



TP 1 : DROITES REMARQUABLES D'UN TRIANGLE

1. FICHE RÉSUMÉ

Titre : Droites remarquables d'un triangle

Niveau : Seconde

Domaine : Géométrie plane

Durée : 2 - 3 heures

2. FICHE PROFESSEUR

2.1. Analyse mathématique

Révisions et compléments sur les droites remarquables du triangle : médianes, hauteurs, médiatrices, bissectrices. Droite d'Euler.

Une fiche de cours, à compléter, permet ensuite de faire la synthèse des résultats observés. C'est l'occasion de démontrer ensemble certaines propriétés (position des cercles inscrit et circonscrit ; un point de la bissectrice est équidistant des côtés de l'angle...).

Ce TP est aussi complété par un devoir à faire à la maison (qui n'utilise que des connaissances de collègue) portant sur :

- l'alignement du centre de gravité (G), de l'orthocentre (H) et du centre du cercle circonscrit (O) d'un triangle ;
- l'appartenance au cercle circonscrit du symétrique de l'orthocentre par rapport à l'un des côtés du triangle.

2.2. Niveau du TP

Peut être proposé en Seconde, dès le début de l'année.

Pré-requis informatique : la connaissance des commandes de base d'un logiciel de géométrie dynamique (mais ce TP, très accessible, peut aussi servir à la prise en main d'un logiciel).

Pré-requis mathématiques : connaissances géométriques d'un élève entrant en Seconde.

2.3. Objectifs

Mettre en œuvre les points suivants du programme (Introduction du programme de géométrie de Seconde) :

- « Proposer aux élèves des problèmes utilisant pleinement les acquis de connaissances et de méthodes faits au collège. »
- « On utilisera les possibilités qu'offrent les logiciels de géométrie. »

Revoir les définitions des droites remarquables d'un triangle (médianes, hauteurs, médiatrices, bissectrices).

Observer des propriétés déjà connues (médianes, hauteurs, médiatrices, bissectrices concourantes ; caractérisation des points d'une médiatrice) et en découvrir de nouvelles (alignement des points G, H et O ; un point de la bissectrice est équidistant des côtés de l'angle).

3. FICHE ÉLÈVE

Construction 1

- a. Construire un triangle.
- b. Rappel : On appelle **médiane** d'un triangle une droite passant par un sommet et le milieu du côté opposé. Construire les trois médianes du triangle.
- c. Déplacer les sommets du triangle. Qu'observe-t-on pour les médianes ?

-
- d. • Nommer A, B et C les sommets du triangle et I, J les milieux respectifs des côtés [BC], [AC].
• Créer le point d'intersection des médianes (AI) et (BJ). Nommer G ce point.
• Faire afficher les distances GI et AG.
• Déplacer les sommets du triangle. Quelle relation simple entre GI et AG semble toujours vérifiée ?
-

Construction 2

Rappel : On appelle **hauteur** d'un triangle une droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé.

- a. Construire un triangle et ses trois hauteurs.
 - b. Déplacer les sommets du triangle. Qu'observe-t-on pour les hauteurs ?
-
- c. En déplaçant les sommets du triangle, trouver à quelle condition le point d'intersection des hauteurs se trouve à l'extérieur du triangle. Réponse :
-

Construction 3

Rappel : On appelle **médiatrice** d'un segment la droite perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu.

- a. Construire un segment [AB] et sa médiatrice.
• Placer un point M sur la médiatrice. Que peut-on dire des distances MA et MB ? Vérifier que cette propriété ne dépend pas de la position de M sur la médiatrice.
• Vérifier que pour un point N n'appartenant pas à la médiatrice la propriété précédente est fausse.

On peut donc conjecturer que la médiatrice de [AB] est l'ensemble des points :

.....

- b. Construire un triangle et les médiatrices de ses trois côtés.
 - c. Déplacer les sommets du triangle. Qu'observe-t-on pour les médiatrices ?
-
- d. En déplaçant les sommets du triangle, trouver à quelle condition le point d'intersection des médiatrices se trouve à l'extérieur du triangle. Réponse :
-

- e. • Créer le point d'intersection de deux médiatrices.
- Tracer le cercle ayant pour centre ce point d'intersection et passant par un des sommets du triangle.

Qu'observe-t-on pour ce cercle ?

.....

Construction 4

Construire un triangle, G le point d'intersection de ses médianes, H le point d'intersection de ses hauteurs et O le point d'intersection de ses médiatrices. Ne laisser apparents que le triangle et les points G, H, O.

Déplacer les sommets du triangle.

- Qu'observe-t-on pour les points G, H et O ?
-

- Quelle relation observe-t-on entre les distances OG et GH ?
-

Construction 5 *(Re)découvrir une première propriété de la bissectrice d'un angle*

- a. Placer trois points non alignés A, B et C. Tracer les demi-droites [AB) et [AC).

- b. Construire la bissectrice de \widehat{BAC} .

- c. Placer un point M sur cette bissectrice.

- d. Rappel : P le point d'intersection de la droite (AB) avec la perpendiculaire à (AB) passant par M est le **projeté orthogonal** du point M sur la droite (AB).

- Construire P le projeté orthogonal de M sur (AB).

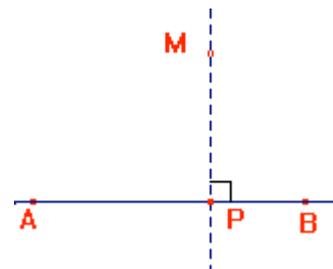
- Construire Q le projeté orthogonal de M sur (AC).

- Faire afficher les distances MP et MQ. Déplacer M

sur la bissectrice.

Qu'observe-t-on ?

.....



Construction 6 *(Re)découvrir une seconde propriété des bissectrices d'un triangle*

- a. Construire un triangle ABC et ses trois bissectrices.

- b. Déplacer les sommets du triangle. Qu'observe-t-on pour les bissectrices ?
-

- c. Créer et nommer I, le point d'intersection des bissectrices. Construire le point K, projeté orthogonal de I sur (AB).

- d. Construire le cercle de centre I passant par K. Déplacer les sommets du triangle. Comment sont les droites (AB), (AC) et (BC) par rapport au cercle ?
-

(C'est le **cercle inscrit** dans le triangle ABC.)

4. COMPTE RENDU D'EXPÉRIMENTATION

Les élèves ont fait ce TP avec le logiciel Cabri géomètre qu'ils découvraient pour la plupart. Il a donc fallu, pour les premières constructions, donner les instructions à utiliser : comment tracer une droite passant par deux points, faire afficher une distance, nommer un objet... Mais, assez rapidement, ils ont su trouver eux-mêmes les commandes nécessaires dans les menus.

La plus grande difficulté rencontrée est sans doute la bonne compréhension d'une consigne écrite. Souvent il faut relire la question, la reformuler. Cela nuit à l'autonomie des élèves.

En conclusion, ce TP permet de faire des révisions d'une façon attrayante et offre, dans ses prolongements (synthèse de cours et devoir), de nombreuses possibilités de travailler le raisonnement.