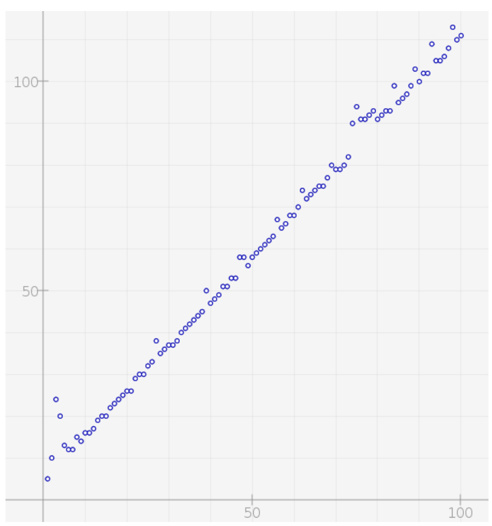
# Devoir maison n°3

## Position du problème

Le script suivant permet de mesurer le temps qu'il faut pour effectuer $n-1$ additions, pour chaque valeur de $n$ allant de 1 à 100. Puisque le temps mesuré est affiché en millisecondes et qu'on fait chaque mesure 1000 fois, la durée calculée et affichée est en microsecondes :

```
for (n=1; n<=100; n++){
  var début=new Date();
  for (e=0; e<1000; e++){
    somme=0;
    for (indice=0; indice<=n; indice++){
      somme+=indice;
    }
  }
  var fin=new Date();
  Println((fin-début)/1000);
}
```

En remplaçant l'affichage par un tracé de point, on obtient le nuage de points suivant :




On constate que les points sont, aux erreurs de mesure près, alignés : On dit que le temps mis à faire les additions est *fonction affine* de $n$. Le but de ce devoir est de déterminer, puis utiliser, ce modèle affine.

### I/Trouver la fonction

On choisit deux points visuellement bien alignés avec le nuage, de coordonnées respectives $A(7;12)$ et $B(100;111)$ ce qui signifie qu'on admet, avec une précision satisfaisante, qu'il faut 12 $\mu$s pour effectuer 6 additions et 111 $\mu$s pour effectuer 99 additions. On note $f(x)=ax+b$ la fonction affine considérée, ce qui veut dire que $f(7)=12$ et $f(100)=111$.

1°) Le temps mis à faire $n$ additions est-il proportionnel à $n$ ? Justifier.

2°) Coefficient directeur :
Pour chaque addition supplémentaire, le temps supplémentaire est le coefficient directeur $a$ de la fonction affine. Calculer ce coefficient à 4 chiffres après la virgule près.

3°) Ordonnée à l'origine :
Le temps mis à ne rien faire (à part mettre la boucle en place) est l'ordonnée à l'origine $b$. Calculer celle-ci à 2 décimales près.

## II/Exploiter la fonction

1°) Donner, à la microseconde près, le temps mis pour additionner les entiers de 1 à 10 000, soit $f(10000)$. On utilisera les résultats du (I).

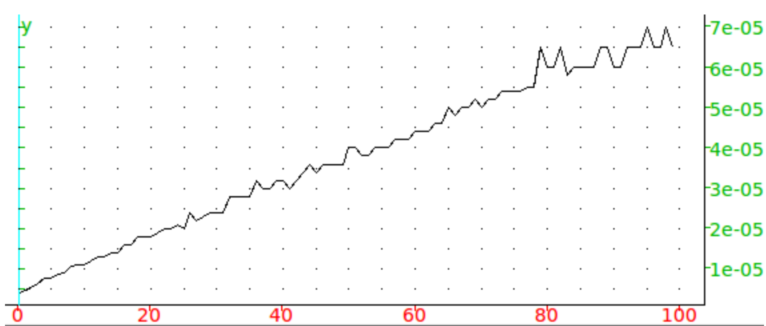
2°) Représenter graphiquement $f$ en bleu sur papier millimétré (unités : 1 mm sur chaque axe, donc 1 cm doit représenter 10 unités).

3°) Utiliser le graphique pour répondre à la question suivante : « Pour quelle valeur de $n$, faut-il environ 40 $\mu$s pour additionner les entiers jusqu'à $n$ ? »

4°) Répondre à la même question par le calcul, en résolvant l'équation $f(n) = 40$, et en arrondissant $n$ à l'entier le plus proche.

## III/Un autre outil

Avec *Xcas*, la boucle est facile à rédiger, il suffit d'écrire `sum(k,k,1,n)` ; Et grâce à l'outil *time*, évaluer le temps mis à exécuter cette boucle. On obtient alors le graphique suivant :




Là encore, on admet l'alignement, et on va chercher une fonction affine $g(x) = mx + p$ telle que $g(4) = 6,5$ et $g(97) = 60$ (toujours en $\mu$s).

1°) Calculer le coefficient directeur $m$ de $g$, soit le temps qu'il faut pour effectuer une addition de plus pour Xcas. On arrondira à 4 décimales.

2°) Calculer le temps $p$ mis par Xcas à ne rien faire, c'est-à-dire l'ordonnée à l'origine de $g$. On arrondira à 2 décimales.

3°) Construire en rouge la représentation graphique de $g$ dans le même graphique que le (II).

4°) Résoudre graphiquement l'équation $g(n) = 40$, sur le même graphique que le (II).

5°) Résoudre algébriquement l'équation $g(n) = 40$ ; on arrondira à l'unité près.