PERTINENCE ET FAISABILITÉ DE L'INTRODUCTION PRÉCOCE DES CONIQUES.

André TOTOHASINA
Université d'Antsiranana (ex-Diégo-Suarez)
École Normale Supérieure pour l'Enseignement Technique (ENSET)
Département de Mathématiques
Site de Centre Interdisciplinaire de Recherche en Didactique des disciplines (C.I.R.D.)
201-Madagascar
e-mail : totohasina@yahoo.fr

Résumé : *Dans le double souci de l'Education Pour Tous (EPT) et de la continuité du programme scolaire de mathématiques aux niveaux de collège et de lycée, le présent article défend les pertinence et faisabilité de l'introduction précoce (i.e. vers la fin du collège) des coniques propres, en empruntant une approche épistémologique. En vue d'une familiarisation rapide à ces trois figures rondes en complément des figures angulées que constituent les polygones, nous avons réalisé des prototypes des trois matériels didactiques de construction géométrique ad hoc (indépendamment des règle et compas) dénommés respectivement Ellipsographe, Hyperboligraphe et Paraboligraphe. Une telle didactique de la géométrie engendrerait une pédagogie constructiviste débouchant sur une mise en place de véritables compétences multifonctionnelles.*

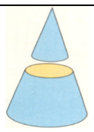
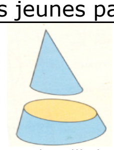
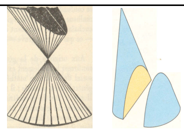
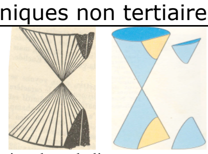
Mots-clés : *Education pour Tous, Figures rondes, Coniques, Ellipsographe, Hyperboligraphe, Paraboligraphe, Construction à la règle et au compas, Réduction de l'injustice culturelle.*

0. Introduction et motivations

La lecture des programmes scolaires de mathématiques pratiqués dans le système éducatif de Madagascar depuis une trentaine d'années nous révèle que seules les formes géométriques anguleuses (triangles et quadrilatères particuliers usuels) et le cercle sont appris dès le niveau primaire et poursuivis pendant les deux premières années du collège (i.e. en classes de sixième et cinquième), y comprises les méthodes de constructions respectives en utilisant une règle et un compas. Ainsi, cet enseignement de la géométrie pure concerne pratiquement tous les enfants scolarisés, sans élitisme aucun. L'apprentissage de l'aspect formel, c'est-à-dire algébrique ou analytique, de cette géométrie des cercles et des triangles commence en classe de quatrième et se poursuit progressivement en abstraction et en propriétés jusqu'au lycée et à l'université, en mathématiques ou physique.

Un survol de l'histoire des sciences?

Quant aux formes géométriques planes rondes, à savoir les sections planes d'un cône circulaire droit autres que les cercles, c'est-à-dire les ellipses, paraboles et hyperboles (Cf. Figures Fig.1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), leur apprentissage n'est «accessible» qu'une fois et tardivement, comme le laisseraient entendre lesdits programmes, et concerne exclusivement les jeunes parvenus en terminales scientifiques et techniques non tertiaires.

 **Fig. 1** : *Section circulaire : le bord est un **cercle.***	 **Fig. 2 :**section elliptique : son bord est une ***ellipse.***	 **Fig.3** : sections ***paraboliques. Le contour de chaque section est une parabole.***	 **Fig. 4 :** Sections hyperboliques. *Les deux bords d'une section constituent une **hyperbole équilatère.***

Par ailleurs, leur enseignement, reflété par les textes des programmes successifs, ignore complètement l'épistémologie des coniques en se contentant d'une approche directement analytique, sous prétexte d'une préoccupation utilitaire cette fois, faisant fi de «la nature expérimentale et le fondement social» de cette science mathématique (cf. Claude-Paul BRUTER 1996 [7] ; M. BOLL 1963 [5]), contrairement à l'approche recommandée pour les formes géométriques anguleuses et le cercle comme évoquée ci-dessus. Rappelons que sur le plan historique, la science reste une œuvre désintéressée : plus elle est désintéressée, plus elle est féconde, même au point de vue pratique.

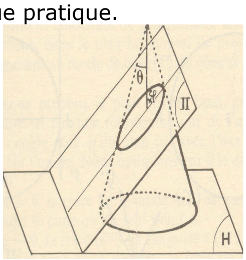


Figure 5 : *Ellipse*
(Plan de coupe ne passant pas par le sommet et coupant les génératrices du cône à une nappe)

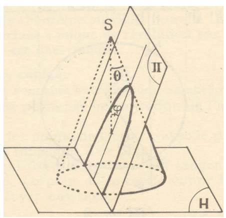


Figure 6 : *Parabole*
(Plan de coupe parallèle à une génératrice du cône à une nappe)

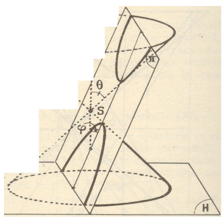


Figure 7 : *Hyperbole*
(Plan de coupe perpendiculaire aux cercles de base du cône à deux nappes : le cône est coupé suivant eux génératrices)

En définitive, pour les sections coniques, selon que le plan (Π) contient 0, 1 ou 2 génératrices, on obtient une ellipse (dont un cercle), une parabole ou une hyperbole.

La théorie générale des coniques, qui exige le secours de la science des nombres avec la vision analytique[1], sans image mentale de la représentation concrète des concepts en question, n'a vu le jour que tardivement avec la géométrie cartésienne, c'est-à-dire vers l'an 1619, soit plus de 18 siècles après les pionniers mathématiciens grecs Ménechme de Proconèse (an -375 à –325) et l'élève d'Euclide(an –330 ? à –260 ?) Apollonius de Perge(262-180 avant Jésus Christ) qui acouchurent les sections coniques (Cf. Figures Fig.1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), puis Archimède (an –287 à –212) avec ses «miroirs paraboliques» pour des fins stratégiques de défense contre des ennemis (semble-t-il). Les appellations de parabole, hyperbole et ellipse sont redevables à Appolonius :

- Parabole : du grec *parabolê*, avec *para = à côté* et *ballein = lancer, jeter* ;la parabole signifie la trajectoire d'un projectile lancé ;
- Hyperbole : du grec *hyperbolê*, sachant que *hyper = au-delà*, d'où hyperbole = parabole limite ou *au-delà de toute limite* ;
- Ellipse : du grec *ellipsis = déficient, défectueux*, qui vient s'opposer à parabole et hyperbole ; plus tard, avec les travaux de Kepler Johannes, allemand (an +1571 à +1630), ce terme pouvait s'expliquer par la valeur de l'*excentricité* qui prend une valeur *inférieure à 1*, donc déficiente, pour une *ellipse* et *supérieure à 1*, donc *excédentaire*, pour une hyperbole.

Vint ensuite le mathématicien grec Pappus dAlexandrie(an +300 à +360 après Jésus Christ) avec l'introduction des concepts de « foyer et directrice », suivi 14 siècles après par le célèbre philosophe et savant universel français Descartes René(an +1596 à +1650) avec ses travaux d'algébrisation et de mise en place de nos notations modernes ; enfin, c'est Wallis John, anglais (an +1616 à +1703) élabora un «traité des sections coniques » et « l'introduction de la géométrie analytique». Notons qu'aujourd'hui, l'apprentissage des coniques en tant qu'objets géométriques pourrait bien enrichir le stock d'images mentales chez l'individu et faciliterait ainsi, en terme de réduction notable de coût cognitif, leur assimilation à des polynômes à deux variables de degré deux (ou courbes algébriques), ou à une forme quadratique sur R^2, ou à une matrice carrée réelle symétrique d'ordre deux, ou tout simplement un cas particulier de quadrique de R^3 (i.e. élément de R[X, Y, Z] avec Z=0, par exemple, voir http://jlsigrist.com/quadriques/quad.html). Les coniques pourraient avantageusement s'ériger aussi en pré-requis des courbes algébriques planes telles les cubiques, les quartiques, les quintiques, etc. Il est à noter aussi qu'en analyse, l'introduction de la classification des équations aux dérivées partielles linéaires se motivent aussi par la classification des coniques. Par ailleurs, en statistiques et probabilités on parle aussi des concepts dérivant d'une classe de conique, comme «ellipse de dispersion ou d'inertie », etc. Les quadriques propres constitueraient un pré-requis d'un enrichissement possible de répertoire d'images mentales des surfaces et des volumes, notions utiles en intégration multiple sur un domaine.

Contexte international ?

Certes, l'approche analytique ou algébrique des coniques n'est effectivement pas accessible par des élèves du niveau inférieur à celui de lycée. Néanmoins, à l'instar de l'apprentissage des formes géométriques planes angulaires évoquées ci-dessus, à l'instar également de la tendance actuelle (dans certains pays dont France du moins) à l'introduction précoce de la notion d'aléatoire en parobabilités et statistiques, par souci de l'équité et des objectifs de l'Education Pour Tous (Cf. le site web de l'UNESCO), il s'avère aujourd'hui pertinent et faisable que l'on initie le maximum d'élèves dès le niveau collège, probablement au début du collège. Nous rappelons ci-dessous les points directement touchés parmi les six objectifs de l'EPT en question :

- **(1)**. Développer et améliorer sous tous leurs aspects la protection et l'éducation de la petite enfance, et notamment des enfants les plus vulnérables et défavorisés.
- **(3).** Répondre aux besoins éducatifs de tous les jeunes et de tous les adultes en assurant un accès équitable à des programmes adéquats ayant pour objet l'acquisition des connaissances ainsi que de compétences nécessaires dans la vie courante.
- **(5).** Éliminer les disparités entre les sexes dans l'enseignement primaire et secondaire d'ici 2005 et instaurer l'égalité dans ce domaine en 2015 …
- **(6).** Améliorer sous tous ses aspects la qualité de l'éducation dans un souci d'excellence de façon à obtenir pour tous des résultats d'apprentissage reconnus et quantifiables - les compétences indispensables dans la vie courante.

La présente réflexion s'inscrit dans le cadre d'une pédagogie innovante et plus efficace en mathématique (cf.[17] §3.i). Nous donnerons dans la suite quelques suggestions d'approche relativement ludique à ce propos.

Enjeux ou intérêts de la connaissance de la géométrie et Psychologie de l'apprentissage ?

En effet, les concepts de coniques peuvent indiscutablement être vus comme faisant partie intégrante de la géométrie pure classique. Or, la géométrie est d'abord l'étude des figures. Donc, la géométrie doit débuter par la mathématique des objets sensibles avant d'intégrer la mathématique des relations. Et sa compréhension se situe au carrefour du sensible et de l'intelligible : l'intelligible se construit à partir du sensible, et l'intelligible agira à son tour sur le sensible. Par conséquent, c'est à travers l'étude des figures que doit se constituer la science géométrique, ses concepts et ses méthodes. Aussi, s'avère-t-il logique, voire nécessaire, d'adopter désormais une approche épistémologique et basée sur une manipulation du monde sensible surtout au début de l'enseignement de la géométrie, en particulier l'enseignement des coniques. Ensuite, si l'environnement socio-économique le permet, une telle approche concrète ferait bien d'être renforcée ou complétée par la manipulation du monde virtuel de l'internet ou des didacticiels spécifiques, et par des visites organisées d'une maison de fabrication(ou, à défaut, de vente) des équipements tels le four solaire, les «antennes paraboliques». Une telle pédagogie produirait plus facilement une émulation de la créativité chez l'apprenant jeune pour la future vie adulte (cf. menuiserie de bois, architecture, etc.)[15, 16].

Cependant, à propos des coniques, les programmes scolaires actuels pratiqués à Madagascar n'accordent pas aux jeunes esprits des occasions pour se fabriquer assez tôt les représentations mentales des coniques propres sur lesquelles ils pourront raisonner et opérer plus tard. Quelles sont les stratégies d'enseignement qui développeront ces compétences relatives aux coniques ? C'est une des questions que nous aborderons dans la suite.

---

[1] Une conique se réduit à une équation polynomiale à deux variables réelles du deuxième degré : $aX^2+bY^2+cXY+dX+eY+f = 0$, les coefficients a, b, c, d, e, f étant des réels non tous nuls.

En cette période de rejet raisonnable des mathématiques modernes, ce dernier ne mérite-t-il pas ainsi de se faire au moins en deux ou trois temps à travers la lecture verticale des programmes scolaires de mathématiques ? En effet, toute science expérimentale se fonde sur deux principes : d'une part l'origine empirique des objets étudiés et des concepts ainsi mis en jeu, d'autre part les méthodes participant à la fois à l'observation empirique et au raisonnement.

En fait, les études montrent que la géométrie aurait au moins deux avantages par rapport au développement de la capacité intellectuelle de l'homme (R. BKOUCHE 1997 [3]). Tout d'abord, et ceci est primordial mais semble négligé par le programme scolaire actuel, l'apprentissage de la géométrie construit chez l'enfant l'intelligibilité ou la compréhension du monde sensible, ainsi que celle de l'intuition géométrique. Ensuite, dans un second plan, une vision instrumentale de la connaissance oblige, la géométrie est riche d'applications ultérieures dans d'autres domaines de la science (cf. cinématique, modélisations mathématiques des phénomènes physiques ou biologiques, etc.). La géométrisation tant souhaitée dans d'autres domaines de la science ou des mathématiques mêmes (cf. la géométrie algébrique née de la théorie des équations, représentations géométriques en statistiques et analyses des données, la géométrie différentielle, etc.) n'est que le résultat de la capacité à un transfert ou un élargissement de l'intuition géométrique. La géométrie possède ainsi une vertu formatrice très intéressante pour l'assise de l'esprit rationnel.

Par ailleurs, si la maîtrise des constructions géométriques planes élémentaires (construction de la droite passant par un point et parallèle à une autre, d'un parallélogramme, d'un triangle, etc.) est exigible aux élèves avant d'entrer en classe de quatrième, il semblerait qu'il n'y a pas suffisamment d'occasions pour les investir au niveau du collège même afin d'atteindre cet objectif de maîtrise ainsi exigé. Sur ce plan de renforcement des compétences supposées acquises, à juste titre, la présente proposition viendrait à point nommé. Néanmoins, le chapitre dénommé «Configurations de l'espace» du programme de mathématiques de la classe de 3[ième] comporte déjà les contenus suivants : observation et description d'un cône de révolution, son volume et son aire, et section d'un cône par un plan parallèle à celui de la base ; ce programme instruit que l'on y admet le théorème affirmant que «la section d'un cône par un plan parallèle à celui de la base est un cercle». Par ailleurs, comme l'indique le manuel de référence CIAM 3[ième] [11] dans son chapitre 9 «Pyramides et cônes», les sections d'une pyramide par un plan non parallèle à la base sont exigibles des élèves eu égard aux exercices qui y sont proposés.

Nous signalons qu'au niveau du lycée technique professionnel de Madagascar, par exemple, dans les secteurs industriel et génie civil, à travers notre expérience d'encadrement des stagiaires dans l'enseignement des sciences et techniques (mathématiques, mécaniques, électrotechnique), beaucoup d'élèves souffriraient des lacunes sur l'habileté aux dites constructions géométriques élémentaires.

1. CONIQUES AU COLLEGE SELON LE PROGRAMME SCOLAIRE DEPUIS 2000

1-1 Cône de révolution

1-1-1 Observation

Le solide représenté dans la figure ci-contre est un cône de révolution (Cf. Fig. 8) : il s'agit d'un solide que l'on a l'impression de voir en faisant tourner un triangle rectangle de type OAS autour de l'un des deux côtés perpendiculaires (soit (OS) dans Fig.8) ou un triangle isocèle autour de son axe de symétrie.

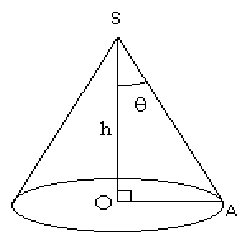


Fig. 8

1-1-2 Définition

Un cône de révolution est un solide comportant :

- une base circulaire
- un sommet situé sur l'axe de base S.
- une surface latérale (entre la base et le sommet).

La distance du sommet au centre de la base s'appelle **hauteur du cône h**

La distance du sommet à tous les points du cercle de base est appelée **apothème du cône**.

Le segment [SA] est appelé une **génératrice du cône**.

L'angle $\widehat{OSA}$ de mesure θ est le demi-angle au sommet du cône**.**

1-1-3 Construction d'un patron

On considère un cône sans fond. Un patron du cône est constitué d'un disque (pour la base) et d'un secteur circulaire(pour la surface latérale).

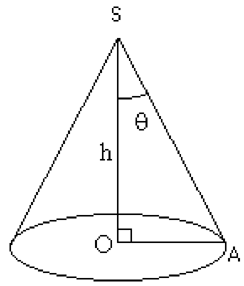


Fig. 10

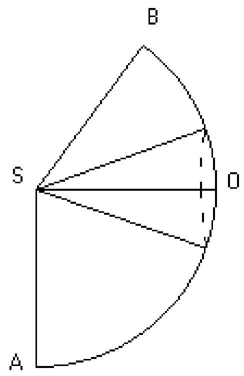


Fig. 11

En effet, lorsqu'on développe le cône latéralement suivant une génératrice (SA par exemple sur Fig11), on obtient le secteur circulaire SAB ; et le disque de base est conservé car il est sa propre développée. On peut schématiser le patron du cône comme suit (Fig. 12).

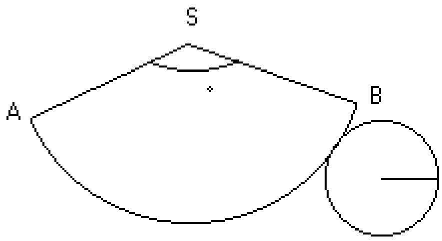


fig4

Fig. 12

Remarque :

La longueur de l'arc AB est égale au périmètre du cercle de base, donc AB a pour mesure $2\pi R$.

Exemple :

Construire le patron d'un cône de révolution dont le rayon de disque de base R mesure 4 cm et la hauteur h=8 $\sqrt{2}$ cm.

Construisons d'abord le secteur circulaire.

- son rayon a est tel que :

$a^2 = h^2 + R^2$

$= 4^2 + (8\sqrt{2})^2$

$= 16 + 128$

$= 144$

D'où a = $\sqrt{144}$ = 12 cm.

- son angle α :

$2\pi a \longrightarrow 360$

$2\pi R \longrightarrow \alpha$

D'où $\alpha = \dfrac{360 \text{x} 2\pi R}{2\pi a}$

$= \dfrac{360 \text{x} R}{a}$

$= \dfrac{360 \text{x} 4}{12}$

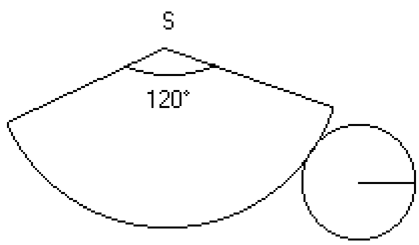


Fig. 13

Ainsi α = 120°

On a alors le schéma du patron ci-contre :

1-1-4 Aire et volume du cône de révolution

a- Propriétés

- L'aire de latérale S_l d'un cône de révolution est égale au demi- produit de l'apothème a par le périmètre p de la base. On a : $S_l = \frac{1}{2}axp = \pi Ra$
- Le volume V d'un cône de révolution est égal au tiers du produit de l'aire B de la base par la hauteur h. On a : $V = \frac{1}{3}Bxh$

b- Remarques

- *L'aire latérale d'un cône de révolution et l'aire du secteur circulaire obtenu en coupant la surface du cône de long d'une génératrice et en étalant sur un plan ; en fait c'est l'aire du secteur qui constitue le patron du cône.*
- *Il existe des cônes qui ne sont pas de révolution ; dans ce cas, le sommet S n'appartient pas à la droite perpendiculaire en O au cercle de base.*

C'est donc le cas des coniques (ellipse, hyperbole, et parabole) qui est le but de ce papier, c'est-à-dire obtention des coniques à partir d'un cône de révolution à une nappe ou à deux nappes.

1-2 Obtention d'un cercle à partir d'un cône

On donne un cône de révolution Γ à une nappe, de sommet S, de génératrice AS et dont la base est un disque de centre O et de rayon R.

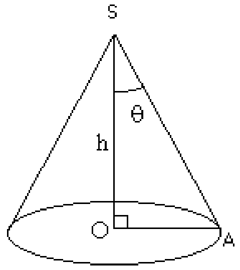


Fig.14

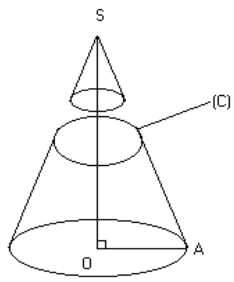


Fig. 15

1-2-1 Section simple

Coupons ce cône de façon parallèle au plan de base comme indiqué dans la figure ci-dessus (Fig.7).
***Observation :** le bord de cette section est le cercle (C).*

1-2-2 Section géométrique

Coupons ce cône par un plan de coupe P_2 parallèle au plan de base P_1 (Cf. Fig. ci-contre).

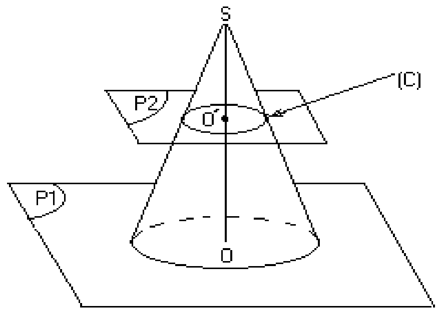


Fig. 16

***a- Observation :** le bord de cette section nous donne aussi un cercle(C).*

Calquons ce bord et faisons apposer sur un plan horizontal, on a la figure 17 ci-contre :

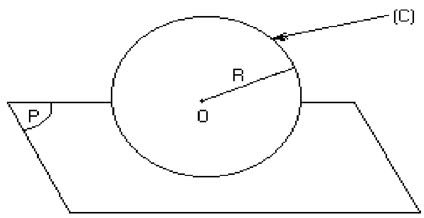


Fig. 17

b- Propriétés :

- *En coupant un cône de révolution par un plan parallèle à la base, on obtient un disque de même forme que la base.*
- *La section est une réduction de la base.*

- *Le sommet S et les centres des bases sont alignés.*

c- Tronc de cône

La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base mise en évidence :

- Le cône de révolution de sommet S et dont la base est le disque de centre O' *et de rayon* $O'A' = R'$.

- Le tronc de cône limité par les deux disques de centre O et de centre O'.

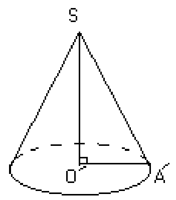


Fig. 18
cône de révolution

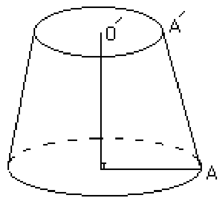


Fig. 19
Tronc de cône de révolution

e) Propriétés d'un cône de révolution

Dans la figure ci-contre :

- *(Γ) est le cône à une nappe de sommet S, de génératrice AS et de base D.*
- *(Γ') est le cône à une nappe de sommet S, de génératrice $A'S$ et de base D'.*
- *O est le centre du disque D et du celui du disque D'.*
  Si $SO' = kxSO$, où k est le coefficient de réduction.
  Alors aire(D')= k^2 x aire (D)
  Volume (Γ')= k^3 x volume (Γ).

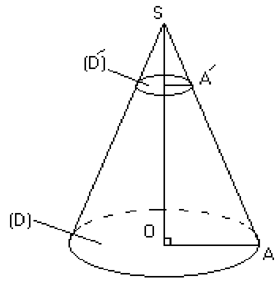


Fig. 20

1-3 ***Obtention d'une ellipse à partir d'un cône***

Etant donné un cône de révolution (Γ) à une nappe de sommet S de génératrice AS et dont la base est un disque de centre O et de rayon R= OA (Fg. 21).

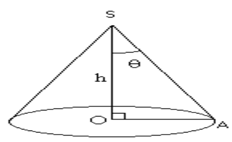


Fig. 21 : un cône (Γ)

1-3-1 Section simple et empirique

On coupe ce cône de façon inclinée comme dans la figure Fig. 2 de l'introduction : on obtient un bord qui réalise une ellipse.

Définition : Le bord de cette section est appelé une ellipse.

1-3-2 **Section géométrique**

On coupe ce cône par un plan de coupe π ne passant pas par le sommet S et qui coupe les génératrices conformément à la figure Fig. 5 de l'introduction.

Observation : on voit que le bord de cette section est une ellipse.

Calquons ce bord et faisons apposer sur un plan horizontal, on a la figure suivante.

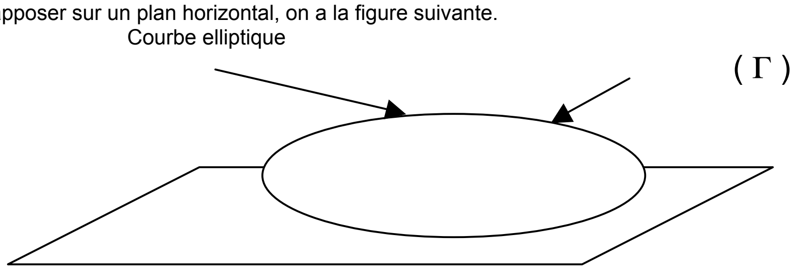
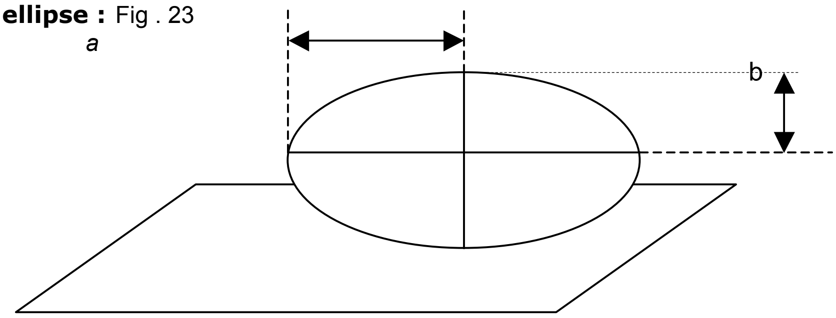


Fig. 22

a- Définition :

Une ellipse est un bord de section lorsqu'on coupe un cône de révolution à une nappe par un plan de coupe ne passant pas par le sommet S et coupant les *générâtrices de ce cône.*

Aire d'une ellipse : Fig . 23



En s'inspirant d'une surface d'un cercle de rayon R = a, on a :

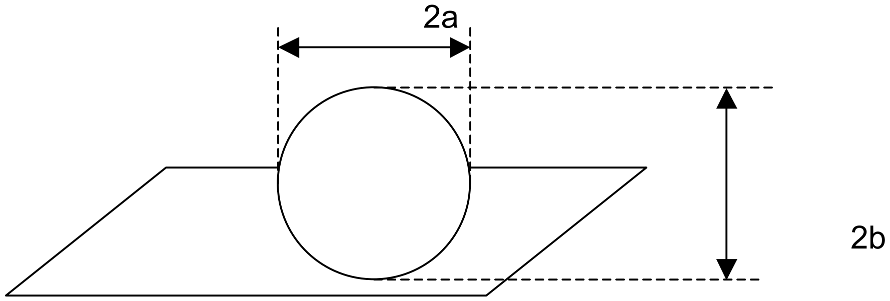


Fig. 24

Aire(C) = π x R^2
= π x a x b

Aire (C) = π x a x b, avec a = b =R **:** notons qu'ici a x b = R^2 = Aire du carré de côté R.

Soit Aire (C) = **π x** Aire(carré de côté R). Or dans le cas d'ellipse, a $\neq$ b et a x b = aire du rectangle de cotés a et b ; et l'on admet par analogie, que l'aire d'un ellipse dont les axes mesurent respectivement a et b vaut : Aire(Γ) = π x Aire (rectangle de côtés a et b). D'où : Aire(Γ) = π x a x b.

1-4 Obtention d'une parabole à partir d'un cône

1-4-1 Section simple et empirique

Coupons le cône de révolution à une nappe de sommet S de génératrice SA par un plan de coupe parallèle à cette génératrice comme indique sur la figue Fig.3 de l'introduction.
Interprétation : L**e contour de cette section constitue une parabole.**

1-4-2 Section géométrique

On coupe ce cône par un plan de coupe π ne passant pas par le sommet S et qui coupe les génératrices conformément à la figure Fig. 6 de l'introduction.

Définition : Le bord de cette section est appelé une parabole.

a- Définition :

En coupant un cône de révolution à une nappe par un plan de coupe parallèle à une génératrice de ce cône, on obtient une parabole. : La section n'est plus une réduction de la base. Le sommet de la parabole ainsi obtenu est l'intersection de l'axe parallèle à une génératrice et l'autre génératrice de ce cône.

b- Théorème :

Toute section d'un cône de révolution à une nappe par un plan de coupe parallèle de ce cône forme toujours une parabole.

1-5 Obtention d'une hyperbole à partir d'un cône.

On donne un cône de révolution à deux nappes, des deux génératrices (Cf. Fig. ci-contre).

1-5-1 **Section simple et empirique**

Coupons ce cône suivant comme dans la figure Fig. 4 : *Les deux bords d'une section constituent une **hyperbole équilatère.***

Définition : L'ensemble des deux bords d'une telle section est appelé une hyperbole.

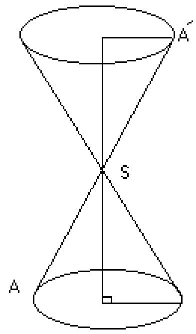


Fig. 25

1-5-2 Section géométrique

On coupe ce cône par un plan de coupe perpendiculaire aux cercles de base du cône à deux nappes comme indiqué sur la figure Fig. 7 de l'introductio.n.

***Observation** : L'ensemble des bords de cette section forme bien une hyperbole.Faisons apposer ce bord sur un plan horizontal, on a (Fig. 26):*

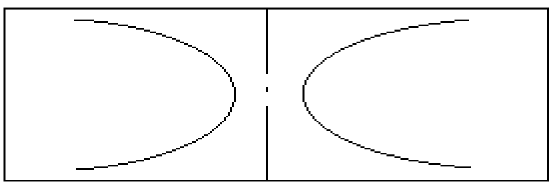


Fig. 26

a- Propriétés :

En coupant un cône de révolution par un plan de coupe perpendiculaire aux cercles de base à deux nappes, on obtient une hyperbole. : La section n'est jamais une réduction de la base. / t Les deux hyperboles sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées

b- Définition

Toute section d'un cône de révolution à deux nappes par un plan de coupe perpendiculaire aux cercles de base donne une hyperbole (Cf. Fig. 7).

II – CONSTRUCTIONS DES CONIQUES PROPRES : Certes, il existe divers modes pour construire géométriquement des coniques, mais il suffit dans cette phase d'initiation aux coniques propres de choisir les modes les plus simples et plus adaptés au niveau des élèves sortants de la classe de quatrième.

2-1 Construction directe : a. Construction d'une ellipse.

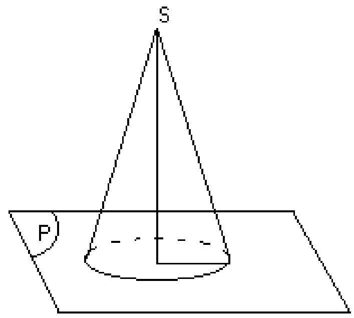
<table>
<tr><th>ALGORITHME</th><th>FIGURE</th></tr>
<tr><td>1- Prendre un plan de base</td><td>
Fig. 27</td></tr>
<tr><td>2- Mettre le cône à une nappe sur ce plan ; la hauteur étant perpendiculaire au plan.</td><td>

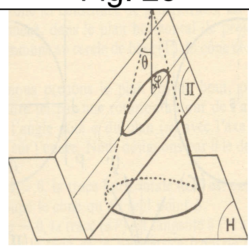
Fig. 28</td></tr>
<tr><td>3- Couper ce cône par un plan de coupe ne passant pas par le sommet et coupant la génératrice de cône (Fig. 7 bis).</td><td>

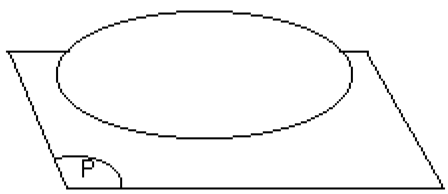
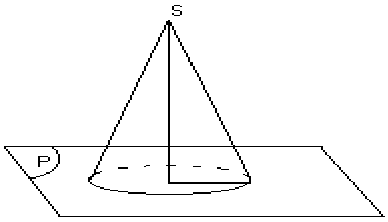
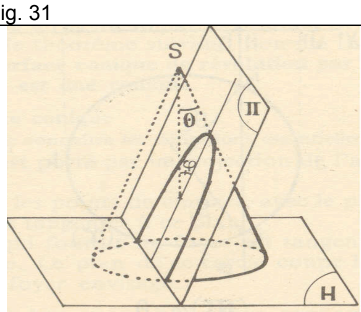
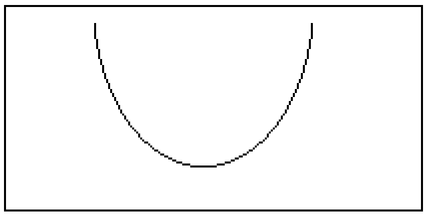
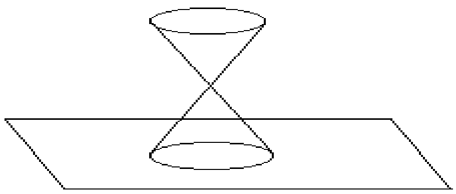
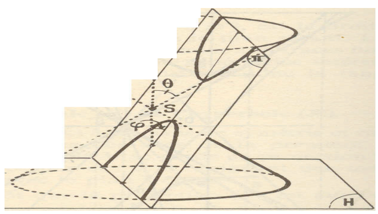
Fig. 5 bis</td></tr>
<tr><td>4- Calquer le bord de cette section et faire apposer sur un plan horizontal. Identifier la courbe fermée obtenue qui est une ellipse.</td><td>

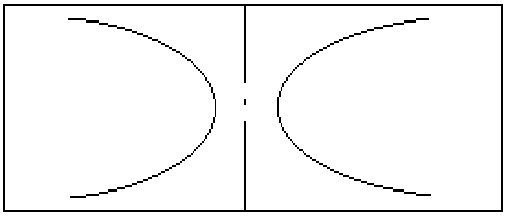
Fig. 29</td></tr>
</table>

b -Construction d'une parabole.

ALGORITHME	**FIGURE**
1- prendre un plan de base	 Fig. 30
2 – Mettre le cône à une nappe sur ce plan.	 Fig. 31
3- Couper ce cône par un plan de cône parallèle à une génératrice de cône.	 Fig. 6 bis
4 – Calquer le bord de cette section et faire apposer sur un plan horizontal.	 Fig. 32

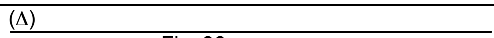
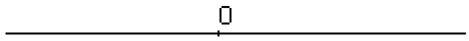
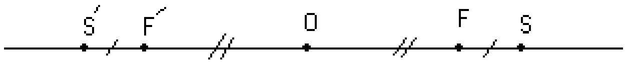
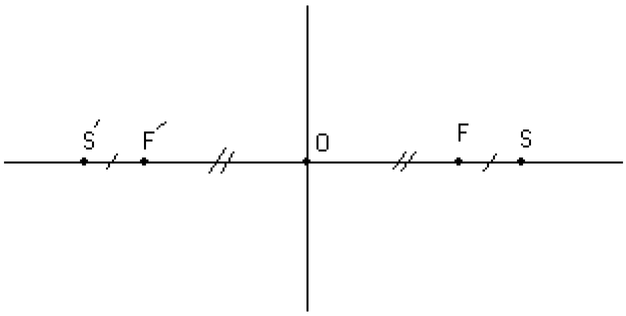
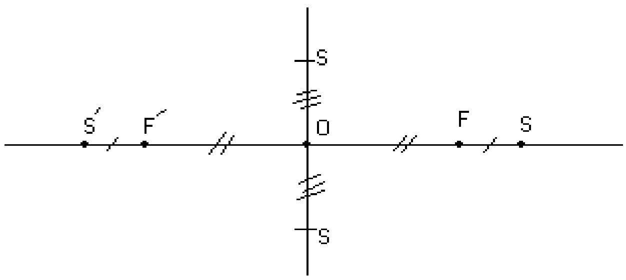
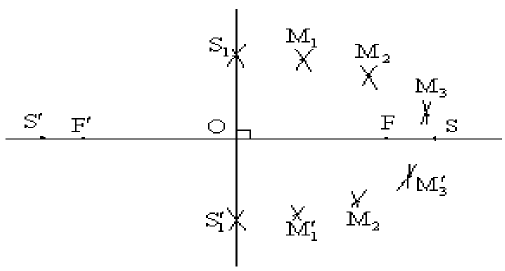
a- Construction d'une hyperbole.

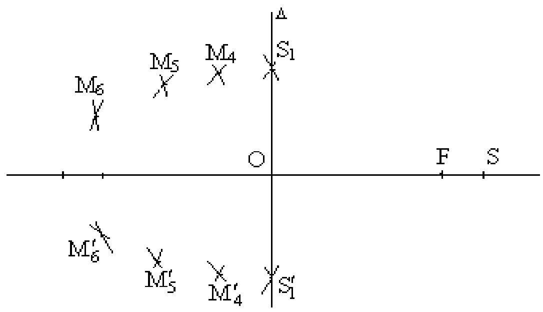
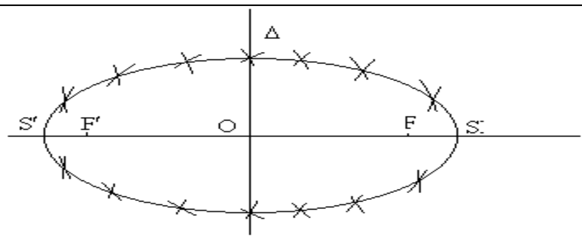
ALGORITHME	**FIGURE**
1 – Prendre un plan de base.	 Fig. 33
2- Mettre un cône à deux nappes sur ce plan.	 Fig. 34
3- Couper ce cône par un plan de coupe perpendiculaire aux cercles de base du cône à deux nappes.	 Fig. 7 bis

4 – Calquer le bord de cette section et faire apposer sur un plan horizontal.	 Fig. 35

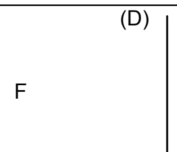
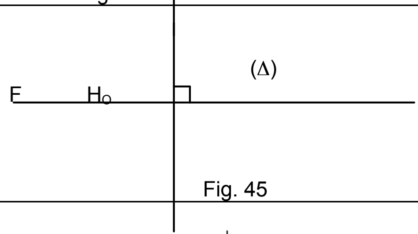
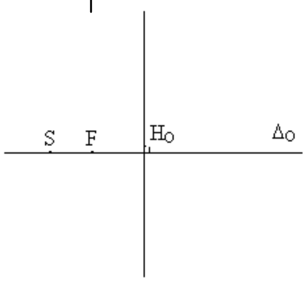
2-2 Constructions points par points :

2-2- 1 Cas d'une ellipse bifocale : Soient F et F' deux foyers de l'ellipse et M un point quelconque de l'ellipse tel que : : MF + MF' = 2a où a ∈ IR. Le réel 2a indique la distance de sommets sur l'axe focal.

ALGORITHEME	**FIGURE**
1- Tracer l'axe focal.	 Fig. 36
2- Placer le point O comme centre de l'ellipse tel que : O = $\frac{1}{2}S + \frac{1}{2}S' = \frac{1}{2}F + \frac{1}{2}F'$	 Fig. 37
3– Placer sur cet axe les deux foyers F et F^l ainsi que les sommets S et S^l tels que : [FF^l] ⊂ [SS^l] et SF = SF^l	 Fig. 38
4 – Construire la médiatrice (Δ) de [FF^l] ou celle de [SS^l]passant par O.	 Fig. 39
5 – Placer sur (Δ) les deux autres sommets S_1 et S_2 tels que : OS_1= OS^l et a = S_1F = SF^l = S_lF = $S_l^lF^l$, a ∈ IR	 Fig. 40
6- Choisir un réel x_i avec i ∈ IN et $x_i \leq$ OF=OF^l - Tracer un arc de cercle de centre F^l et de rayon a + x_1 sur le cadran formé par [OS_1]et [OS_2]. - Tracer un autre arc de centre F et de rayon a – x_1 sur le même cadran. - Marquer M_1 l'intersection de ces deux arcs 7- Prendre les mêmes centres et rayons pour avoir M_1^l le symétrique de M_1 par rapport à FF^l sur le cadran déterminé par [OS] et [OS^l]. 8- Faire le même procédé, mais de rayon a+x_2 et a-x_2 pour obtenir M_3 et M_3^i, en prenant les rayons a+x_3	 Fig. 41

et a-x_3.	$\begin{cases} F'M_I = F'M_i' = a + x_i \\ FM_I = FM_I' = a - x_i \end{cases}$; $x_i \in [\,O\,, OF]$, $i \in IN^*$. a = OS = OS'
9- Sur le même cadran que [OS_1] et [OS^{I}] : - Tracer un arc de cercle de centre Fet de rayon a+x_4, puis un autre arc de centre F^{I} et de rayon a-x_4. - Marquer le point M_4 comme point d'intersection de deux arcs de cette ellipse. - Répéter plusieurs fois pour obtenir les points M_5, M_6.. Et leurs symétriques M_5^{I}, M_6^{I}.. En faisant varier les rayons suivant les indices des points à trouver.	 Fig. 42 $\begin{cases} FM_I = FM_i' = a + x_i \\ F'M_i = F'M_i' = a - x_i \end{cases}$ i = 4,5,6,.....
10- Joindre ces points pour avoir une ellipse.	 Fig. 43

2–2 – 2 Cas d'une parabole définie par son foyer et sa distance :

ALGORITHME	FIGURE
1- Tracer la directrice (D) et placer le point focal F	 Fig. 44
2- Tracer l'axe focal Δ_o passant par F et noter H_o son intersection avec (D)	 Fig. 45
3- Placer le sommet S au milieu de segment [FH_o], S∈ P : S= $\frac{1}{2}F + \frac{1}{2}H_o$.	 Fig. 46

4- Prendre un point quelconque H de (D) et tracer le perpendiculaire Δ_I à (D) passant par ce point :
$H_I \in (D) - \{H_o\}$.

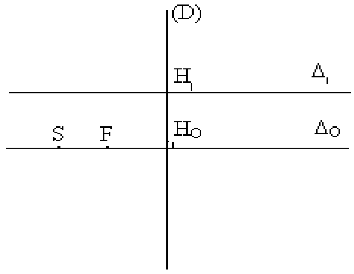


Fig. 47

5- Construire la médiatrice (δ_1) de [FH_1] ; son intersection notée M_1 avec la perpendiculaire à (D) passant par H_1 est parmi les points de
P : $\{M_1\} = \Delta_1 \cap \delta_1$

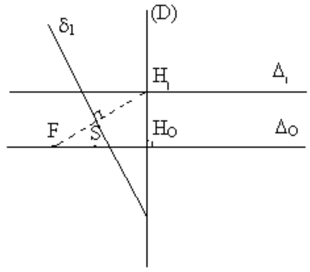


Fig. 48

6 – Répéter plusieurs fois les actions en prenant (δ_1), (δ_2) les droites passantes respectivement par les points $M_1, M_2, ...$

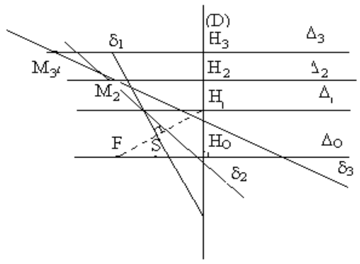


Fig. 49

7- Même procédé pour leurs symétriques par rapport à (Δ_o) :
$M_i' = S_{\Delta o}(Mi)$; i = 1,2,3,....

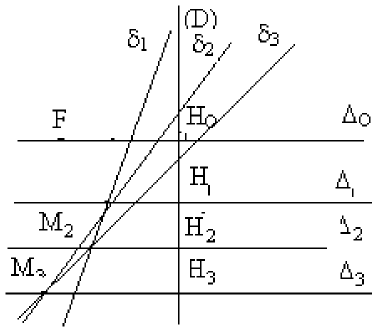


Fig. 50

8- Joindre les points $M_1, M_2, ..., M_1', M_2', ...$ pour donner la parabole P.

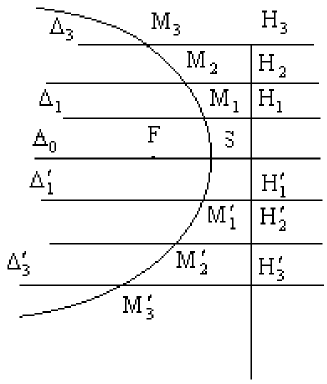
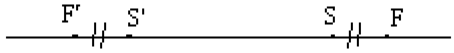
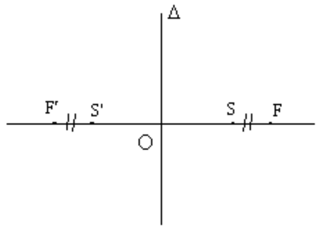
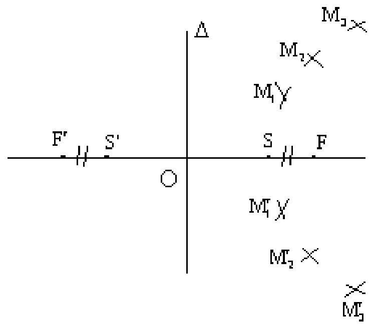
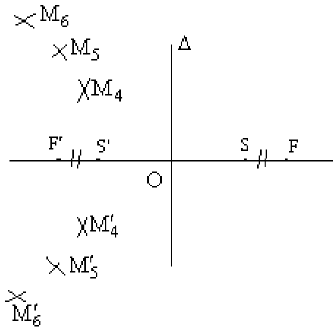
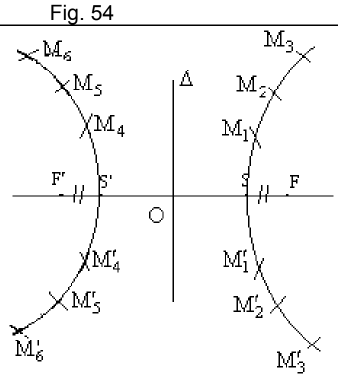


Fig. 51

2-2-3 Cas d'une hyperbole à partir de la définition bifocale.

Etant donnée une hyperbole H de foyers F et F' , de distance de sommets 2a avec a$\in$ IR tel que $|MF' - MF|$ =2a (Fig. 51).

ALGORITHME	FIGURE
1- Tracer l'axe focal et y placer les foyers F et F' ainsi les sommets S et S' tels que $[SS'] \subset [FF']$ et $SF = S'F'$	 Fig. 51
2 – Construire la droite (Δ) médiatrice de $[FF']$ ou celle de $[SS']$ et noter O comme centre de (H) de point d'intersection Δ avec l'axe focal tel que $OS = OS' = a, S, S' \in H$	 Fig. 52
3 – Choisir un réel positif x_i ($i \in N$) avec $x_i \geq SF = S'F'$; sur le demi-plan contenant [SF] - Tracer un arc de cercle de centre F et de rayon x_i, puis un autre arc de centre F' et de rayons $2a+x_1$ sur le même demi-plan. Les deux points d'intersection de deux arcs appartiennent à (H) et sont symétriques par rapport à l'axe focal. - Noter M_1, M_2,.. , Les points obtenus au-dessus de l'axe focal et $M'_1, M'_2, \ldots\ldots$ leurs symétriques. $\begin{cases} FM_I = x_i = FM'_I \\ F_I M_I = 2a + x_i = F'M'_I \end{cases}$ i = 1,2 3, ... 2a = SS'	 Fig. 53
4 – Tracer deux axes de cercles de centre F, F' et de rayons respectivement x_4, $2a+x_4$, sur le demi-plan contenant [$S'F'$] . - Marquer M'_4 et M_4 comme point d'intersection de deux arcs. - Répéter plusieurs fois pour obtenir des points M_5, M_6, ... et leurs symétriques respectifs, par rapport à l'axe (Δ) Varier les rayons selon les indices des points.	 Fig. 54
5 – Joindre les points pour former l'hyperbole.	 Fig. 55

2–3 Constructions d'une ellipse à l'aide de la courbe de papier

Exemple : Construire une ellipse de centre O, de sommet A et A' sur l'axe focal, de sommet B et B' sur le petit axe.

Voici l'algorithme correspondant :

1 Tracer l'axe focal.

2- Placer les points A et A' sur cet axe.

3- Placer le petit axe, médiatrice du segment [AA'] passant par O son intersection avec l'axe focal

4 – Placer sur ce petit axe le point B et B' pour former le segment [BB'] tel que [OB]= [OB']

5 – Mettre sur le petit axe le pont C tel que [OC] = [BC].

6 – Tracer le segment [CM]=a (rayon focal) passant par le D de segment [A A'] tel que :

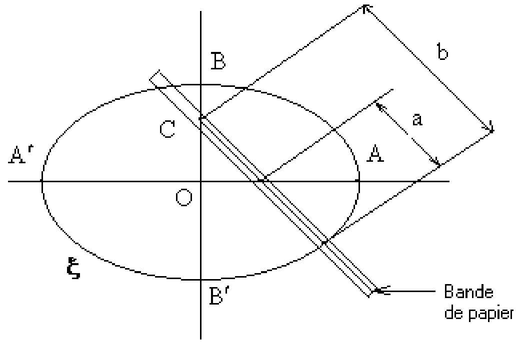
7 [DM]=[OB]=b (rayon de petit axe[B B'])

8 Faire déplacer la bande de papier de façon que le C reste constamment sur le petit axe

9 et que le point D reste sur le grand axe [A A']

Le point M décrit une ellipse.

La figure correspondante est donnée ci-dessous (**Cf. Fig. 56**)



8

Fig. 56

2-4 Construction d'une ellipse à l'aide du procédé dit « du jardinier ».

Exemple : Soit à construire à l'aide du procédé du jardinier une ellipse(ξ **)** de foyer F et F' .

Voici l'algorithme correspondant

1 – Sur un tableau noir ou sur une surface plane quelconque, placer en fixant sur ce plan les foyers F et F' .

2– Fixer par deux punaises en F et F' les extrémités d'une ficelle de longueur supérieure à la distance F F' .

3- En maintenant la ficelle constamment tendue par une craie, nous pouvons tracer avec celle-ci une courbe fermée nommée ellipse (Cf. Fig. 57).

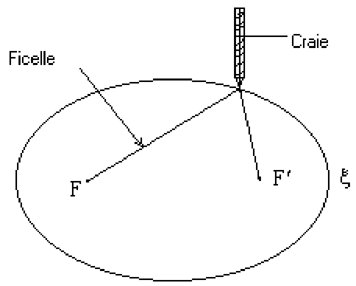


Fig. 57

2–5 Construction par mouvement

a- Cas de la parabole

Exemple : Construire la parabole (P) de foyer F, de sommet A et de directrice Δ.

Voici l'algorithme correspondant :

1. Sur une surface plane, fixer une règle dont l'axe y y' coïncide avec la directrice Δ de la parabole.
2. Sur cette règle, placer une équerre, de façon perpendiculaire à cette règle.
3. Prendre un fil de même longueur au côté perpendiculaire de la hauteur de cette équerre, en fixant une extrémité au foyer et l'autre extrémité au pont C de l'équerre.
4. Maintenir le fil constamment par une pointe traçante ne quittant pas le côté de l'équerre.
5. Faire glisser l'équerre contre la règle, la pointe trace un arc de la parabole cherchée.

La construction correspondante est donnée ci-dessous (Cf. Fig. 58) :

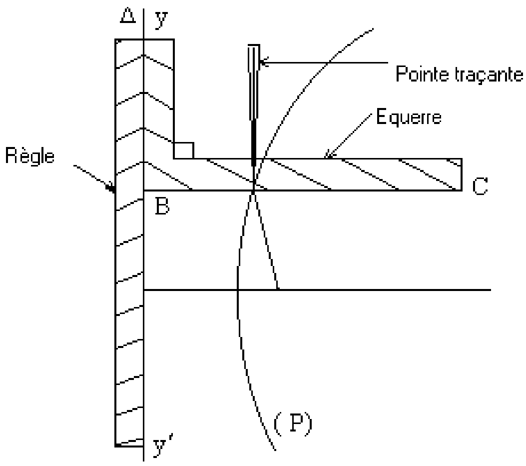


Fig. 58

a- Cas de l'hyperbole

Exemple : Construire un arc d'hyperbole (H) de centre O, de sommets A et A' et de foyers F et F'.
Voici l'algorithme correspondant :

1 Prendre une règle pouvant trouver autour d'un pivot fixé au foyer F' et un fil fixé à l'autre foyer F et en un pont G de la règle telle que la distance F'G soit plus grande que 2c (distance focale) et que F'G-longueur du fil = 2a (distance de sommets) avec longueur du fil = FM+MG où M∈(H) : hyperbole.

2 En faisant tourner la règle autour de F' et en tendant le fil avec une pointe traçante de façon qu'une partie du fil, soit constamment en contact avec la règle, on construit un arc d'hyperbole.

La figure correspondante est présentée ci-dessous **(**Cf. Fig. 59**)**

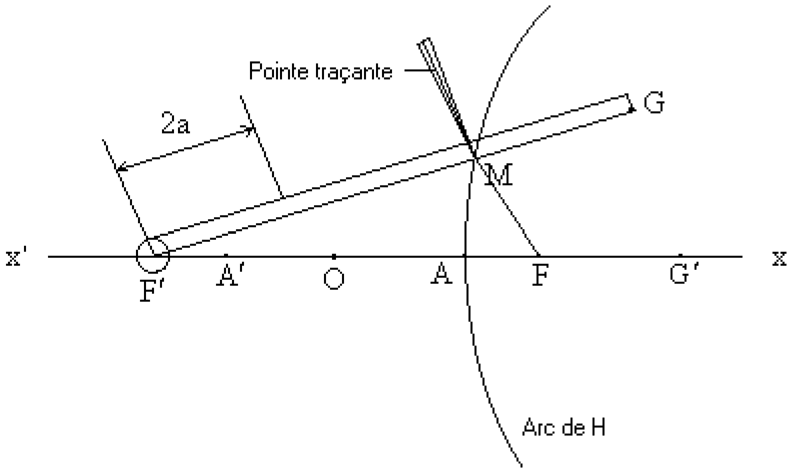
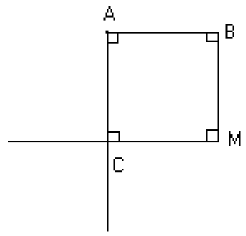
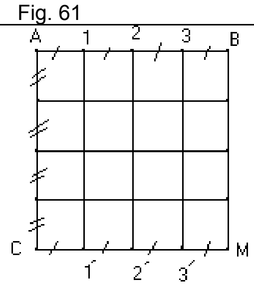
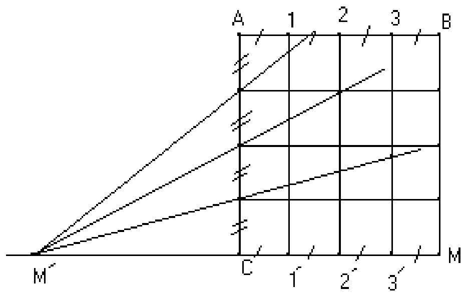
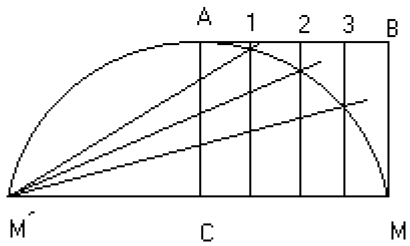


Fig. 59

2– 6 Construction de la parabole définie par son axe, son sommet et pont M de la courbe.

Exemple : Soit à construire une parabole P de sommet A et d'axe (AC)**,** passant par un point M.

Voici l'algorithme correspondant :

ALGORITHME	FIGURE
1- Parabole P de sommet A passant par un M	 Fig. 60
2- Construire le rectangle ABMC où (AC) l'axe focal	 Fig. 61
3- Partager [AB] et [AC] en un même nombre de partages égaux. Par les points de division 1,2,3,…… de[AB], mener des parallèles à l'axe.	 Fig. 62
4 – Placer le point M' symétrique de M par rapport à l'axe focal (AC). - Joindre le point M' aux points de division $1',2',3'$ de [AC]. - Pointer-les d'intersection des parallèles et des obliques comme point de la parabole. - Les points de l'autre moitié s'obtiennent par symétrie orthogonale par rapport à l'axe focal.	 Fig. 63
5- Joindre les point pour obtenir la parabole.	 Fig. 64

2-7 Les enjeux de l'apprentissage des constructions géométriques.

En effet, les études montrent que la géométrie, notamment à travers l'apprentissage des constructions géométriques, aurait plusieurs avantages par rapport au développement de la capacité intellectuelle de l'Homme[16]. Tout d'abord, l'apprentissage de la géométrie construit chez l'enfant l'intelligibilité ou la compréhension du monde sensible, ainsi que celle de l'intuition géométrique. Ainsi, les quatre fonctions admissibles en compétences citées ci-dessous jouent un rôle intéressant dans ces concepts. Voici alors ces quatre fonctions :

Fonction raisonnement ou compétence à raisonner : Dans ce cas, c'est la connaissance rationnelle, c'est-à-dire la connaissance par le raisonnement, qui fonde la certitude non seulement parce qu'elle dit le vrai. Les démonstrations ou les exercices des constructions géométriques peuvent être l'occasion de rencontrer toutes sortes de raisonnements. Le cours de la géométrie en particulier les constructions géométriques au collège et au lycée nécessite relativement peu de pré requis. Cet apprentissage permet donc d'approfondir ou de travailler différentes sortes de raisonnements à savoir : raisonnement par récurrence, raisonnement par disjonction de cas, raisonnements par condition nécessaire, par condition suffisante, par condition nécessaire et suffisante et raisonnement par l'absurde.

Fonction algorithmique ou compétence à utiliser l'algorithme pour réaliser une conique : On trouve en géométrie, en particulier sur l'apprentissage des constructions géométriques de nombreux algorithmes. C'est-à-dire, beaucoup de problèmes peuvent se résoudre de façon algorithmique. Prenons comme exemple les différentes constructions géométriques figurant aux programmes scolaires de mathématiques au collège et au lycée.

Exemple pour le collège : Construire le patron d'un cône de révolution dont le rayon a du disque de base mesure 4cm et la hauteur h=8 $\sqrt{2}$ cm.

Voici l'algorithme correspondant :

1. Calculer son rayon a.
2. Calculer son angle α.

c- Placer trois points S, A, B tels que A$\hat{S}$B=α et SA=SB=a.

d- Joindre par un compas de l'ouverture α° les points A et B pour former l'arc.

e- Tracer le disque de base, de rayon a tangent à cet arc (Cf. Fig. 65).

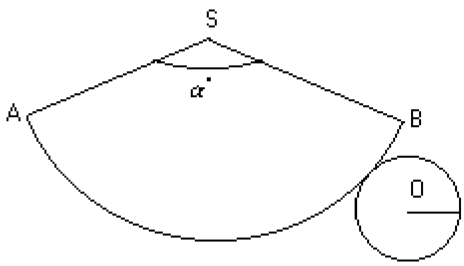


Fig. 65

Ceci nous permet de dire que la compétence à utiliser l'algorithme facilite la construction géométrique. Pour mieux avoir une bonne construction, il faut donc de fonctions algorithmiques.

Fonction psychologique préparant à la créativité : La géométrie est un domaine des mathématiques qui incite la représentation mentale et l'intuition géométrique. Ce dernier tout en faisant apparaître les premiers éléments descriptifs formels qui sont de puissants outils techniques de démonstration. Ensuite, les exercices mentaux portant sur ces concepts contribuent au développement de l'intelligence intuitive et rationnelle de la nature. On sait aussi que, la connaissance mathématique personnelle résulte de l'émergence, au moyen d'activités avec d'autres, d'un univers mental où les notions mathématiques prennent sens. Il convient donc de s'intéresser aux mécanismes et aux schémas mentaux pour les apprenants.

Fonction automatisme : On sait que, l'intuition mathématique est d'abord une intuition géométrique où l'on voit des objets, des propriétés des tracés où l'invention apparaît par des actes dynamiques de constructions. L'apprentissage de la géométrie pure développe la mémoire épisodique (connaissance née automatiquement à partir de la pratique de construction géométrique), l'image concrète, la culture et l'esprit d'ordre et la capacité informatique chez les apprenants.

Du point de vue mathématique, l'apprentissage des constructions géométriques s'avère très important, en particulier les quatre fonctions citées ci-dessus qu'il occupe à savoir surtout la fonction la fonction algorithmique (en vue de la réintroduction des constructions géométriques aux programmes scolaires de mathématiques au collège, en vue de l'intuition à la programmation informatique) et la fonction psychologique

Discussion et conclusion

Dans la vie quotidienne, beaucoup de gens confondent les mots ovale et ellipse. Par exemple, la plupart des gens considèrent que la table basse de salon ayant la forme elliptique non circulaire est ovale. Voilà un exemple concret d'erreur conceptuelle ! Seuls les gens qui ont déjà fréquenté une classe de niveau scientifique assez élevé en sont conscients.

On entend souvent parler du mot ovale pour qualifier une table à contour elliptique : «c'est une table ovale». Certes, ovale et ellipse désignent une figure ronde plane, mais en vérité une ovale (i.e. projection plane d'un œuf) n'est pas une ellipse. Cependant , un objet volumineux qui a la forme d'un œuf est qualifié d'un objet ovoïde et non un objet ovale (Cf. le site http://serge.mehl.free.fr/anx/ovale.html**).** Ceci illustre l'intérêt d'introduire, par souci d'équité et de l'Education Pour Tous (EPT), également pour la continuïté du programme scolaire, les concepts des coniques (ellipse, parabole, hyperbole) qui méritent d'être considérées parmi les figures planes élémentaires rondes. Ces connaissances basiques doivent ainsi être exigibles aux jeunes sortants de l'éducation fondamentale (collège) ou de la classe de seconde qui reste encore une classe d'orientation souvent. Il ne s'agit pas de noyer les jeunes esprits dans l'abstraction de l'analytique pour caractériser les coniques, mais il suffit juste de les sensibiliser sur «ce que sont les coniques» en tant qu'objets géométriques, sur «comment les obtenir mécaniquement à partir d'un cône de révolution ? ou géométriquement à partir d'une règle et d'un compas ? ou à partir des outils tels les instruments(encore à l'échelle de prototype) que nous dénommons l'*ellipsographe*, l'*hyperboligraphe,* le *paraboligraphe* permettant d'obtenir respectivement une ellipse, une hyperbole et une parabole, construits sous notre propre direction par Mahasitra [7] et Bemarisika Parfait[2]. Ces trois instruments, que nous appelons aussi des *conigraphes* (existant seulement à l'échelle. de prototype) et qui joueraient ainsi le rôle d'émulateur de créativité chez le jeune apprenant, méritent d'ailleurs d'être vulgarisés après expérimentation concluante.

Toutes les constructions que nous avons vues dans cette partie sont faisables au collège, notamment en quatrième et en troisième, sauf la construction par points pour le cas de l'ellipse. Vu cette faisabilité, d'autant plus que cette approche ne nécessite pas beaucoup d'heures, il s'avère donc logique d'adopter une approche épistémologique et constructiviste de l'enseignement de la géométrie en particulier l'enseignement des coniques dès le collège ou la classe de seconde.(cf. A. Watson & J. Mason, 2006); P. Ernest, 2006).

Ensuite, l'introduction de ces concepts dès le collège devient ainsi un gage de la continuité du programme scolaire en préparant ainsi l'image mentale des coniques propres introduites analytiquement et de façon plus abstraite et approfondie dans son enseignement au lycée ou dans l'enseignement supérieur. C'est en contradiction avec le but de l'Education Pour Tous (EPT).

De plus, avec une telle approche de l'étude des cônes de révolution, les élèves sortant du collège acquerraient des compétences supplémentaires [12, 13], entre autres : être capable d'élaborer un jardin ou une table à contour conique etc.

Pour terminer, comme instruction destinée aux enseignants du collège, nous proposons la suivante :

Il serait souhaitable de commencer par des activités de manipulation, d'observation, de classification des courbes contours et des sections planes obtenues : courbes fermées lisses, courbes lisses ouvertes isolées, paires de courbes lisses ouvertes, etc. Notons que classifier des objets constitue une activité bien mathématique, car il s'agit d'une mise en acte de l'étude de la relation d'équivalence « ressembler à » ou «être homothétique à». Comme matière de travail, l'intérieur d'une tige seche du palmier tropical *raphia (à Madagascar « fomby » ou « baobao » en langue malagasy)* se prêterait bien à la fabrication d'un cône de révolution pour réaliser de véritables sections coniques.

- Les coniques ne seront définies que d'une manière intuitive et ludique par le célèbre théorème de Dandelin « *La section d'une surface conique de révolution par un plan ne passant pas par le sommet du cône est une conique* » :

(i) Toute courbe fermée constituant le contour d'une section plane d'un cône droit de base circulaire par un plan ne passant pas par le sommet du cône et orthogonal à l'axe du cône de révolution est appelée une ellipse (cf. Fig. 1 & 2). Un cercle est une ellipse particulière.

(ii) Toute courbe ouverte constituant le contour d'une section plane d'un cône de révolution par un plan ne passant pas par le sommet du cône et parallèle à une génératrice est appelée une parabole (Fig. 3 et Fig. 6).

(iii) Toute paire de courbes ouvertes obtenues constituant les contours respectifs des sections planes d'un cône de révolution à deux nappes par un plan ne passant pas par le sommet du cône et coupant le cône selon deux génératrices est appelée une hyperbole (Fig. 4 et Fig.7).

Références bibliographiques

[1] Claire BAYARD & al (1998), *Voir et raisonner : à la conquête de l'espace au collège,* in Repères – revue des Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Topiques éditions, France, n°33, pp.19-36.

[2] BEMARISIKA Parfait, *Faisabilite de l'introduction précoce des coniques propres,* Mémoire de CAPEN, Ecole Normale Supérieure pour l'Enseignement Technique (ENSET), Université d'Antsiranana, Madagascar, 2004.

[3] Rudolph BKOUCHE , *Quelques remarques sur l'enseignement de la géométrie*, in Repères – revue des Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Topiques éditions, France, n°26, pp.49-71.

[4] Rudolph BKOUCHE , Bernard CHARLOT, Nicolas ROUCHE, *Faire des mathématiques : le plaisir du sens*, édition Armand Colin, Coll. Bibliothèque européenne des sciences de l'éducation, 1991,

5] M. BOLL , *Histoire des mathématiques*, éditions PUF, collection Que s'ais-je ? Le point des connaissances actuelles, n°42, Paris, 1963, Chap.V : Les instruments divins et la quadrature du cercle.

[6] Freddy BONAFÉ , Mireille SAUTER (1998), *Enseigner la géométrie dans l'espace,* in Repères – revue des Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Topiques éditions, France, n°33, pp.5-18.

[7] Claude – Paul BRUTER, *Comprendre les mathématiques. Les 10 notions fondamentales*, éditions Odile JACOB, Paris, 1996, Chap. I : Sur la pertinence des mathématiques Chap. II : Les mathématiques sciences expérimentales
Chap. IV : Le leçons pédagogiques d'Henri Poincaré

[8] MAHASITRA, *A propos des coniques : aspects géométriques et pratiques, aspects algébriques et quadriques, réflexion sur son enseignement au collège et au lycée, du compas aux ellipsographe et hyperboligraphe*, Mémoire de CAPEN, Ecole normale Supérieure pour l'Enseignement Technique (ENSET), Université d'Antsiranana, Madagascar, 2003.

[9] Shilomo VINNER, *The role of definitions in the teaching and learning of mathematics*, in Advanced mathematical thinking, edited by David TALL, Science Education Department, University of Warwick, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, Vol. 11, 1991, pp.65-81.

[10] A. THUIZAT, G. GIRAULT, E. ASPEELE, M. VOILQUIN, *Mathématique Classes terminales E T.3 : Géométrie descriptive*, Coll. Durrande, édit° Technique et vulgarisation. Paris 1972, pp. 283-405.

[11] Saliou TOURE (sous la direction de), *Mathématiques 3^e^*(1996), *Mathématiques 4^e^*(1995), Collection Inter Africain de Mathématiques (CIAM), EDICEF.

[12] Bernard REY (1996), *Les compétences transversales en question*, Coll. Pédagogies, édts ESF, Paris.

[13] Xavier ROEGIERS (2003), *Des situations pour intégrer les acquis scolaires*, Coll. Pédagogies en développement, édts De Boeck Université., Paris-Bruxelles.

[14] UNESCO (avril 2002), Education Pour Tous : *une stratégie internationale pour rendre opérationnel* le cadre d'action de Dakar sur l'Education Pour Tous.

[15] Anne WATSON & John MASON (06), *Mathematics as a constructive activity : learners generting examples*, *in* ZDM 2006 vol. 38 (2), 209-211.

[16] Paul ERNSET (06), *Reflections on theories of learning*, *in* ZDM 2006 vol. 38 (1), 3-7.

[17] Saliou TOURÉ, L'enseignement des mathématiques dans les pays francophones d'Afrique et de l'Océan Indien, in ZDM 2002 vol.34 (4), 175-178.

Annexe : Objectifs de l'apprentissage des mathématiques au collège à Madagascar

A la sortie du collège, l'élève doit être capable de :

1. mettre en équation des problèmes simples de la vie courante ;
2. résoudre des problèmes qui font intervenir des équations et des inéquations du premier degré à une ou deux inconnues réelles ;
3. utiliser des propriétés et des règles de priorité des opérations pour effectuer des calculs et pour comparer des nombres réels ;
4. présenter des données statistiques sous forme de tableaux et sous forme de graphiques et en calculer la moyenne ;
5. construire toutes les figures géométriques de base ;
6. utiliser des propriétés des configurations géométriques de base et celles des transformations (translation, homothétie, symétrie orthogonale, symétrie centrale) pour justifier des propriétés de figures simples ;
7. utiliser les vecteurs du plan et les opérations sur les vecteurs pour interpréter et démontrer des propriétés géométriques simples ;
8. décrire et représenter des objets de formes géométriques usuelles (du plan et de l'espace), préciser leurs propriétés et calculer des grandeurs qui leur sont attachées (longueur, aire, volume) ;
9. construire un patron d'un solide usuel afin de réaliser ce solide ;
10. faire des calculs analytiques dans le plan pour des problèmes de distance, de parallélisme et d'orthogonalité.