

**Activité inspirée de l'exercice de spécialité de l'épreuve
du Bac ES – Métropole – Mai 2010**



Les questions utilisant le logiciel sont signalées par l'icône

Un équipementier fabrique pour une usine de l'industrie automobile deux types de sièges : un modèle « luxe » et un modèle « confort ».

Soit x le nombre, exprimé en centaines, de sièges « luxe » et y le nombre, exprimé en centaines, de sièges « confort » produits chaque mois.

La fonction coût mensuel de production est la fonction F définie pour x et y appartenant à l'intervalle $[0 ; 3]$ par :

$$F(x, y) = x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6.$$

$F(x, y)$ désigne le coût mensuel de production, exprimé en dizaines de milliers d'euros, pour x centaines de sièges « luxe » et pour y centaines de sièges « confort ».

1. Représentation de la fonction F dans le logiciel Ying :



a. Dans le menu "Repère", cliquer sur "Ens. Def" et rentrer les données suivantes :

$x_{\min} = 0$; $y_{\min} = 3$; subdivisions = 3.

$y_{\min} = 0$; $y_{\max} = 3$; subdivisions = 3.

$x_{\min} = 0$; $y_{\min} = 10$.

b. Dans le menu " f ", cliquer sur modifier et entrer l'expression de $F(x,y)$.

Attention : x^2 s'écrit $x*x$, et $-2x$ s'écrit $-2*x$.

c. Pour obtenir une représentation centrée dans la fenêtre, appuyer sur la barre d'espace.

d. Dans le menu "Échelle", faire varier l'échelle des cotes de façon à rendre la représentation plus agréable à manipuler.

e. On peut remarquer que le dessin obtenu est anguleux. Cela est dû au nombre de subdivisions entré dans l'ensemble de définition. Pour rendre les choses plus "douces", on peut retourner à l'étape 1 et mettre 6 subdivisions pour (Ox) et (Oy) (ou plus si vous préférez!). Attention cependant à la lecture des coordonnées.

2. a. Au mois de janvier 2010, l'équipementier a produit 120 sièges « luxe » et 160 sièges « confort ». Justifier par le calcul que le coût de production mensuel a été 12 000 euros.



b. À l'aide du menu "Points", représenter le point A correspondant à ce mois de janvier 2010.



Pour une lecture graphique plus facile, on peut activer la représentation dite "en boîte" grâce au menu ... "boîte" ! Cliquer sur "Afficher boîte", vous pouvez changer la position du "fond" de la boîte grâce à la sélection "position". Dans cette représentation, les graduations ne sont plus sur les axes, mais à l'extérieur d'un pavé droit. N'hésitez pas à manipuler les diverses options de cette section pour obtenir une représentation utile.

Astuce : pour augmenter la taille des caractères, appuyez sur la touche "t". Pour la diminuer, appuyez sur Maj+"t".



3. En utilisant le menu "Plans", et en utilisant astucieusement les boutons permettant d'afficher les plans et de couper la surface, déterminer graphiquement le coût de production mensuel minimal. Préciser pour quelles quantités mensuelles respectives de sièges « luxe » et « confort » produites ce coût de production est obtenu.

4. Vérifier que, x et y étant deux nombres réels, $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + 1$. Justifier les réponses obtenues à la question précédente.

5. À partir du mois de juillet 2010, la production mensuelle prévue de sièges est exactement 250.

a. Justifier que $x + y = 2,5$



b. À l'aide du menu "Plans", représenter le plan d'équation $x + y = 2,5$. Peut-on lire graphiquement les quantités mensuelles respectives de sièges « luxe » et « confort » que l'équipementier doit produire à partir du mois de juillet 2010 pour minimiser le coût mensuel de production ?

c. Justifier que $y = 2,5 - x$.

Démontrer que, sous cette condition, le coût de production mensuel, exprimé en dizaines de milliers d'euros, est égal à $2y^2 - 3y + 2,25$.

c. On note f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 2,5]$ par $f(x) = 2x^2 - 3x + 2,25$.

Dresser en le justifiant le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 2,5]$.



Peut-on voir la courbe représentative de la fonction f dans la représentation de la surface représentative de F ?

d. En déduire les quantités mensuelles respectives de sièges « luxe » et « confort » que l'équipementier doit produire à partir du mois de juillet 2010 pour minimiser le coût mensuel de production. Préciser ce coût minimal.