

b) Q est le symétrique par rapport à C du milieu de [ AC ].

Exprimez le vecteur  $\vec{PQ}$  à l'aide des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$ .

**Exercice 3 :**

Soit trois points non alignés A, B et C.

Construire le point E défini par

$$3 \vec{AE} + 2 \vec{EB} = \vec{CB}$$

C  
x

B  
x

x  
A

NOM :

Prénom :

Classe :

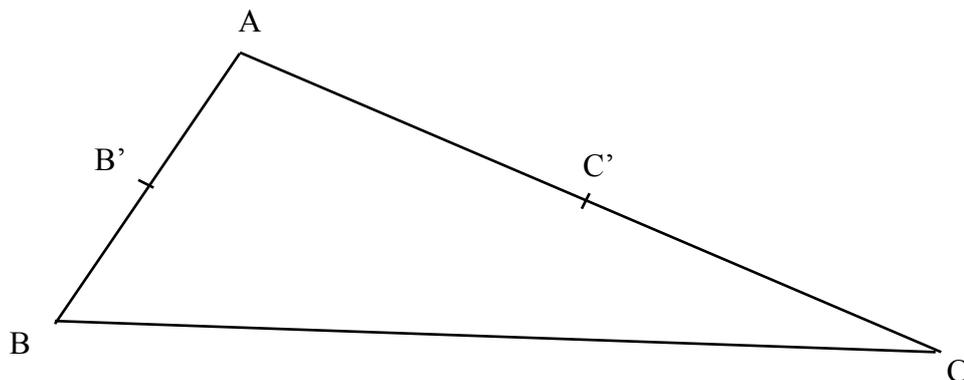
**Exercice 4 :**

Soit ABC un triangle. B' et C' sont les milieux des côtés [AB] et [AC].

1) Construire, à la règle non graduée et au compas seul, les points M et N définis par :

$$\vec{BM} = \frac{2}{5} \vec{BC} \quad \text{et} \quad \vec{B'N} = \frac{2}{5} \vec{B'C'}$$

2) Démontrer que A, N, et M sont alignés .



NOM :

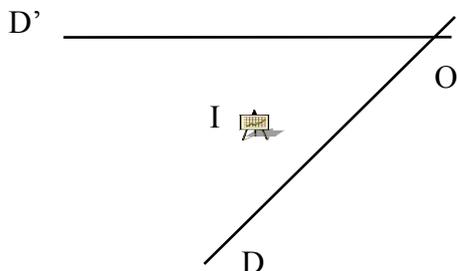
Prénom :

Classe :

Evaluation n° 3

Sujet 2

**Exercice 1 :**



Construire un point A sur D et un point A' sur D' tels que I soit le milieu de  $[AA']$ . Justifiez votre construction.

Remarque : «un triangle est la moitié d'un parallélogramme.»

**Exercice 2 :**

Étant donné un triangle SOT, on considère les points E et F définis ainsi :

a) E est le point du segment  $[OT]$  tel que  $OE = \frac{2}{3} OT$

b) F est le symétrique par rapport à S du milieu de  $[ST]$ .

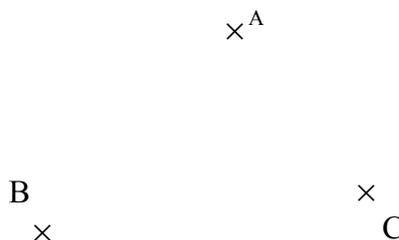
Exprimez le vecteur  $\vec{EF}$  à l'aide des vecteurs  $\vec{OT}$  et  $\vec{TS}$ .

**Exercice 3 :**

Soit trois points non alignés A, B et C.

Construire le point E défini par

$$2 \vec{AE} + 3 \vec{EB} = \vec{CB}$$



NOM :

Prénom :

Classe :

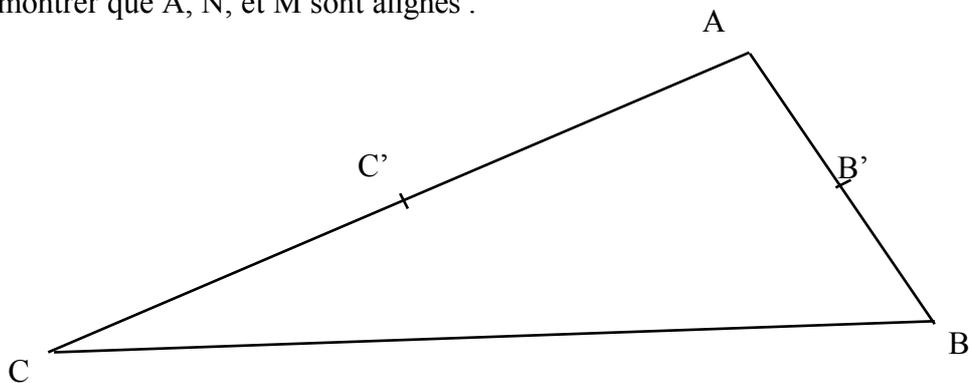
**Exercice 4 :**

Soit ABC un triangle. B' et C' sont les milieux des côtés [AB] et [AC].

1) Construire, à la règle non graduée et au compas seul, les points M et N définis par :

$$\vec{BM} = \frac{3}{5}\vec{BC} \quad \text{et} \quad \vec{B'N} = \frac{3}{5}\vec{B'C'}$$

2) Démontrer que A, N, et M sont alignés .



NOM :

Prénom :

Classe :

**Evaluation n° 4**

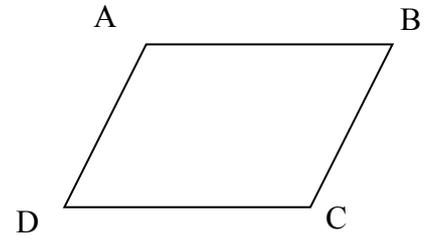
**Sujet 1**

**Exercice 1 : Placer les points :**

ABCD est un parallélogramme.

Placer les points E, F, G et H définis par :

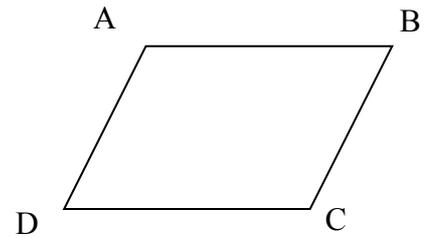
$$\begin{aligned} \overrightarrow{BE} &= 2 \overrightarrow{BA} & \overrightarrow{DG} &= \overrightarrow{BD} \\ \overrightarrow{DH} &= \overrightarrow{AD} & \overrightarrow{FC} &= \frac{1}{2} \overrightarrow{CA} . \end{aligned}$$



**Exercice 2: Points alignés :**

ABCD est un parallélogramme.

- 1) Construire le point E tel que  $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AB}$ .
- 2) Construire le point F tel que  $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BC}$ .
- 3) Les points E, D et F sont-ils alignés ? pourquoi ?



 [retour](#)

NOM :

Prénom :

Classe :

**Evaluation n° 4**

**Sujet 2**

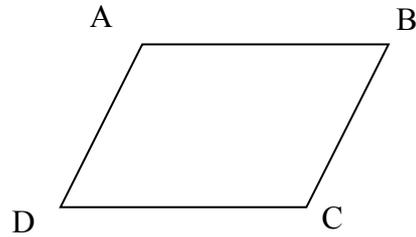
**Exercice 1 : Placer les points :**

ABCD est un parallélogramme.

Placer les points E, F, G et H définis par :

$$\overrightarrow{CE} = 2 \overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AC}$$

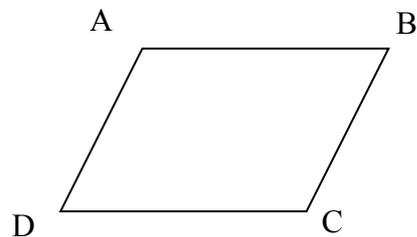
$$\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{FD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DB}$$



**Exercice 2: Points alignés :**

ABCD est un parallélogramme.

- 1) Construire le point E tel que  $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DC}$ .
- 2) Construire le point F tel que  $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CB}$ .
- 3) Les points E, D et F sont-ils alignés ? pourquoi ?



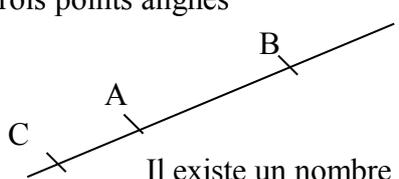
NOM :

Prénom :

Classe :

**Evaluation n° 5**

Réponds à chaque affirmation par VRAI ou FAUX

Si $\overline{AB} = \overline{CD}$ , alors $AB = CD$	
Si $\overline{AB} = 5.\overline{CD}$ , alors $AB = 5 CD$	
Si $\overrightarrow{GH} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MN}$ , alors $GH = \frac{MN}{3}$	
Si $AB = CD$ , alors $\overline{AB} = \overline{CD}$	
Si $\overline{EF} = -2\overline{MN}$ , alors $EF = 2 MN$	
Si $\overline{AB} = 3\overline{AC}$ , alors $\overline{AC} = \frac{1}{3}\overline{AB}$	
Si $AB = 2 AC$ , alors $\overline{AB} = 2\overline{AC}$ ou $\overline{AB} = -2\overline{AC}$	
Si $\overline{AB} = \overline{CA}$ , alors B et C sont confondus	
Si $\overline{AI} + \overline{IB} = \overline{AB}$ , alors I est le milieu de $[AB]$	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $AI = IB$	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $AI = BI$	
Si $\overline{MN} = \overline{NP}$ , alors N est le milieu de $[MP]$	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $\overline{AI} = \frac{1}{2}.\overline{AB}$	
Si $AB = 2 IB$ , alors I est le milieu de $[AB]$	
Si $\overline{EF} = \overline{GH}$ , alors $(EFHG)$ est un parallélogramme	
Si $\overline{AI} = \overline{BI}$ , alors I est le milieu de $[AB]$	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $\overline{AI} = \overline{IB}$	
Si $AI = BI$ , alors I est le milieu de $[AB]$	
Si $(ABCD)$ est un parallélogramme, alors $\overline{AD} = \overline{BC}$	
<p>A, B, C sont trois points alignés</p>  <p style="text-align: center;">Il existe un nombre k tel que : <math>\overline{AC} = k.\overline{AB}</math></p>	$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$ <hr style="width: 50%; margin: 5px auto;"/> $AB + BC = AC$
Si $\ \overline{IA}\  = \ \overline{IB}\ $ , alors I est le milieu de $[AB]$	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $\ \overline{IA}\  = -\ \overline{IB}\ $ ,	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $\ \overline{IA}\  = \frac{\ \overline{AB}\ }{2}$	
Si I est le milieu de $[AB]$ , alors $\ \overline{IA}\  = \ \overline{IB}\ $	
Si $\overline{AB} = 5.\vec{u}$ , alors $\ \overline{AB}\  = 5\ \vec{u}\ $	
Si $\vec{v} = -3.\vec{u}$ , alors $\ \vec{v}\  = -3\ \vec{u}\ $	
Si $(ABCD)$ est un carré, alors $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$	

## Devoirs surveillés

NOM :

Prénom :

Classe :

<b>Devoir surveillé n° 1</b> <b>SUJET 1</b>
--

### Exercice 1 :

Soit ABC un triangle.

- 1) Construire les points E et F tels que  $\vec{AE} = 2 \vec{AB} + \vec{AC}$  et  $\vec{BF} = \frac{1}{2} \vec{BC}$ .
- 2) Montrer que A, E et F sont alignés.

### Exercice 2 :

Soient trois points non alignés A, B et C. Construire à la règle et au compas le point D défini par  $\vec{DC} - 2 \vec{AC} = \frac{1}{3} \vec{BA}$  (sur la figure ci-dessous)



### Exercice 3 :

Soit un triangle ABC.

- On désigne par :
- I le milieu du segment [AB] .
  - J le symétrique de I par rapport à B .
  - K le point du segment [AC] tel que  $AK = \frac{1}{3} AC$  .
  - L le point du segment [AC] tel que  $AL = \frac{2}{3} AC$

- 1) Traduire les données par des relations vectorielles.
- 2) Exprimer le vecteur  $\vec{JC}$  en fonction du vecteur  $\vec{IK}$  .
- 3) Exprimer le vecteur  $\vec{BL}$  en fonction du vecteur  $\vec{IK}$  .
- 4) Dédire, de la question 2), une expression du vecteur  $\vec{IC} + \vec{JK}$  en fonction du vecteur  $\vec{IK}$  .
- 5) Caractériser le point d'intersection D des droites (IK) et (BC) .  
(suggestion : les deux triangles IBD et JBC...).



NOM :

Prénom :

Classe :

**Devoir surveillé n° 1**  
**SUJET 2**

**Exercice 1 :**

Soit ABC un triangle.

- 1) Construire les points E et F tels que  $\vec{AE} = \frac{3}{2} \vec{AB} + \vec{AC}$  et  $\vec{BF} = \frac{2}{5} \vec{BC}$ .
- 2) Montrer que A, E et F sont alignés.

**Exercice 2 :**

Soient trois points non alignés A, B et C. Construire à la règle et au compas le point D défini par  $\vec{DB} - 2 \vec{AB} = \frac{1}{3} \vec{CA}$  (sur la figure ci-dessous)

× C

A ×

× B

**Exercice 3 :**

Soit un triangle ABC.

- On désigne par :
- I le milieu du segment [BC] .
  - J le symétrique de I par rapport à C .
  - K le point du segment [AB] tel que  $BK = \frac{1}{3} AB$  .
  - L le point du segment [AB] tel que  $BL = \frac{2}{3} AB$

- 1) Traduire les données par des relations vectorielles.
- 2) Exprimer le vecteur  $\vec{JA}$  en fonction du vecteur  $\vec{IK}$  .
- 3) Exprimer le vecteur  $\vec{CL}$  en fonction du vecteur  $\vec{IK}$  .
- 4) Déduire, de la question 2), une expression du vecteur  $\vec{IA} + \vec{JK}$  en fonction du vecteur  $\vec{IK}$  .
- 5) Caractériser le point d'intersection D des droites (IK) et (AC) .  
(suggestion : les deux triangles CID et CJA...).

 [retour](#)

NOM :

Prénom :

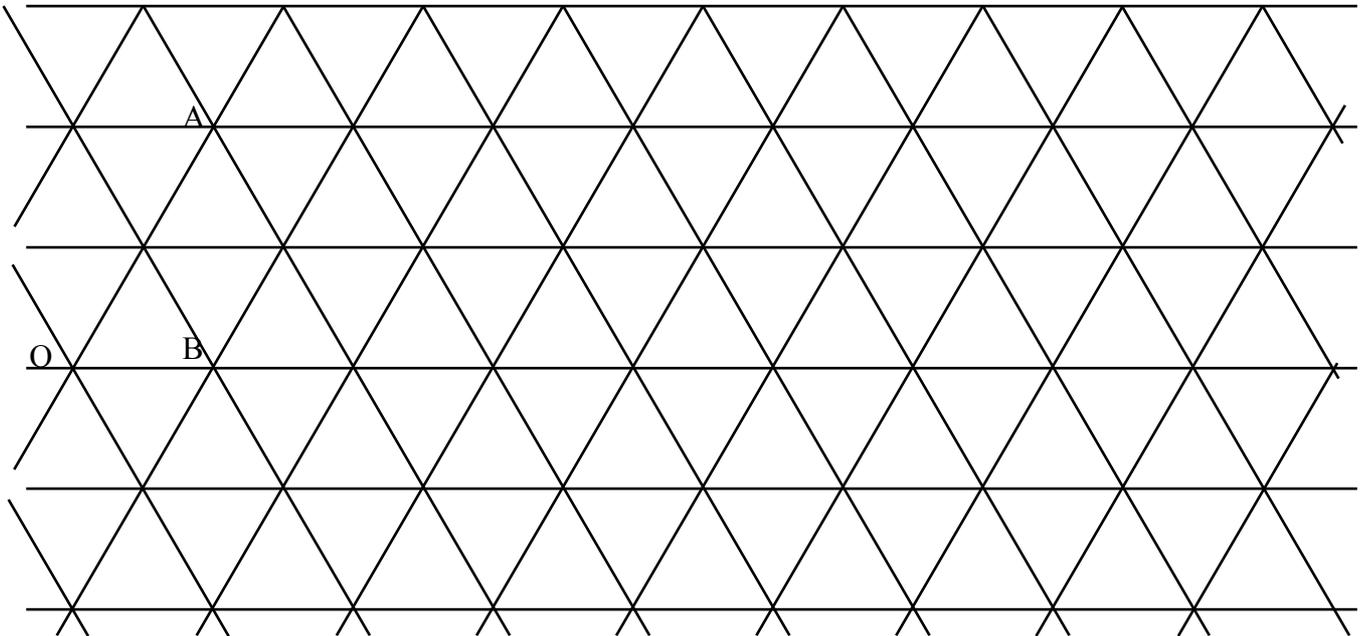
Classe :

**Devoir surveillé n° 2**  
**SUJET 1**

**Exercice 1 :**

Le quadrillage de la figure est constitué de triangles équilatéraux de côtés de mesure 1.

- 1) Placer le point C tel que  $\vec{OC} = \vec{OA} + 3 \vec{OB}$ .
- 2) Placer le point D tel que  $\vec{OD} = -\frac{1}{2} \vec{OA} + 6 \vec{OB}$ .
- 3) Placer le point E tel que  $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} = \vec{0}$ .
- 4) Peut-on trouver un nombre k tel que  $\vec{EA} = k \vec{ED}$  . Pourquoi ? Lequel ?
- 5) Calculer  $\|\vec{AB}\|$  .



**Exercice 2 :**

Soit ABC un triangle.

- 1) Construisez les points D et E définis par :  $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC}$  et  $\vec{BE} = \vec{BA} + \vec{BC}$
- 2) Démontrez que C est le milieu du segment [ED] .

**Exercice 3 :**

Placer trois points O, A et B non alignés et construire le point C défini par :  $3 \vec{OC} = 5 \vec{OA} - 2 \vec{OB}$ .

- 1) Quelle propriété peut-on conjecturer sur les points A, B et C ?
- 2) Établir le résultat envisagé en montrant que  $\vec{AB}$  est colinéaire à  $\vec{AC}$  .

NOM :

Prénom :

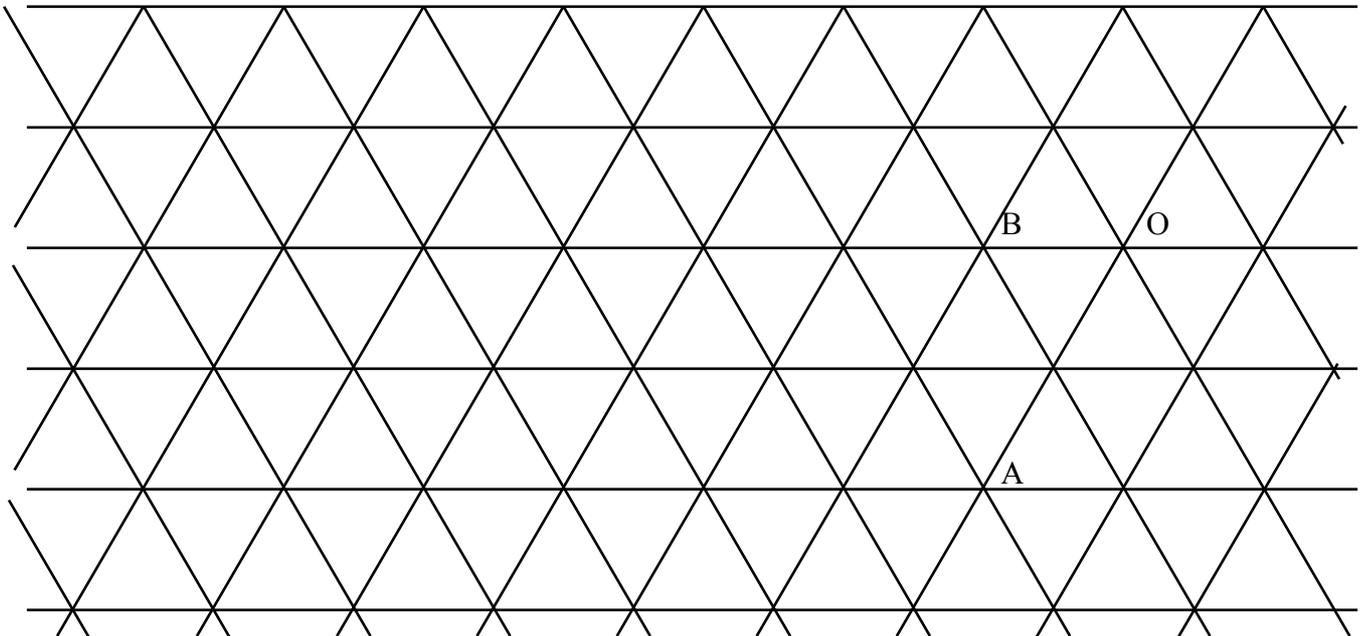
Classe :

**Devoir surveillé n° 2**  
**SUJET 2**

**Exercice 1 :**

Le quadrillage de la figure est constitué de triangles équilatéraux de côtés de mesure 1.

- 1) Placer le point C tel que  $\vec{OC} = \vec{OA} + 3\vec{OB}$ .
- 2) Placer le point D tel que  $\vec{OD} = -\frac{1}{2}\vec{OA} + 6\vec{OB}$ .
- 3) Placer le point E tel que  $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} = \vec{0}$ .
- 4) Peut-on trouver un nombre k tel que  $\vec{EA} = k\vec{ED}$  . Pourquoi ? Lequel ?
- 5) Calculer  $\|\vec{AB}\|$  .



**Exercice 2 :**

Soit ACBD un parallélogramme. On construit les points G et H tels que  $\vec{GD} = \vec{DB}$  et  $\vec{BC} = \vec{CH}$

Montrer que A est le milieu de  $[GH]$  .

**Exercice 3 :**

Placer trois points O, A et B non alignés et construire le point C défini par :  $3\vec{OC} = 2\vec{OA} + \vec{OB}$ .

- 1) Quelle propriété peut-on conjecturer sur les points A, B et C ?
- 2) Établir le résultat envisagé en montrant que  $\vec{AB}$  est colinéaire à  $\vec{AC}$  .



## Devoirs maison

### Partage d'un segment et alignement

:

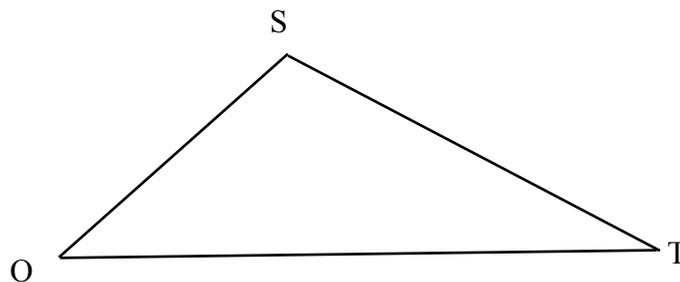
Étant donné un triangle SOT, on considère les points P, Q et R définis par :

\* P est le point de [ SO ] tel que  $SP = 2/3 SO$

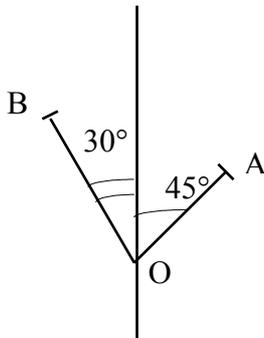
\* Q est le point de [ ST ] tel que  $SQ = 1/3 ST$

\* R est le point de (OT) tel que  $OR = 1/3 OT$ , R et T étant de part et d'autre de O.

Exprimer  $\vec{PQ}$  et  $\vec{PR}$  en fonction de  $\vec{SO}$  et  $\vec{ST}$  et précisez la position des points P, Q, R.



### Alignement :



a) Dans la figure ci-contre, on a  $OA = \sqrt{2}$  et  $OB = 2$ .  
Le point M défini par  $\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB}$  appartient-il  
à la droite  $\mathcal{D}$  ? *Le schéma n'est pas en vraie grandeur.*

### Parallélisme et Parallélogramme :

Soit ABCD un parallélogramme et k un nombre réel. On définit les points I, J, K et L par :

$$\vec{AI} = k \vec{AB} \quad ; \quad \vec{BJ} = k \vec{BC} \quad ; \quad \vec{CK} = k \vec{CD} \quad \text{et} \quad \vec{DL} = k \vec{DA}$$

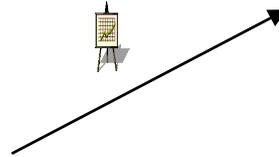
$\alpha$ ) faire une figure pour  $k = -1$  puis pour  $k = 3/2$ .

$\beta$ ) Montrer alors que, pour un nombre k quelconque, IJKL est un parallélogramme.

 [retour](#)

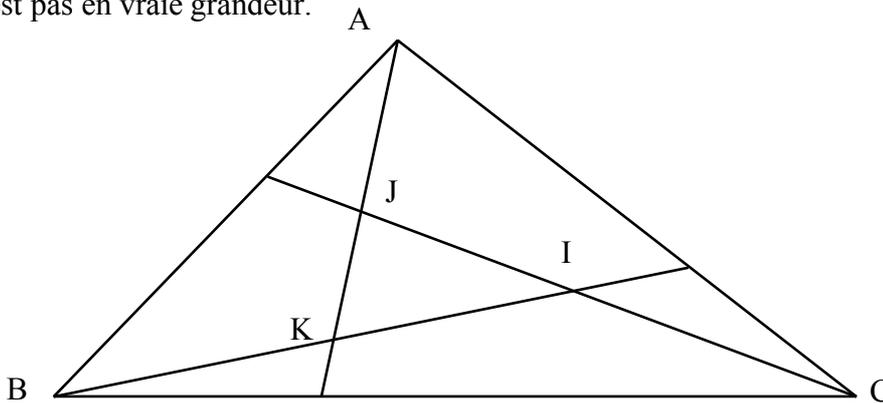
## Construction irrationnelle :

Étant donné le vecteur  $\vec{u}$ , tracer à la règle non graduée et au compas seul, un représentant du vecteur  $\sqrt{5} \vec{u}$ .



## Construction dans un triangle :

Pour une fois, le triangle donné s'appelle IJK... On note A le symétrique de K par rapport à J, B le symétrique de I par rapport à K et enfin C le symétrique de J par rapport à I. Le schéma n'est pas en vraie grandeur.



- 1) Exprimez  $\vec{AK}$  en fonction de  $\vec{AB}$  et  $\vec{AI}$ , puis  $\vec{AI}$  en fonction de  $\vec{AJ}$  et  $\vec{AC}$  et enfin  $\vec{AJ}$  en fonction de  $\vec{AK}$ . Déduire de tout cela que  $\vec{AK} = \frac{2}{7} (2\vec{AB} + \vec{AC})$ .
- 2) Soit P le point défini par  $\vec{BP} = \frac{1}{3} \vec{BC}$ . Exprimer  $\vec{AP}$  en fonction de  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$ .
- 3) Déduire de 1) et 2) que A, K, J et P sont alignés.

*Remarque* : on conviendra que de la même manière, les points B, K, I, Q d'une part et C, I, J, R d'autre part sont alignés, Q et R étant définis par :  $\vec{CQ} = \frac{1}{3} \vec{CA}$  et  $\vec{AR} = \frac{1}{3} \vec{AB}$ .

- 4) Tracer un triangle ABC quelconque. Trouvez, à la règle et au compas, I, J et K façon que I soit le milieu de [CJ], J celui de [AK] et K celui de [BI].

## Caractérisation du milieu :

On considère un triangle CQF. J est un point tel que  $\vec{CJ} = \frac{1}{5} \vec{CF}$ . D est le point tel que  $\vec{QD} = \frac{5}{3} \vec{QJ}$ . Le quadrilatère CQFD a ses côtés opposés qui se coupent : (DC) et (FQ) se coupent en K, (FD) et (QC) se coupent en I. Prouver que Q est le milieu de [FK] et que C est le milieu de [QI].



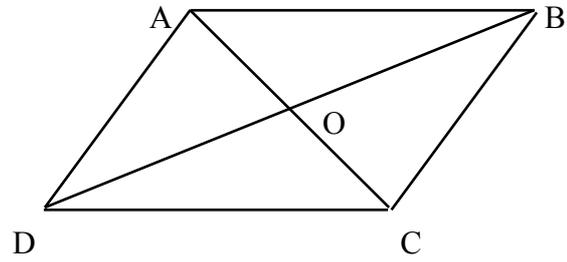
## Activités de classe

### Lecture rapide

(ABCD) est un parallélogramme.

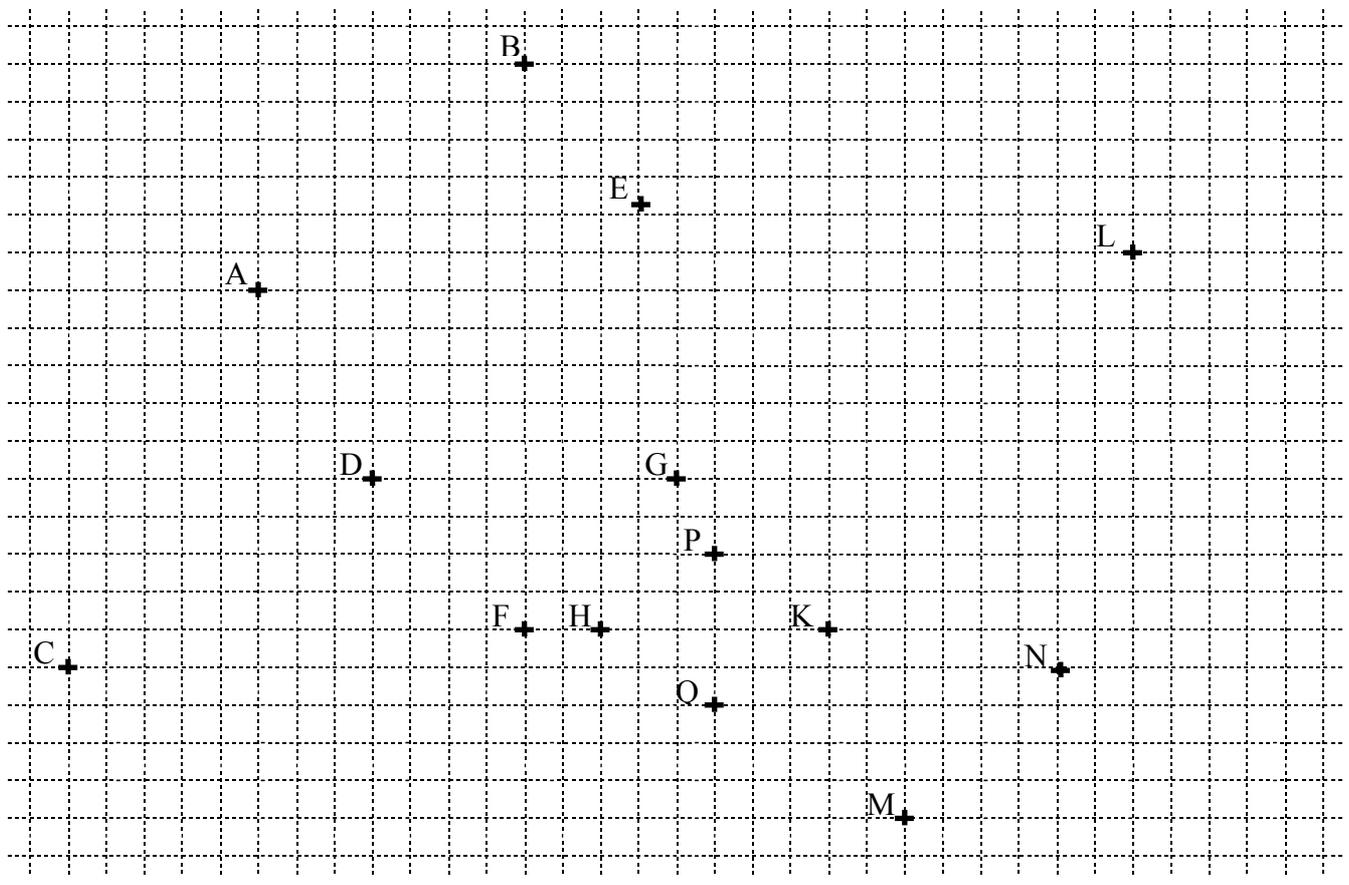
Complète, sans justifier, les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} \vec{AB} + \vec{BC} &= \dots\dots\dots \\ \vec{AB} + \vec{AD} &= \dots\dots\dots \\ \vec{AB} + \vec{CD} &= \dots\dots\dots \\ \vec{OA} + \vec{OC} &= \dots\dots\dots \\ \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$



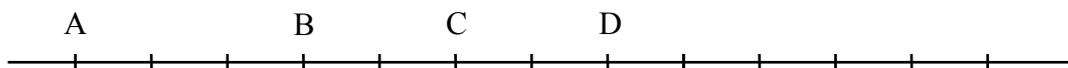
### Quadrillage et repère

- a) Citer, en utilisant des points de la figure, deux vecteurs égaux : .....
- Deux vecteurs opposés : .....
- Deux vecteurs de même direction, ni égaux, ni opposés : .....
- b) Peut-on exprimer  $\vec{FK}$  en fonction de  $\vec{FH}$  ? Comment ? .....
- Peut-on exprimer  $\vec{FH}$  en fonction de  $\vec{FK}$  ? Comment ? .....
- Peut-on exprimer  $\vec{KH}$  en fonction de  $\vec{HK}$  ? Comment ? .....
- Peut-on exprimer  $\vec{KH}$  en fonction de  $\vec{KN}$  ? Comment ? .....



## Multiplication d'un vecteur par un réel

1) On considère la droite graduée suivante :



Placer les point E et F tels que :  $\vec{AE} = 5 \vec{BC}$  et  $\vec{DF} = -2 \vec{AB}$ .

Placer les point G et H tels que :  $\vec{AG} = \frac{2}{7} \vec{AD}$  et  $\vec{CH} = \frac{5}{3} \vec{AB}$ .

Compléter par un nombre réel :  $\vec{AB} = \dots\dots\dots \vec{AC}$  ;  $\vec{BA} = \dots\dots\dots \vec{BC}$  ;

$\vec{BD} = \dots\dots\dots \vec{BA}$  ;  $\vec{AD} = \dots\dots\dots \vec{CB}$  .

$\vec{BC} = \dots\dots\dots \vec{CD}$  ;  $\vec{BC} = \dots\dots\dots \vec{BD}$  .

**Remarque** : que représente le point C pour le segment [BD] ?

2) Étant donné les points A et B ci-dessous, tracer, à la règle non graduée et au compas seul, les points C,

D et E tels que :  $\vec{AC} = \frac{1}{3} \vec{AB}$   $\vec{AD} = \frac{5}{3} \vec{AB}$  et  $\vec{BE} = -\frac{4}{3} \vec{AB}$  .

x  
A

x  
B

## Caractérisation du milieu d'un segment

ABC est un triangle. Construire les points D et E tels que  $\vec{BC} = \vec{AD}$  et  $\vec{CA} = \vec{BE}$  .  
Démontrer que A est le milieu du segment [ED].



## Constructions sur quadrillage (sujet 1)

Construire, dans le quadrillage n° 1, les points A', B', C', D', E' et F' définis par :

$$\vec{AA'} = \vec{b} + \vec{a}$$

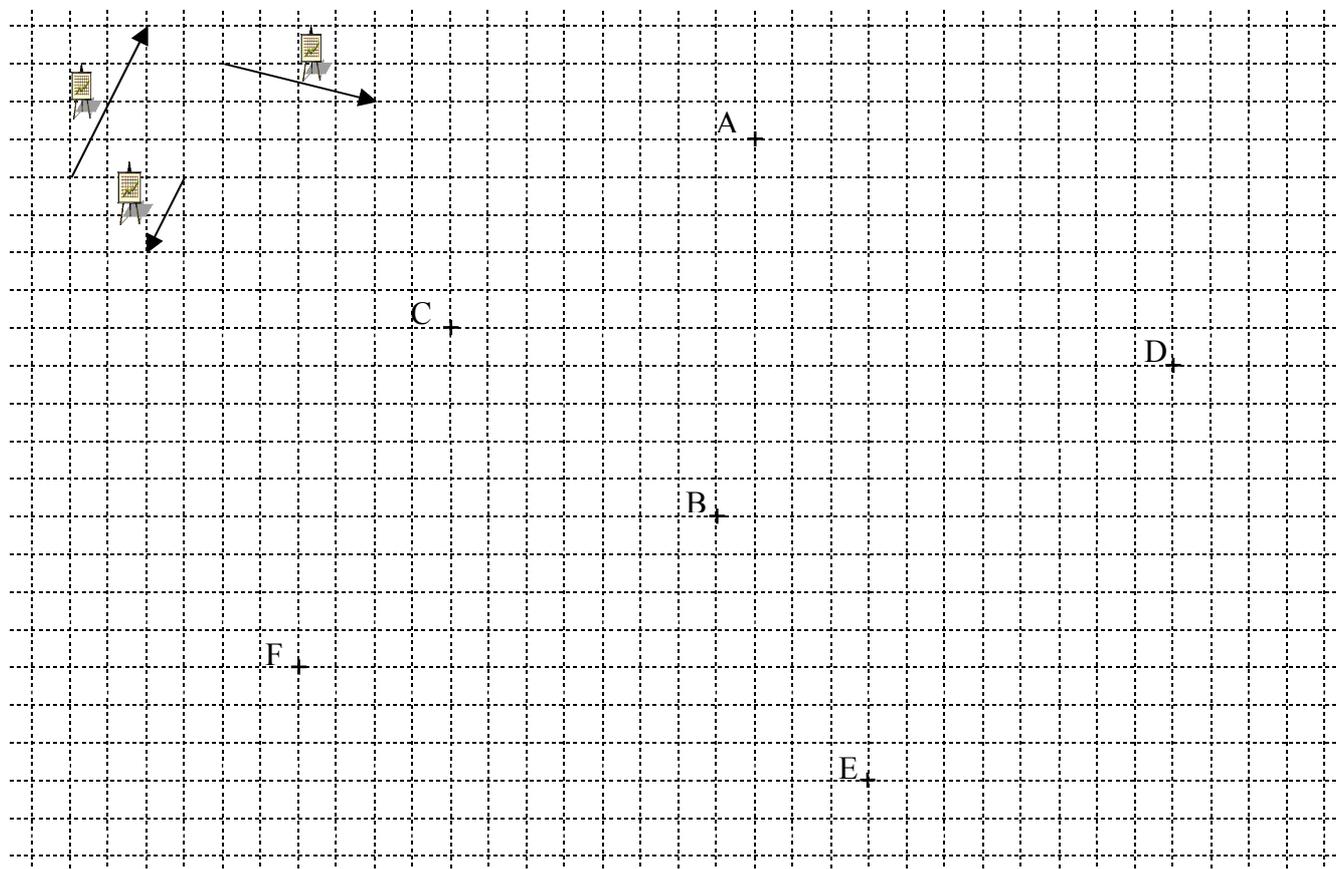
$$\vec{BB'} = \vec{c} - \vec{b}$$

$$\vec{CC'} = \vec{c} + \vec{a}$$

$$\vec{DD'} = \frac{3}{2} \vec{a}$$

$$\vec{EE'} = \frac{1}{2} \vec{a} - 2 \vec{b}$$

$$\vec{FF'} = -\frac{1}{2} \vec{a} - \frac{1}{2} \vec{b}$$



Quadrillage n° 1

 [retour](#)

## Constructions sur quadrillage (correction du sujet 1)

Construire, dans le quadrillage n° 1, les points A', B', C', D', E' et F' définis par :

$$\vec{AA'} = \vec{b} + \vec{a}$$

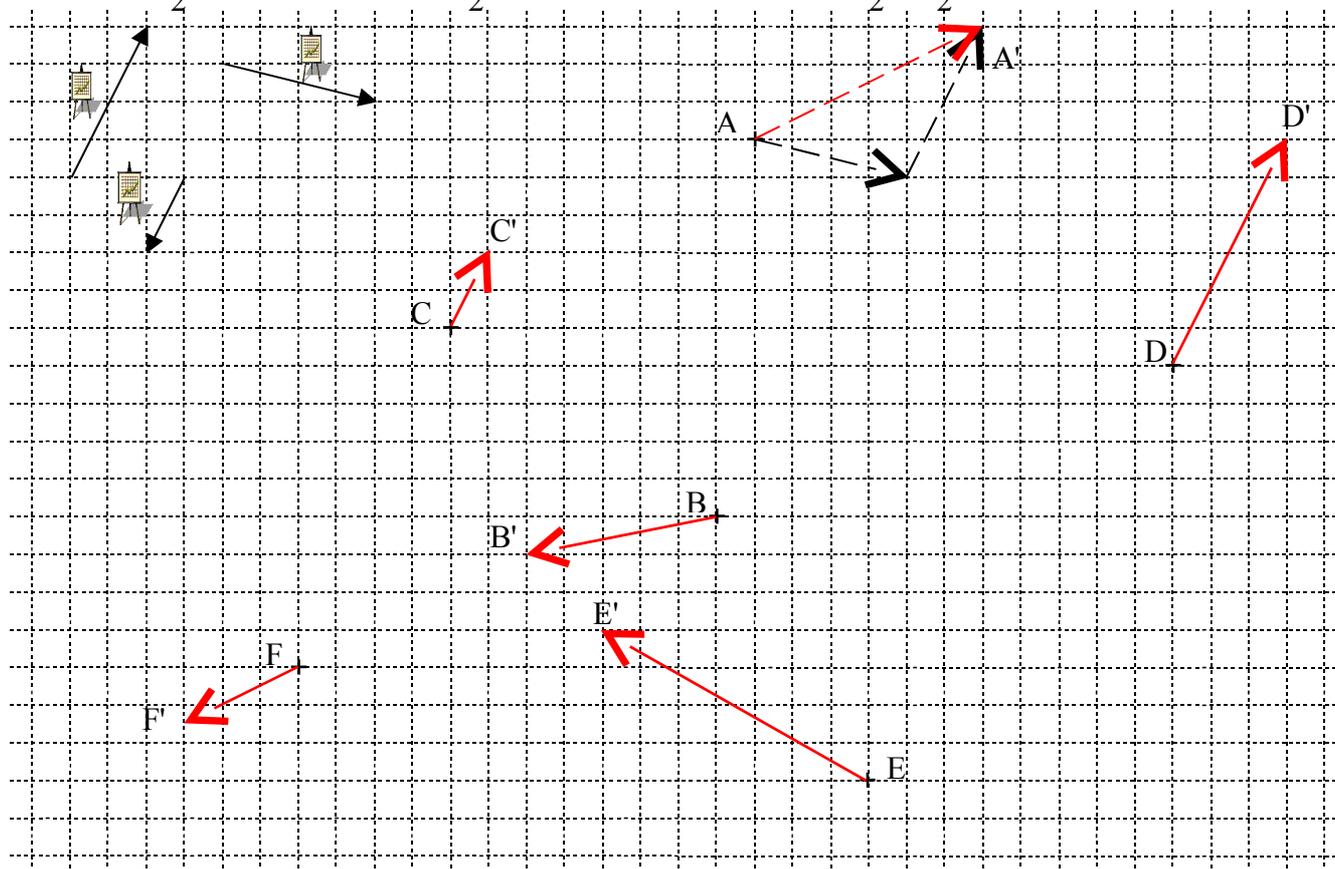
$$\vec{BB'} = \vec{c} - \vec{b}$$

$$\vec{CC'} = \vec{c} + \vec{a}$$

$$\vec{DD'} = \frac{3}{2} \vec{a}$$

$$\vec{EE'} = \frac{1}{2} \vec{a} - 2 \vec{b}$$

$$\vec{FF'} = -\frac{1}{2} \vec{a} - \frac{1}{2} \vec{b}$$



Quadrillage n° 1

 [retour](#)

## Constructions sur quadrillage (sujet 2)

Construire, dans le quadrillage n° 2, les points A'', B'', C'', D'', E'' et F'' définis par :

$$\vec{AA''} = \vec{c} + 2\vec{b}$$

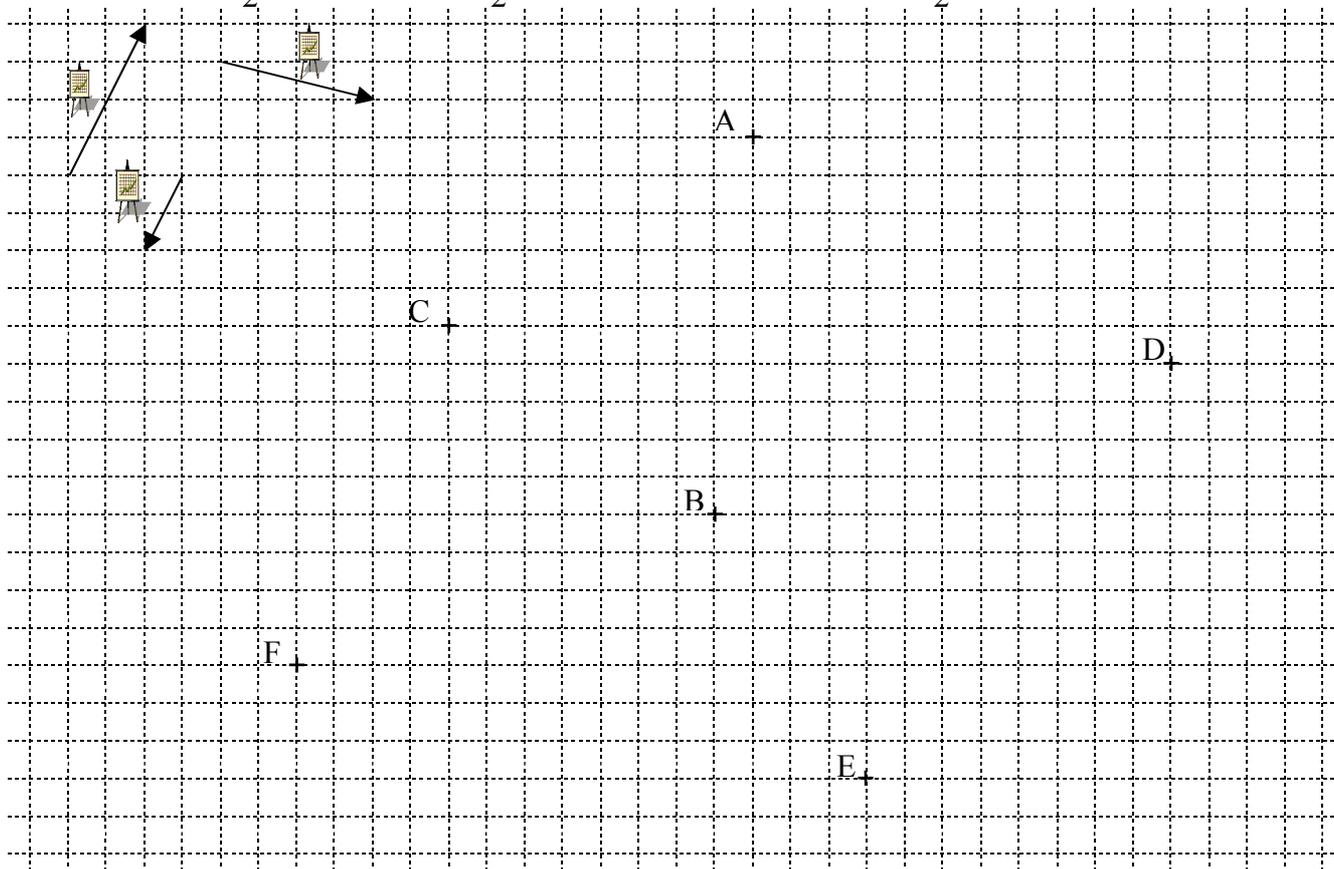
$$\vec{BB''} = \vec{a} - \vec{b}$$

$$\vec{CC''} = -\vec{b} - \vec{a}$$

$$\vec{DD''} = \vec{b} - \frac{3}{2}\vec{a}$$

$$\vec{EE''} = \frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{c}$$

$$\vec{FF''} = -\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{c}$$



quadrillage n°2

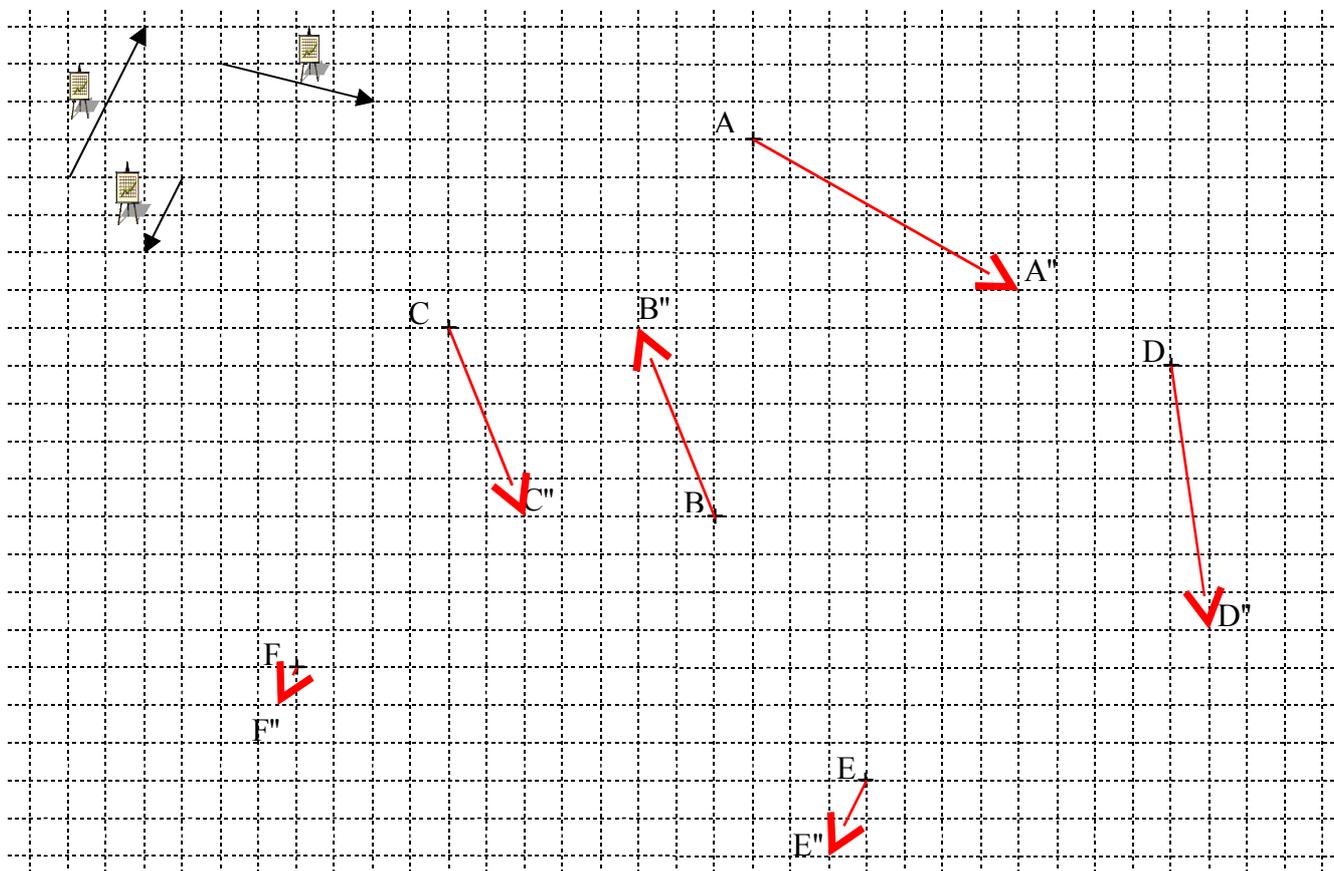
 [retour](#)

## Constructions sur quadrillage (correction du sujet 2)

Construire, dans le quadrillage n° 2, les points A'', B'', C'', D'', E'' et F'' définis par :

$$\vec{AA''} = \vec{c} + 2\vec{b} \quad \vec{BB''} = \vec{a} - \vec{b} \quad \vec{CC''} = -\vec{b} - \vec{a}$$

$$\vec{DD''} = \vec{b} - \frac{3}{2}\vec{a} \quad \vec{EE''} = \frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{c} \quad \vec{FF''} = -\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{c}$$



Quadrillage n° 2



## Relations vectorielles

1) Simplifier le plus possible (en détaillant) :  $\vec{a} = \vec{GF} + \vec{AG}$        $\vec{b} = \vec{EA} - \vec{EF}$

$$\vec{c} = \vec{AB} + \vec{CA} + \vec{BC} \quad \vec{d} = \vec{CB} + \vec{CA} + \vec{AB} \quad \vec{e} = 2 \left( \vec{AB} + \vec{AC} \right) - \left( \vec{AC} + 2 \vec{AB} \right)$$

2) ABCD est un trapèze.

(EK) et (BC) sont parallèles.

(EJ) et (AD) sont parallèles.

(IF) et (DC) sont parallèles.

E est le milieu de [AB].

I est le milieu de [AD].

a)  $AB = 4 \text{ cm}$  et  $DC = 8 \text{ cm}$  ;

Compléter :  $JK = \dots\dots\dots$

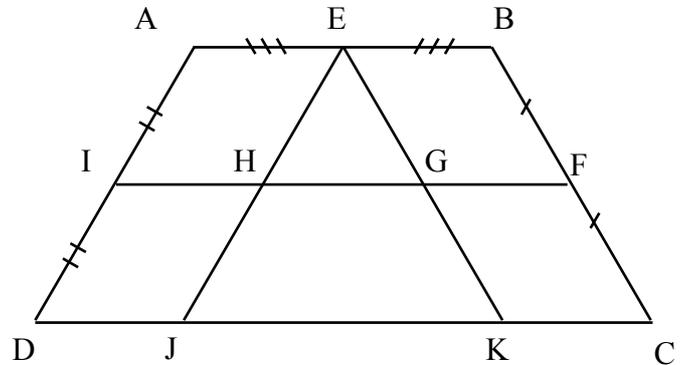
Compléter :  $GH = \dots\dots\dots$

b) Calculer les vecteurs suivants, en utilisant uniquement deux points de la figure :

$$\vec{AE} + \vec{KC} + 2 \vec{JD} =$$

$$\vec{BI} + \vec{KC} + \vec{BE} + \vec{HI} =$$

$$2 \vec{GH} + \vec{BE} =$$



## Construction justifiée

Construire, en justifiant, les points M, N et P définis par

$$2 \vec{MA} + \vec{BM} = \vec{0}$$

$$2 \vec{NC} + \vec{AB} = \vec{NB}$$

$$\vec{AP} + \vec{AC} = 2 \vec{BP}$$

A  
×

B  
×

C  
×



## Alignement de trois points

A, B et C désignent trois points non alignés. On considère les points M et N définis par :  
 $\vec{CM} = 2\vec{CB} - 4\vec{CA}$  et  $\vec{AN} = -\vec{AB}$ . Les points C, M et N sont-ils alignés ? Justifiez.

## Alignement de trois points (bis)

ABC est un triangle. On considère le point M, tel que  $\vec{BM} = 2\vec{AB}$ , et le point N tel que  $\vec{MN} = 3\vec{BC}$ .  
 Démontrer que les points A, C, N sont alignés.

**Méthode :** pour montrer que A, C, N sont alignés, il suffit de montrer que les vecteurs  $\vec{AN}$  et  $\vec{AC}$  sont colinéaires.

On place M et N sur la figure ci-contre.

On complète les calculs vectoriels suivants :

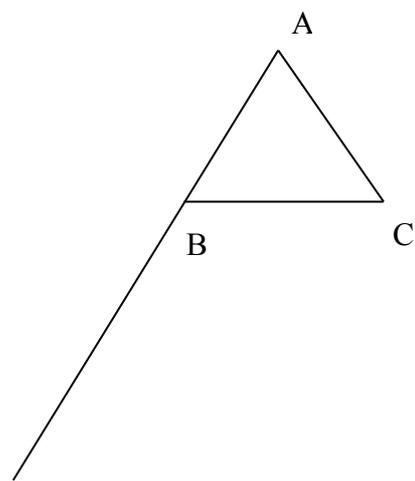
$$\vec{AN} = \vec{AB} + \vec{BM} + \vec{MN}$$

$$\vec{AN} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{AN} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\vec{AN} = \dots\dots \vec{AC}$$

On conclut :  $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$



## Et avec les parallélogrammes ? :

EFG est un triangle quelconque. Construire A tel que  $\vec{FA} = 3\vec{EG}$  et B tel que  $\vec{GB} = \vec{EG} + 2\vec{EF}$ .  
 Montrer que le quadrilatère FBAG est un parallélogramme.

## Parallélogramme et parallélisme

On donne un triangle ABC. A', B' et C' sont les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB]. M étant un point quelconque du plan, les points N et P sont définis par  $\vec{MN} = \vec{CC'}$  et  $\vec{MP} = -\vec{BB'}$ .

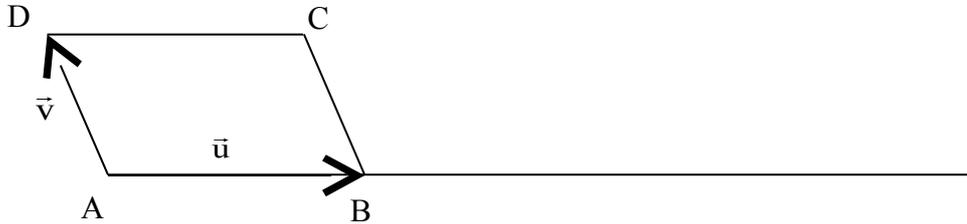
- 1) Montrer que le quadrilatère ANPA' est un parallélogramme.
- 2) Soit I le milieu de [NP]. Prouver que les droites (MI) et (BC) sont parallèles.



## Parallélisme

ABCD est un parallélogramme. Le vecteur  $\vec{AB}$  sera noté  $\vec{u}$ . Le vecteur  $\vec{AD}$  sera noté  $\vec{v}$ .

- 1) Construire le point E tel que  $\vec{AE} = 3\vec{u} + \vec{v}$ .
- 2) Construire le point F tel que  $\vec{BF} = -\vec{u} - 2\vec{v}$ .
- 3) Démontrer que les droites (EF) et (AC) sont parallèles.



### **SOLUTION**

1) Construction de E : on place d'abord le point M, tel que  $\vec{AM} = 3\vec{u}$ . On peut alors écrire :

$$\vec{AE} = \vec{AM} + \dots\dots\dots . \text{ On place alors E.}$$

2) Construction de F : on place d'abord le point N, tel que  $\vec{BN} = -\vec{u}$ . On remarque que : .....

$$\vec{BF} = \vec{BN} + \dots\dots\dots . \text{ On construit alors F.}$$

3) Méthode : pour démontrer que les droites (EF) et (AC) sont parallèles, il suffit de montrer que les vecteurs  $\vec{EF}$  et  $\vec{AC}$  sont non nuls et colinéaires. On calcule  $\vec{AC}$  et  $\vec{EF}$  à l'aide de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  :

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} \qquad \text{donc } \vec{AC} = \vec{u} + \dots\dots\dots . \qquad \vec{EF} = \vec{EA} + \vec{AB} + \vec{BF}$$

$$\text{donc } \vec{EF} = \dots\dots \vec{u} + \dots\dots \vec{v} + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots .$$

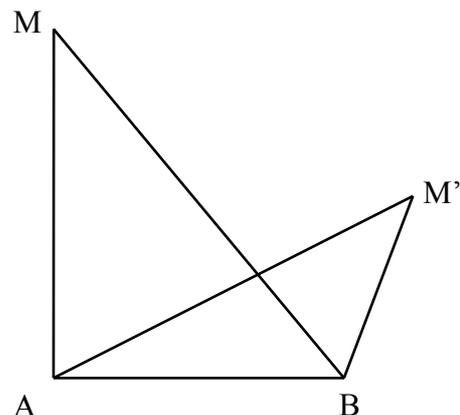
On a alors  $\vec{EF} = \dots\dots \vec{AC}$ . On conclut : les vecteurs  $\vec{EF}$  et  $\vec{AC}$  sont ....., donc .....

### Centre de gravité :

Construire le point G, centre de gravité du triangle ABM.

Construire le point G', centre de gravité du triangle ABM'.

Démontrer que les droites (GG') et (MM') sont parallèles.



## Activités de classe orientées "module"

### Rédiger : entraînement à la rédaction d'une démonstration.

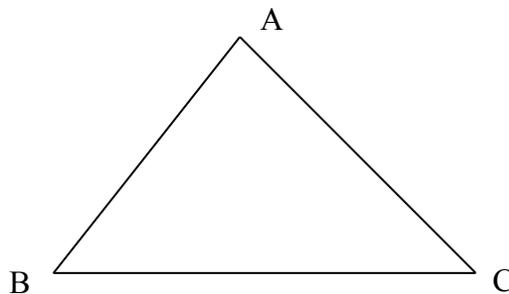
#### 1. Enoncé :

ABC est un triangle ; k est un nombre réel, M et N sont les points définis par les relations :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + (k+1) \overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{AN} = (k+1) \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} .$$

- a) On choisit d'abord  $k = -2$ . Faire la figure et démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
- b) k est maintenant un réel quelconque. Calculer  $\overrightarrow{MN}$  en fonction de  $\overrightarrow{BC}$  et conclure.
- c) Pour quelle valeur de k, BCNM est-il un parallélogramme ? Faire une figure pour la valeur de k ainsi trouvée.

#### 2. Figure :



#### 3. Démonstration :

a)  $k = -2$  : On complète :  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \dots\dots\dots \overrightarrow{AC}$                        $\overrightarrow{AN} = \dots\dots\dots \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$  .

On place M et N sur la figure ci-dessus ; on calcule  $\overrightarrow{MN}$  en complétant les relations suivantes :

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \dots\dots\dots$  .                      Donc  $\overrightarrow{MN} = \dots\dots\dots$  .

Donc  $\overrightarrow{MN} = \dots\dots\dots \overrightarrow{AB} + \dots\dots\dots \overrightarrow{AC}$                       donc  $\overrightarrow{MN} = \dots\dots\dots (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$ .

$\overrightarrow{MN} = \dots\dots\dots$                       On conclut : les vecteurs  $\overrightarrow{MN}$  et  $\overrightarrow{BC}$  sont  $\dots\dots\dots$  et  $\dots\dots\dots$  .

donc les droites (MN) et (BC) sont  $\dots\dots\dots$  .

b) k est un réel quelconque : On complète les calculs suivants :  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \dots\dots\dots$  .

Donc  $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - (k+1) \overrightarrow{AC} + \dots\dots\dots$  .

Donc  $\overrightarrow{MN} = \dots\dots\dots \overrightarrow{AB} + \dots\dots\dots \overrightarrow{AC}$  ;                       $\overrightarrow{MN} = \dots\dots\dots$  .

$\overrightarrow{MN} = (\dots\dots\dots) \overrightarrow{BC}$  (1).



- Si  $k = -\frac{1}{2}$ ,  $\vec{MN} = \dots\dots\dots$ .

Si  $k \neq -\frac{1}{2}$ , on conclut :  $\vec{MN}$  et  $\vec{BC}$  sont  $\dots\dots\dots$  et non nuls, donc les droites (MN) et (BC) sont  $\dots\dots\dots$ .

c) Utilisons la relation (1) : « BCNM est un parallélogramme » signifie que : (  $\dots\dots\dots$  )  $\vec{BC} = \vec{BC}$ .

Comme  $\vec{BC} \neq \vec{0}$ , l'égalité précédente s'écrit :

- $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- $\dots\dots\dots$
- $k = \dots\dots\dots$ .

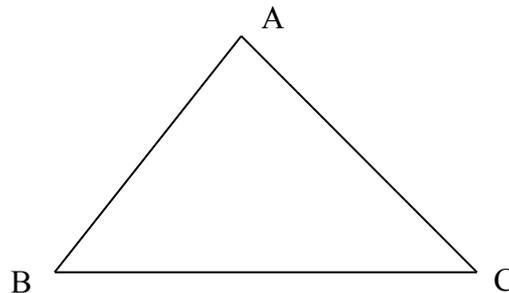
On a démontré que BCNM est un parallélogramme si et seulement si  $k = \dots\dots\dots$ .

#### 4. Vérification :

On construit ci-contre la figure de vérification :

$$\vec{AM} = \dots\dots\dots \vec{AB} + \dots\dots\dots \vec{AC}.$$

$$\vec{AN} = \dots\dots\dots \vec{AB} + \dots\dots\dots \vec{AC}.$$



#### Réduire un énoncé :

Voici une série de 13 informations :

$$AT = 3 \text{ cm}$$

$$KL = 7 \text{ cm.}$$

$\vec{AS}$  et  $\vec{KL}$  sont colinéaires.

$$SL = 6 \text{ cm.}$$

$$\vec{AK} = \vec{SL}$$

$$TS = 6 \text{ cm.}$$

$$AK = 6 \text{ cm}$$

$\vec{AT}$  et  $\vec{KS}$  sont colinéaires.

$$AS = 7 \text{ cm.}$$

$\vec{AK}$  et  $\vec{TS}$  sont colinéaires.

$\vec{LT}$  et  $\vec{LS}$  sont colinéaires.

$$SK = 3 \text{ cm.}$$

$$\vec{ST} = \vec{KA}$$

- 1) Construire la figure vérifiant toutes ces informations.
- 2) Ecrire un programme de construction minimal (avec le moins d'informations possibles).
- 3) Faites exécuter votre programme de construction. Corrigez si nécessaire.



## Démonstration puzzle :

### 1. Voici un texte :

Sur les côtés d'un parallélogramme ABCD, on place les points E et F tels que :  $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AF} = 3 \overrightarrow{AD}$ . Montrer que C, E et F sont alignés.

### 2. Voici 14 phrases :

- (1) par hypothèse,  $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$
- (2) donc  $\overrightarrow{FE} = 3 \overrightarrow{DA} + \frac{3}{2} \overrightarrow{AB}$
- (3) Finalement,  $\overrightarrow{FE} = 3 \overrightarrow{CE}$
- (4) D'après la relation de Chasles,  $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE}$
- (5) ABCD est un parallélogramme, donc  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$
- (6) Pour montrer que C, E et F sont alignés,
- (7) donc  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AB}$
- (8) Les vecteurs  $\overrightarrow{FE}$  et  $\overrightarrow{CE}$  étant colinéaires, les points C, E et F sont alignés
- (9) Et  $\overrightarrow{FE} = 3 \left( \overrightarrow{DA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \right)$
- (10) il suffit de montrer que les vecteurs  $\overrightarrow{FE}$  et  $\overrightarrow{CE}$  sont colinéaires.
- (11) D'après la relation de Chasles  $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE}$
- (12) Or  $\overrightarrow{FA} = -3 \overrightarrow{AD} = 3 \overrightarrow{DA}$
- (13) D'où  $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$
- (14) D'après la relation de Chasles,  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$

### 3. Ordonner ces 14 phrases pour obtenir une démonstration correcte.



## A partir d'une solution :

Voici la rédaction de la solution correcte d'une élève de seconde, à une question posée :

« La relation de Chasles permet d'écrire :

$$\overrightarrow{D'C} = \overrightarrow{D'D} + \overrightarrow{DC}, \text{ or } \overrightarrow{DD'} = 2\overrightarrow{AD}, \text{ donc}$$

$$\overrightarrow{D'C} = -2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$$

De même la relation de Chasles nous donne :

$$\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB'}$$

par énoncé,  $\overrightarrow{AB'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

d'où  $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

ou encore  $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

c'est-à-dire  $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

ABCD étant un carré  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ , donc :

$$\overrightarrow{CB'} = -\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$$

Ainsi  $\overrightarrow{D'C} = k\overrightarrow{CB'}$  avec  $k = \dots\dots\dots$  ce qui prouve que les vecteurs  $\overrightarrow{D'C}$  et  $\overrightarrow{CB'}$  sont  $\dots\dots\dots$

Par suite, les points D', C et B' sont alignés »

- 1° a) Dégager les hypothèses, en les encadrant en vert.  
b) Dégager la conclusion, en la soulignant en rouge.  
c) Compléter les pointillés dans la rédaction de la solution.
- 2° Tracer ci-dessous la figure qui pourrait correspondre à cette rédaction de solution
- 3° Quel énoncé d'exercice pourrait correspondre à cette rédaction de solution ?

## Activités de classe orientées travaux dirigés

### Autour du centre de gravité :

Soit un triangle ABC et le point G défini par  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$  (1).

- 1) En décomposant la relation (1) par Chasles, exprimer le vecteur  $\overrightarrow{AG}$  en fonction des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  seuls.
- 2) Construire, à la règle non graduée et au compas seuls, le point G.
- 3) Que représente le point G pour le triangle ABC ?
- 4) Soit M un point quelconque du plan. Montrer que  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3 \overrightarrow{MG}$  .
- 5) Construire les points P et Q du plan tels que :
  - $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AB}$ .
  - $\overrightarrow{QA} + \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{QC} = 3 \overrightarrow{BC}$
- 6) Généralisation : ABCD est un quadrilatère quelconque. Existe-t-il un point O tel que  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$  ?
  - si oui, le construire.
  - Si non, justifier.

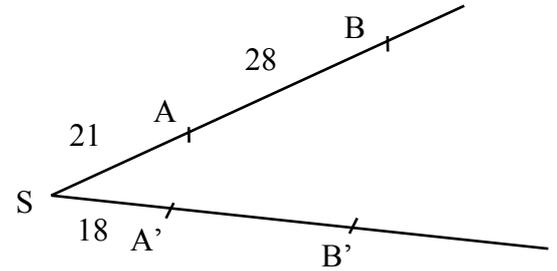
(Suggestion : utiliser un point G et la question 4).
- 7) Application : A, B, C et D sont quatre points distincts du plan. Démontrer que si l'on a  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$  alors ABCD est un parallélogramme.

 [retour](#)

## Thalès et projection :

### 1. Depuis Thalès :

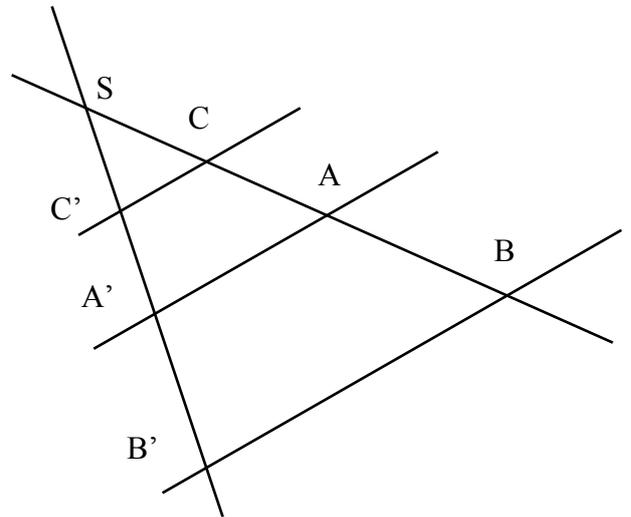
- 1) Calculer  $A'B'$  pour que les droites  $(AA')$  et  $(BB')$  soient parallèles.
- 2) Déterminer alors le réel  $x$  tel que :  $\vec{SB} = x \vec{SA}$
- 3) Puis déterminer le réel  $y$  tel que :  $\vec{SB'} = y \vec{SA'}$
- 4) Enfin déterminer le réel  $z$  tel que :  $\vec{BB'} = z \vec{AA'}$



### 2. Vers le théorème de la projection :

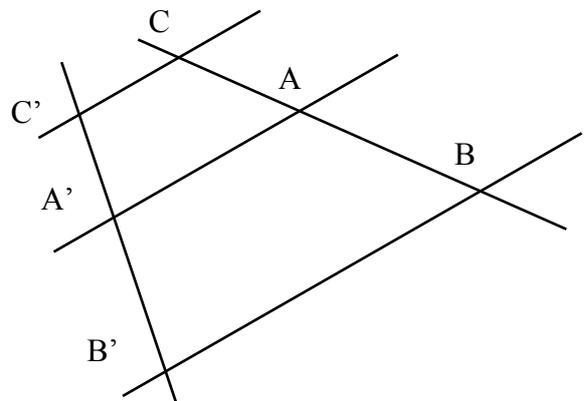
Les droites  $(AA')$ ,  $(BB')$  et  $(CC')$  sont parallèles.  
On donne  $A'C' = 8$ ,  $AB = 9$ ,  $AC = 6$  et  $SC = 4$ .

- a) Calculer  $SC'$  et  $A'B'$ .
- b) Déterminer le réel  $k$  tel que :  $\vec{CB} = k \vec{CA}$
- c) Déterminer le réel  $k'$  tel que :  $\vec{C'B'} = k' \vec{C'A'}$
- d) Que peut-on conjecturer ?



### 3. Application :

Sachant que  $\vec{AC} = -\frac{2}{3} \vec{AB}$ , que  $A'B' = 12$ , et que  $(AA')$ ,  $(BB')$  et  $(CC')$  sont des droites parallèles, calculer  $A'C'$ .



## Recherche d'une construction (analyse et synthèse) :

### 1. Cas général :

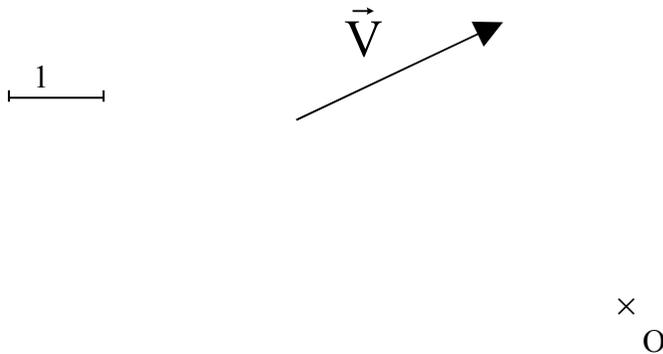
On donne un point O du plan, un vecteur  $\vec{V}$  et un nombre réel k strictement positif. Construire deux points A et B du plan tels que :

$$OA = OB = k \quad \text{et} \quad \vec{OA} + \vec{OB} = \vec{V}.$$

Discuter.

### 2. Application :

Construire les points A et B avec  $k = \frac{3}{2}$  dans la figure suivante :



 [retour](#)

# Cahier de l'élève

## 1. Définitions :

Un vecteur est un nouvel être mathématique qui se caractérise par :
 

{	une direction
	un sens
	une longueur

Un vecteur possède une écriture spécifique :  $\vec{AB}$  représentant d'origine A et d'extrémité B d'un vecteur **libre**  $\vec{u}$ .

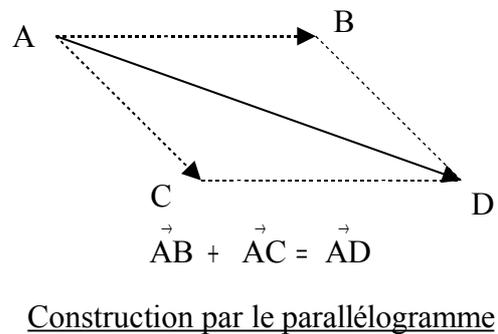
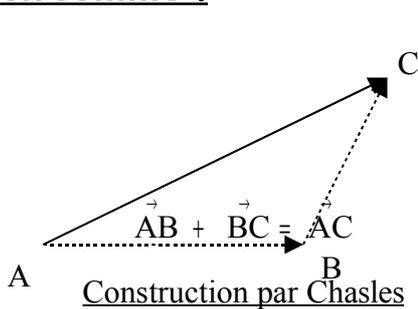
Un vecteur  $\vec{u}$  caractérise une translation, c'est-à-dire une transformation du plan qui à tout point M fait correspondre le point M', image de M, tel que :  $\vec{u} = \vec{MM}'$ .

$\vec{AB} = \vec{CD}$  si et seulement si ABDC est un parallélogramme.  
 si et seulement si [AD] et [BC] ont même milieu.

ABDC est un parallélogramme si et seulement si  $\vec{AB} = \vec{CD}$   
 si et seulement si  $\vec{AC} = \vec{BD}$

Une unité étant choisie, la longueur d'un vecteur  $\vec{AB}$  se note  $\|\vec{AB}\|$ .

## 2. Opération somme :



$\vec{AC}$  caractérise la translation de A vers C, donc  $\vec{AB} + \vec{BC}$  caractérise la translation de A vers B suivie de la translation de B vers C.

**Définitions :** le vecteur  $\vec{AA}$  est dit vecteur nul et se note  $\vec{0}$ .

le vecteur  $\vec{BA}$  est dit vecteur opposé du vecteur  $\vec{AB}$  et se note  $-\vec{AB}$ .

**Propriétés de l'addition :** Quels que soient les vecteurs  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  du plan on a :

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u} .$$

$$\left( \vec{u} + \vec{v} \right) + \vec{w} = \vec{u} + \left( \vec{v} + \vec{w} \right) .$$

$$\vec{u} + \vec{0} = \vec{u} \text{ et } \vec{u} + \left( -\vec{u} \right) = \vec{0}$$

**Différence de deux vecteurs :**  $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + \left( -\vec{v} \right) .$

### 3. Multiplication d'un vecteur par un réel :

**Définition :** Étant donné un vecteur  $\vec{u}$  et un nombre  $k$ , on appelle produit du vecteur  $\vec{u}$  par le nombre  $k$  le vecteur  $\vec{w}$ , noté  $k \vec{u}$ , ayant les caractéristiques suivantes :

- Si  $\vec{u}$  n'est pas le vecteur nul :
  - si  $k = 0$  alors  $\vec{w} = \vec{0}$
  - si  $k > 0$  alors  $\vec{w}$  et  $\vec{u}$  ont la même direction, le même sens et la longueur de  $\vec{w}$  est le produit par  $k$  de la longueur de  $\vec{u}$ .
  - si  $k < 0$  alors  $\vec{w}$  et  $\vec{u}$  ont la même direction, sont de sens contraires et la longueur de  $\vec{w}$  est le produit par  $-k$  de la longueur de  $\vec{u}$ .
- Si  $\vec{u}$  est le vecteur nul alors  $\vec{w} = \vec{0}$ .

**Propriétés :** Quels que soient les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  et les nombres  $a$  et  $b$  on a :

$$a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}.$$

$$(a + b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u}.$$

$$a(b\vec{u}) = (ab)\vec{u}.$$

$$\text{Si } k\vec{u} = \vec{0} \text{ alors } k = 0 \text{ ou } \vec{u} = \vec{0}$$

### 4. La colinéarité :

#### 4.1. Mise en place :

**4.1.1. Définition :** Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont dits colinéaires si et seulement si :

- l'un des vecteurs est nul.  
ou
- Les deux vecteurs étant non nuls, il existe un nombre  $k$  tel que :  $\vec{v} = k\vec{u}$ .  
On dit alors que deux vecteurs colinéaires et non nuls ont la même direction.

**4.1.2. Propriété :** Quatre points  $A, B, C$  et  $D$ , distincts deux à deux, étant donnés, les droites  $(AB)$  et

$(CD)$  sont parallèles si et seulement si :  $\vec{AB}$  et  $\vec{CD}$  sont colinéaires.

*(méthode pour démontrer le parallélisme de deux droites).*

**4.1.3. Propriété :** Trois points  $A, B$  et  $C$  deux à deux distincts sont alignés si et seulement si les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  sont colinéaires.

*(méthode pour démontrer l'alignement de trois points).*

**4.1.4. Propriété :** Deux points distincts  $A$  et  $B$  étant donnés, les points  $M$  tels qu'il existe un nombre

réel  $k$  vérifiant  $\vec{AM} = k\vec{AB}$  sont les points de la droite  $(AB)$ .

*(une caractérisation d'une droite définie par deux points distincts).*

 [retour](#)

## 4.2. Vecteurs directeurs :

**4.2.1. Définition :** Tout vecteur  $\vec{u}$  de représentant  $\vec{AB}$ , où A et B sont deux points distincts d'une droite  $D$  est appelé vecteur directeur de la droite  $D$ .

**4.2.2. Remarque :** Si  $\vec{u}$  est un vecteur directeur de  $D$ , tout vecteur  $k \vec{u}$  (avec  $k \neq 0$ ) est aussi un vecteur directeur de  $D$ .

**4.2.3. Propriété :** Une droite  $D$  est définie par la donnée de l'un de ses points A et d'un vecteur directeur  $\vec{u}$  : un point M appartient à  $D$  si et seulement si il existe un réel  $k$  tel que  $\vec{AM} = k \vec{u}$ .  
(une caractérisation d'une droite définie par un point et un vecteur directeur)

**4.2.4. Propriété :** Deux droites  $D$  et  $\Delta$  de vecteurs directeurs respectifs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont parallèles si et seulement si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires (ou bien si et seulement s'il existe un réel  $k$  tel que  $\vec{u} = k \vec{v}$ ).  
(méthode pour démontrer le parallélisme de deux droites)

## 4.3. Configurations géométriques simples :

### 4.3.1. Du milieu :

Dire qu'un point I est le milieu d'un segment  $[AB]$  équivaut à chacune des relations suivantes :

$$(1) \vec{AI} = \vec{IB}.$$

$$(2) \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}.$$

$$(3) \vec{AI} = \frac{1}{2} \vec{AB}$$

$$(4) \vec{AB} = 2 \vec{AI}$$

Lorsque I est le milieu de  $[AB]$ , on a pour tout point M du plan :

$$\vec{MA} + \vec{MB} = 2 \vec{MI}$$

### 4.3.2. Du centre de gravité :

Soit un triangle ABC et G un point du plan. Le fait que G soit le centre de gravité du triangle ABC est caractérisé par l'égalité :  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ .

Si A' est le milieu du segment  $[BC]$  alors  $\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AA'}$ .



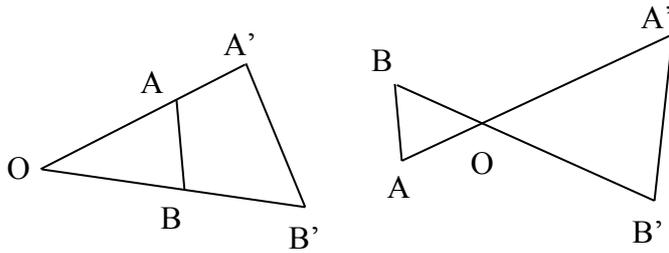
## 5. Le théorème de la projection :

Soit trois points distincts A, B et C alignés : il existe donc un réel k tel que  $\vec{AC} = k \vec{AB}$ .

Les images A', B' et C' de A, B et C par une projection sur une droite D parallèlement à une droite  $\Delta$  sont telles que :  $\vec{A'C'} = k \vec{A'B'}$  (le même réel k).

## 6. Le nouveau théorème de Thalès :

*Les figures*



*Les égalités vectorielles*

$$\begin{aligned}\vec{OA'} &= k \times \vec{OA} \\ \vec{OB'} &= k' \times \vec{OB} \\ k \text{ et } k' \text{ réels}\end{aligned}$$

Deux triangles OAB et OA'B' avec un sommet commun O et des sommets alignés :  
O, A, A' d'une part et O, B, B' d'autre part.

Ces relations traduisent l'alignement.

Le théorème :

Lorsque les droites (AB) et (A'B') sont parallèles, alors  $k = k'$ .

On a en plus  $\vec{A'B'} = k \times \vec{AB}$

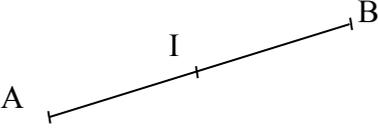
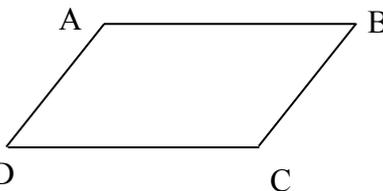
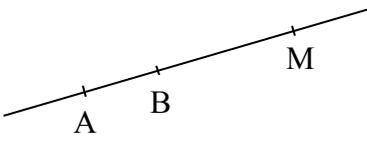
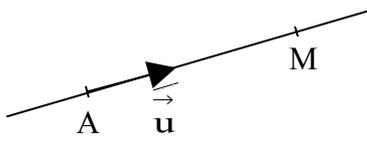
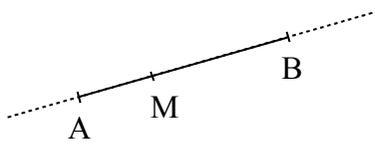
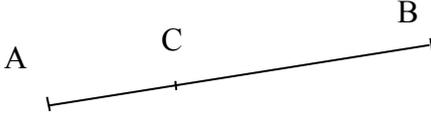
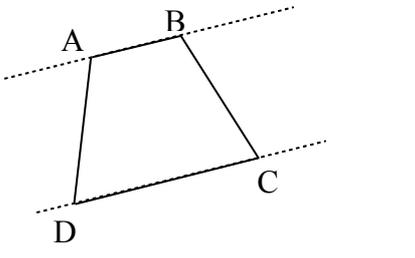
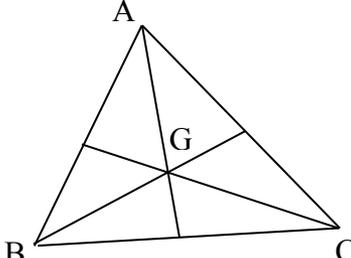
Réciproquement,

si  $k = k'$ , alors les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

## 7. Tableau récapitulatif :



[retour](#)

Configurations Langage géométrique	Figures	Relations vectorielles Langage vectoriel
<p><b>Du milieu :</b></p> <p>I milieu de [AB] ou B symétrique de A par rapport à I</p>		$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$ <p>ou <math>\vec{AI} = \vec{IB}</math> ou <math>\vec{AB} = 2 \vec{AI}</math></p> <p>ou <math>\vec{IB} = \frac{1}{2} \vec{AB}</math></p>
<p><b>Du parallélogramme</b></p> <p>ABCD est un parallélogramme</p>		$\vec{AB} = \vec{DC}$ <p>ou <math>\vec{AD} = \vec{BC}</math></p> <p>ou <math>\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{AB}</math></p>
<p><b>D'une droite définie par deux points</b></p> <p>A, B, M alignés M appartient à la droite (AB)</p>		$\vec{AM} = k \vec{AB}$ <p><math>k \in \mathbb{R}</math></p>
<p><b>D'une demi-droite définie par un point et un vecteur directeur</b></p> <p>M appartient à la demi-droite (A, <math>\vec{u}</math>)</p>		<p>Il existe un nombre k, positif ou nul tel que :</p> $\vec{AM} = k \vec{u}$
<p><b>Du segment</b></p> <p>Le point M appartient au segment [AB]</p>		$\vec{AM} = k \vec{AB}$ <p><math>k \in [0 ; 1]</math></p>
<p><b>Du partage d'un segment en parts égales</b></p> <p>C appartient au segment [AB] et AC est au tiers de AB</p>		$\vec{AC} = \frac{1}{3} \vec{AB}$
<p><b>Du trapèze</b></p> <p>ABCD est un trapèze non croisé de grande base [DC]</p>		<p>Il existe un nombre <math>k &gt; 1</math> tel que :</p> $\vec{DC} = k \vec{AB}$
<p><b>Du centre de gravité</b></p> <p>G est le centre de gravité du triangle ABC</p>		$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

## Fiches

NOM et prénom :

Classe :

### « Connaître les résultats figurant au programme » Auto-évaluation

	oui	non
1. Je connais la définition des mots employés.		
2. Je connais le nom des théorèmes, propriétés ou formules employés.		
3. Je connais les configurations citées, ou utilisées, par leur nom.		
4. Je connais les configurations citées, ou utilisées, par leurs propriétés.		
5. Pour chaque théorème, je suis capable de : ✓ citer les cas où je peux l'employer. ✓ dire à quoi il sert.		

NOM et prénom :

Classe :

### « Élaborer un plan de solution, une stratégie » Auto-évaluation

	oui	non
1. J'ai bien lu, en entier, le texte donné.		
2. J'ai souligné, ou encadré, les termes significatifs.		
3. J'ai repéré ce que je ne comprends pas bien, pour effectuer une démarche à part : rappel de définitions (mémoire), validité d'une formule (vérification dans un cas particulier)...		
4. J'ai noté, au brouillon, les différentes étapes de ma démonstration.		
5. J'ai relu mon texte sans rien trouver d'incompréhensible ou d'incohérent.		

NOM et prénom :

Classe :

### « Argumenter » Auto-évaluation

	oui	non
1. Ma réponse commence par le rappel de ce que je cherche.		
2. Je propose un plan de solution.		
3. a) Je précise les données dont je me sers. b) J'indique les situations de référence et les savoir-faire que j'utilise. c) Je cite les résultats du cours que j'utilise : définitions, théorèmes, ... d) Je note les conclusions auxquelles j'aboutis. e) Je relis et je rectifie jusqu'à ce que je sois sûr que ce que j'affirme est vrai (donnée de l'énoncé ou résultat d'un raisonnement).		
4. J'assemble les éléments du paragraphe 3 par les mots de liaison appropriés <sup>(1)</sup> .		
5. Ma rédaction se termine par ma réponse à la question posée.		

 [retour](#)

1() Mots de liaison usuels : et ; ou ; car ; parce que ; comme ; donc ; par conséquent ; or ; de plus ; d'autre part ; si ... alors ; si et seulement si.

NOM et prénom :

Classe :

« Réaliser »  
Auto-évaluation

	oui	non
1. Je sais partager, avec mes instruments, un segment en n parties égales.		
2. Je sais utiliser un pavage pour coder un déplacement donné.		
3. Je sais utiliser un pavage pour exécuter un déplacement dont je connais le code.		
4. Je sais exécuter, avec mes instruments et sur papier non pavé, un programme de construction d'une figure.		
5. Je sais exécuter, avec mes instruments et sur papier non pavé, un parallélogramme dont je connais trois sommets (ou deux côtés consécutifs).		
6. Je sais placer des points sur une droite graduée connaissant leurs abscisses.		
7. Je sais lire les abscisses des points situés sur une droite graduée.		

NOM et prénom :

Classe :

« Communiquer »  
Auto-évaluation

	oui	non
<b>1. Qualité de l'expression :</b> a) Toutes les phrases comportent un sujet, un verbe. b) Les phrases ne comportent pas de symbole. c) Le vocabulaire utilisé est précis. d) Tous les mots sont écrits en entier. e) Je ne vois plus de fautes d'orthographe. f) Les liaisons entre phrases sont claires et précises.		
<b>2. Qualité de la présentation :</b> a) Mes dessins sont grands, clairs et lisibles. b) J'ai fait ressortir les réponses. c) Il n'y a pas de ratures. d) J'ai écrit de gauche à droite, de haut en bas.		

 [retour](#)

## « Connaître les résultats figurant au programme »

### Aide

#### 1. **N'OUBLIE PAS QUE :**

- Les mathématiques utilisent un **langage spécifique** : tu dois l'**apprendre**, par cœur, comme une récitation.
- Chaque théorème possède ses propres « **conditions d'existence** » qui sont inséparables d'une « formule » employée dans le théorème. Tu dois apprendre en même temps les formules et leurs conditions d'existence ou d'application.

#### 2. **N'HÉSITE PAS À :**

- Faire un **mini-dictionnaire** (dans un cahier-répertoire par exemple) des principaux termes employés.
- Faire tes propres **fiches méthodes** : « pour prouver que... je peux... » et les regrouper dans un dossier intitulé, par exemple, « outils ».

## « Réaliser »

### Aide

#### 1. **N'OUBLIE PAS QUE :**

- Si la question comporte le verbe « construire », tu dois produire un dessin précis, propre.
- Les traits de construction doivent être fins et lisibles : ils indiquent la méthode de construction que tu as utilisée.
- Tu dois respecter les consignes : pas de dessins sur feuille quadrillée si ce n'est pas précisé dans l'énoncé.
- Un dessin particulier (triangle « presque » isocèle et non quelconque par exemple) peut faire « apparaître » des propriétés que tu ne peux pas utiliser.
- Le temps est souvent limité : pas de croquis « parfait » au brouillon.
- Tu dois avoir tout ton matériel, en parfait état d'utilisation.
- Tu dois nommer chaque élément construit ou utilisé dans la figure en cours d'élaboration.

#### 2. **N'HÉSITE PAS À :**

- *Faire une figure « à main levée » : elle permet*
  - ✓ de savoir rapidement où je dois commencer la figure demandée pour qu'elle tienne sur ma feuille.
  - ✓ de faire des essais successifs rapides jusqu'à la compréhension de l'énoncé ou de la démarche à mettre en œuvre ou...
- *Utiliser souvent des couleurs*
  - ✓ qui distinguent les éléments donnés des éléments construits,
  - ✓ qui marquent le résultat final,
  - ✓ qui mettent en valeur les éléments particuliers utilisés.

## « Communiquer »

### Aide

#### 1. N'HÉSITE PAS

- A annoncer ce que tu vas faire. **Par exemple :**
  - ✓ Je vais calculer ... ;
  - ✓ Je vais résoudre ... ;
  - ✓ Je vais démontrer que ... ;
  - ✓ Je vais construire ... ;
- A préciser (s'il y a lieu) la méthode utilisée. **Par exemple :**
  - ✓ Pour démontrer .... je vais comparer ....; démontrer .... revient à démontrer .... ;

#### 2. DISTINGUE SI TU VEUX PRÉSENTER

- Un calcul : dans ce cas, il faut **écrire des EGALITES**, en **justifiant** éventuellement certains passages.
- Une résolution d'équation ou d'inéquation : c'est un problème connu, tu **dois savoir** la présenter.
- Une construction : tu dois **indiquer** les différentes étapes dans l'ordre chronologique. Tu dois **vérifier** que ta construction répond au problème posé.
- Une argumentation pour **prouver** quelque chose (« une démonstration » : c'est le plus difficile, voir la partie argumentation).

#### 3. QUELQUES CONSEILS GÉNÉRAUX

- a) Tu dois écrire des **phrases** (une égalité est une phrase) : toute phrase comporte un verbe.
- b) Pense que si tu ne fais pas précéder ces phrases de « je veux démontrer que ... », « je me demande « si ... » ou ... elles constituent systématiquement des **affirmations**.
- c) Certaines affirmations n'ont pas besoin de justifications : ce sont celles à côté desquelles tu as écrit « on le sait » sur ton brouillon.  
*Toutes les autres affirmations doivent :*
  - ✓ ou bien être justifiées par ce qui précède, en utilisant des mots qui introduisent une conséquence (donc, alors, par conséquent ...).
  - ✓ ou bien être justifiées par ce qui suit immédiatement, en utilisant un mot introduisant une cause (car, parce que, d'après ...).
  - ✓ ou bien apparaître comme la traduction de la phrase précédente dans un autre langage, en utilisant des expressions qui introduisent cette idée (signifie, ce qui équivaut à, c'est-à-dire, si et seulement si ...).
- d) Lorsque tu écris une phrase qui apporte une autre information, ou qui constitue une digression, indique-le en utilisant des mots comme « or, d'autre part, par ailleurs, en outre...).
- e) Relis tout haut ce que tu as écrit, sans gêner les autres : cela doit avoir un sens.

## « Argumenter »

### Aide

#### SI TU VEUX PRÉSENTER UNE ARGUMENTATION (une démonstration)

##### 1. Distingue sur ton brouillon :

- Les données de l'énoncé (hypothèses), ou ce qui a déjà été trouvé dans une question précédente.  
ÉCRIT « on le **sait** » à côté.
- Ce que tu veux démontrer.  
ÉCRIS-LE en bas de la page, précédé de « **donc** ».

##### 3. Ordonne ton raisonnement qui doit se terminer par la phrase écrite en bas de ta page : « **donc**... ».

## « Elaborer un plan de solution, une stratégie »

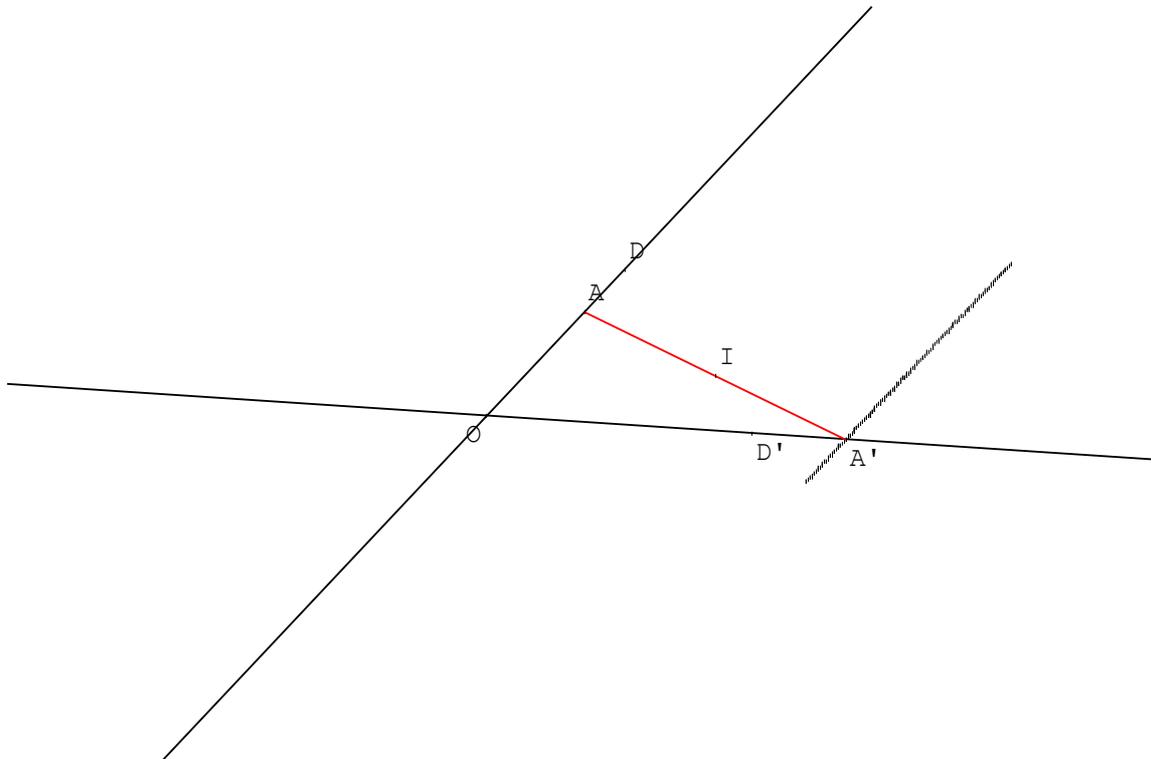
### Aide

<b>CHERCHER</b>	
<b>1. Aborder une situation</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lire ou écouter, de façon individuelle et <b>jusqu'à la fin</b>, des instructions, des consignes, un texte, une présentation orale, un schéma... <b>sans relâcher l'attention.</b></li> </ul>	
<b>2. Organiser mon action</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• l'ordre ;</li> <li>• <b>significatifs ;</b></li> <li>• <b>demande pour montrer comment je le comprends.</b></li> <li>• mémoire ou une documentation (cours, corrigés, fiches personnelles...) pour y <b>chercher des situations du même genre déjà rencontrées.</b></li> </ul>	<p>Reprendre <b>chaque point</b> dans</p> <p><b>Repérer</b> les mots ou expressions</p> <p><b>Reformuler</b> ce que l'on me</p> <p>Trouver des idées en utilisant la</p>
<b>3. Produire</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• En respectant les <b>consignes spécifiques</b> à chaque type d'activité ;</li> <li>• En montrant la <b>logique de ma démarche</b> ;</li> <li>• En <b>offrant une présentation</b> adaptée à l'activité et en soignant la <b>qualité de l'expression</b> (écrite, orale, ou gestuelle).</li> </ul>	
<b>4. Vérifier que</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• J'ai <b>répondu</b> à la <b>question posée</b> ou aux <b>exigences de l'activité</b> ;</li> <li>• Je suis <b>compréhensible</b> et il n'y a <b>pas d'incohérence.</b></li> </ul>	

<b>CHERCHER EN MATHÉMATIQUES</b>		
<b>1. Aborder une activité</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lire le texte, écouter une présentation orale.</li> <li>• Mettre en évidence des mots connus.</li> </ul>		
<b>2. Organiser son action : que demande-t-on ?</b>		
<b>DÉMONTRER</b> <b>VÉRIFIER</b> <b>MONTREZ</b>	<b>REPRÉSENTER</b> <b>CONSTRUIRE-TRACER</b> <b>PLACER</b>	<b>TROUVER-DÉTERMINER</b> <b>RÉSOLVRE-CALCULER</b> <b>COMPARER</b>
<b>a)</b> Démontrer quoi ? <b>b)</b> Traduire la question en français puis en mathématiques en tenant compte des données (questions précédentes, énoncé, cours, apprentissage).	<b>a)</b> Représenter quoi ? <b>b)</b> Représenter comment ? <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ quels sont les moyens à mettre en œuvre ?</li> <li>▪ quelles sont les conventions ?</li> </ul>	<b>a)</b> Trouver quoi ? <b>b)</b> Trouver comment ? <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Par construction ?</li> <li>▪ Par calculs ?</li> <li>▪ Par déduction ?</li> <li>▪ Par application d'un théorème ?</li> </ul>
<b>3. Retrouver une situation de référence et décider de la méthode à mettre en œuvre.</b>		
<b>4. Exécuter</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mettre en œuvre les moyens de la dernière étape du paragraphe précédent ; préciser les savoir-faire utilisés.</li> <li>• Valider son résultat.</li> </ul>		

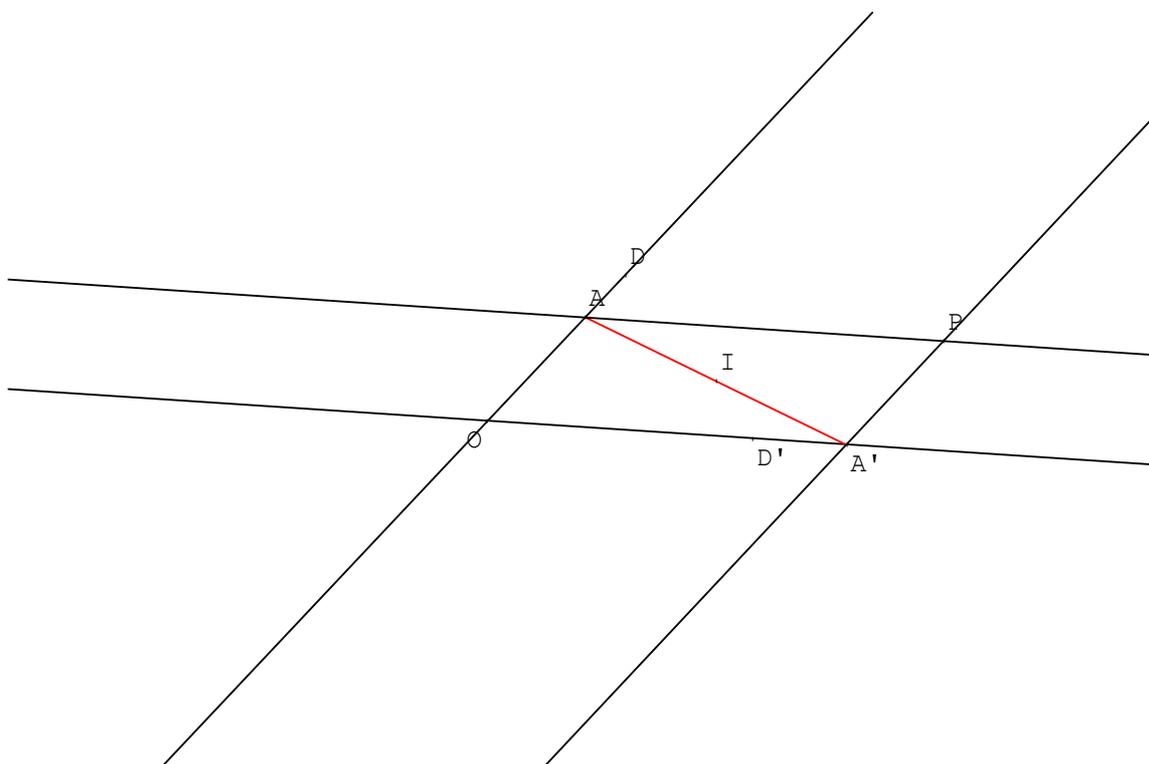
### Construction avec contrainte (cf 4.6.)

- Construction de la figure : voir, sous GeoplanW, le menu Divers – Historique.



Fichier [vec4\\_6a.g2w](#)

- Dans un premier temps, il s'agit pour l'élève, de découvrir une situation inconnue (manipuler pour « prendre connaissance »).
- Les droites (OD) et (OD') ainsi que le point I étant des données, nous les avons interdit de pilotage.
  - Le pilotage du point A sur la droite (OD) permet à l'élève de visualiser qu'il semble bien y avoir un point solution, qu'il s'agit alors de construire précisément.
- Dans un second temps, il s'agit pour l'élève, en pilotant le point A et en traçant le lieu du point A', de percevoir que ce point est situé sur une droite parallèle à (OD) et que la figure qui se dessine est un parallélogramme incomplet.
- Dans un troisième temps, il s'agit pour l'élève, de construire ce parallélogramme, afin d'obtenir la construction demandée, le résultat obtenu étant celui de la figure du fichier [vec4\\_6b.g2w](#).
- Pour conclure l'élève peut piloter le point A jusqu'à être un sommet du parallélogramme obtenu et visualiser ainsi la solution. Il lui reste à rédigér et justifier ce programme de construction.

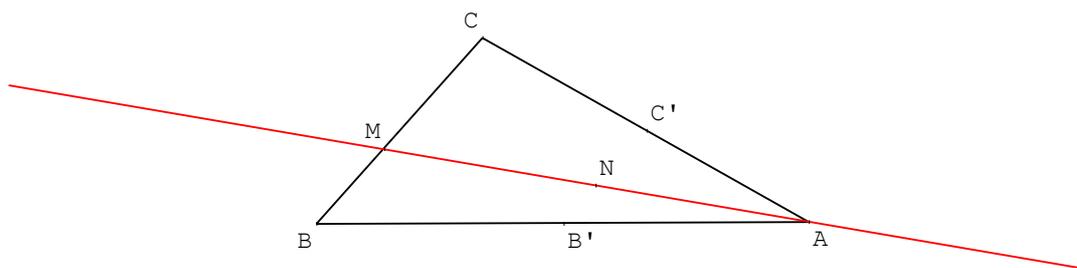


Fichier [vec4\\_6b.g2w](#)

 [retour](#)

## Construction et alignement (cf 4.9.)

- Construction de la figure : voir, sous GeoplanW, le menu Divers – Historique.



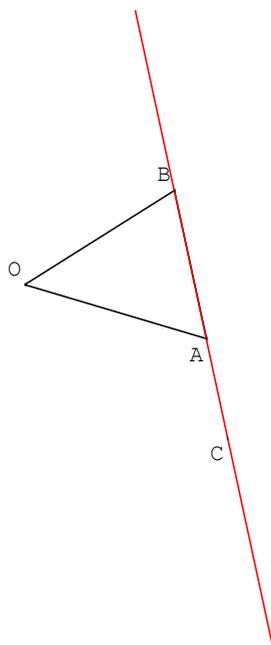
Fichier [vec4\\_9.g2w](#)

- Bien que cette activité se prête moins que certaines à une aide logicielle, il ne nous est pas apparu inutile de proposer aux élèves une illustration d'une proposition.
- Aucun des points A, B ou C n'étant fixés, l'élève peut tout à loisir piloter un de ces trois points et vérifier graphiquement que l'alignement des points A, N et M est indépendant des positions des points A, B et C.
- Il lui reste à rédigier la preuve demandée.

 [retour](#)

## Construction et alignement (cf 5.6)

- Construction de la figure : voir, sous GeoplanW, le menu Divers – Historique.



Fichier [vec5\\_6.g2w](#)

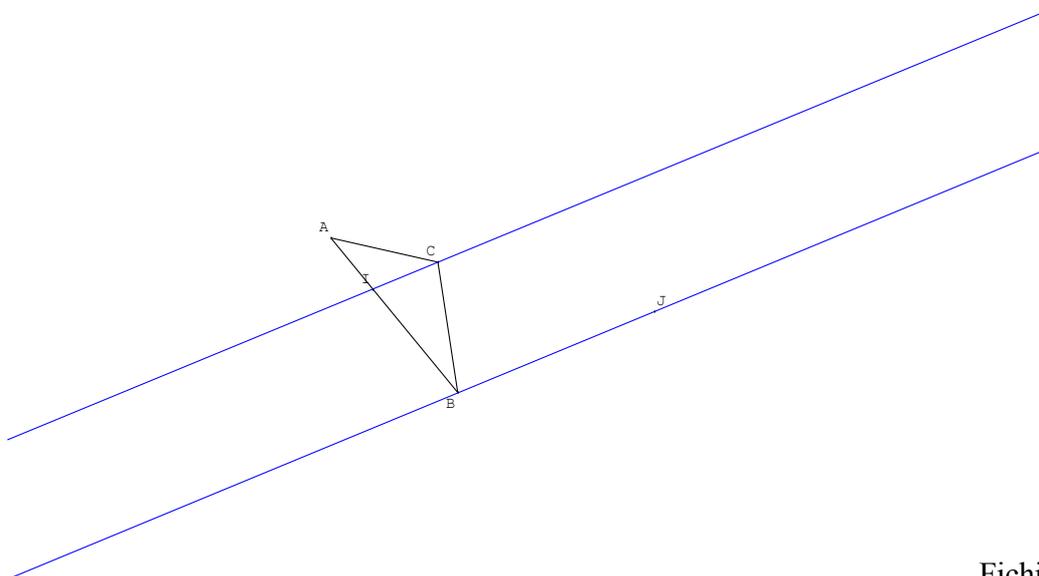
- Bien que cette activité se prête moins que certaines à une aide logicielle, il ne nous est pas apparu inutile de proposer aux élèves une illustration pour tester une conjecture.
- Aucun des points O, A ou B n'étant fixés, l'élève peut tout à loisir piloter un de ces trois points et vérifier graphiquement que l'alignement des points A, B et C est indépendant des positions des points O, A et B.
- . Il lui reste à rédigier la preuve demandée.



[retour](#)

## Un parallélisme (cf 5.7.)

- Construction de la figure : voir, sous GeoplanW, le menu Divers – Historique.



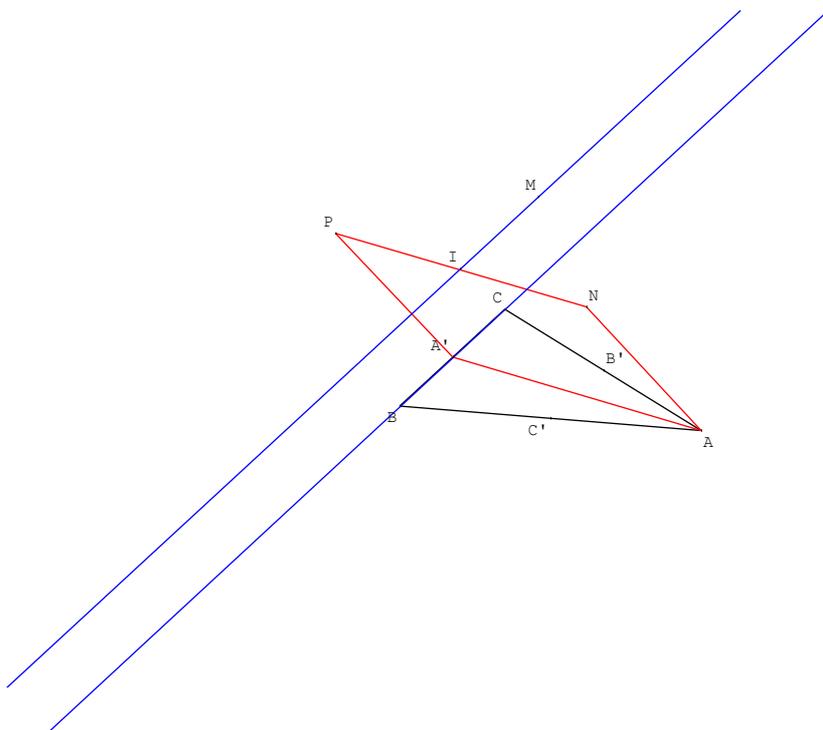
Fichier [vec5\\_7.g2w](#)

- Bien que cette activité se prête moins que certaines à une aide logicielle, il ne nous est pas apparu inutile de proposer aux élèves une illustration pour tester une conjecture.
- Aucun des points A, B ou C n'étant fixés, l'élève peut tout à loisir piloter un de ces trois points et vérifier graphiquement que le parallélisme des droites (BJ) et (IC) est indépendant des positions des points A, B ou C.
- Il lui reste à rédigier la preuve demandée.



## Parallélogramme et parallélisme (cf 7.12.)

- Construction de la figure : voir, sous GeoplanW, le menu Divers – Historique.



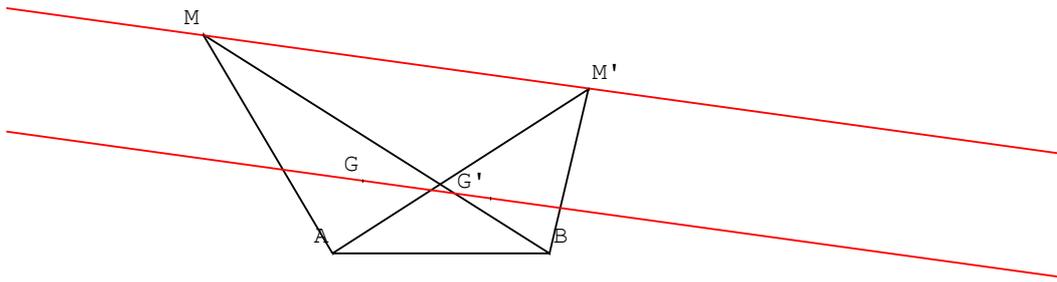
Fichier [vec7\\_12.g2w](#)

- Le triangle ABC étant donné, les points A, B, C et donc A', B' et C' sont fixés.
- L'illustration de cette activité se situe dans le pilotage du point « quelconque » M. l'élève est alors amené à constater que le quadrilatère ANPA' reste toujours un parallélogramme et que les droites (MI) et (BC) restent toujours parallèles.
- Il lui reste à rédigier la preuve demandée.



## Centre de gravité (cf 7.13.)

- Construction de la figure : voir, sous GeoplanW, le menu Divers – Historique.



Fichier [vec7\\_13.g2w](#)

- Il ne s'agit pas ici, à proprement parler, d'une aide logicielle à la résolution d'un problème, mais plutôt d'une manipulation pour tester une propriété, la relative complexité de la figure s'y prêtant bien.
- Pour simplifier un peu la manipulation, nous avons fixés les points A et B. Si l'enseignant le désire, il lui est toujours possible d'autoriser leur pilotage.
- L'illustration de cette activité se situe dans le pilotage des points « quelconques » M et M'. L'élève est alors amené à constater que les droites (MM') et (GG') restent toujours parallèles.
- Il lui reste à rédigé la preuve demandée.

 [retour](#)

## 14 - Bibliographie

*Mathématiques au Lycée*

Institut Pédagogique National Ministère de l'Éducation de Base  
Bamako (Juin 1996)

*Formation de formateurs*

Ministère de la Coopération  
IREM de Lyon  
Dijon (stage 16 – 31 juillet 91)

*Travaux écrits des élèves en mathématiques au Collège et au Lycée*

Note de l'Inspection Générale Française de Mathématiques  
Paris (1997)

*Mathématiques 3ème – Collection Pythagore*

Gérard Bonnefond ; David Daviaud ; Bernard Revranche  
Hatier (1993)

*Mathématiques : « Utiliser les objectifs de référence en classe de seconde »*

Bureau des Innovations Pédagogiques et des Technologies Usuelles  
Ministère de l'Éducation Nationale de la jeunesse et des sports (1989)

*Enseigner les mathématiques, formation initiale et continue des professeurs*

Jean-Pierre Bouvier ; Jacques Chadenas ; Michel Dofal ; Rémy Joot ; Gérard Moreau  
CRDP Orléans  
Tours (1989)

*Les Maths en collège et en lycée – Profession Enseignant*

Ouvrage coordonné par Pierre Legrand  
Hachette Education (1997)

*Mathématiques Seconde – Collection Fractale*

Patrick Brabant ; Hubert Parnec ; Denis Gardes ; Mireille Kczacskowski ;  
Monique Nouet ; René Seroux ; sous la direction de Guy Bontemps  
Bordas (1994)

*Mathématiques – Evaluation par capacité – Classe de seconde*

Gérard Barré ; Claude Beaumont ; Gilles Bousquet ; Pierre Delhayé ;  
Pierre Grandie ; Bernard Velun  
Université de Picardie (1991)

*Math seconde – Collection Terracher*

Pierre Henri Terracher ; Robert Ferachoglou  
Hachette Education (1994)

*Mathématiques Classes de seconde*

D. Guinin ; B. Joppin  
Bréal (1997)

*Maths seconde – Collection Déclic*

L. Misset ; R. Coste ; D. Delarnelle ; S. le Foulgocq  
Hachette Education (1998)

*Mathématiques au Lycée – Opération « mathématiques »*

Projet Rénovation de l'enseignement scientifique  
Institut Pédagogique National – section mathématiques  
Ministère de l'Education de Base  
Bamako – Mali (1996)

*Documentations Pédagogiques – Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques*

Jacques Boubila  
Mission de Coopération et d'Action Culturelle  
Ambassade de France en Côte d'Ivoire (1992-1999)

*Banque d'exercices de mathématiques - Classe de seconde*

Direction de l'Evaluation et de la Prospective  
Ministère de l'Education Nationale de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche  
et de l'Insertion Professionnelle  
Paris (1997)

*Classes de seconde – Enseignement Modulaire*

Stage AEF de mathématiques  
Afrique de l'Ouest  
Abidjan (1996)

*Mathématiques – Classe de seconde*

Horaires/Objectifs/Programmes/Instructions  
Ministère de l'Education Nationale de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche  
et de l'Insertion Professionnelle  
CNDP (1995)

 [retour](#)

