BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2011

MATHÉMATIQUES

Série S

Durée de l'épreuve : 4 heures **Coefficient : 7**

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

EXERCICE 4 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O\,;\,\overrightarrow{u}\,,\,\overrightarrow{v}\right)$. On prend 2 cm pour unité graphique.

Partie A - Restitution organisée de connaissances

Soient A, B deux points du plan d'affixes respectives a et b.
On rappelle que :

* $\left(\overrightarrow{u},\,\overrightarrow{AB}\right) = \arg(b-a) + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$.
* L'image du point B par la rotation de centre A et d'angle θ est le point C défini par :

$$AC = AB \quad \text{et} \quad \text{si } A \neq B,\quad \left(\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AC}\right) = \theta + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z}.$$

Exprimer l'affixe c du point C en fonction de a, b et θ.

Partie B

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $2z^2 - 6z + 9 = 0$.

   Dans la suite de l'exercice, on désigne par P, Q et R les points d'affixes respectives

$$z_P = \frac{3}{2}(1+\mathrm{i}),\quad z_Q = \frac{3}{2}(1-\mathrm{i}) \quad \text{et} \quad z_R = -2\mathrm{i}\sqrt{3}.$$

2. Placer les points P, Q, R sur une figure que l'on complètera au fur et à mesure de la résolution de l'exercice.
3. On note S le symétrique du point R par rapport au point Q.
   Vérifier que l'affixe z_S du point S est $3 + \mathrm{i}\left(2\sqrt{3} - 3\right)$.
4. Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
   Déterminer les affixes z_A et z_C des points A et C, images respectives des points R et S par la rotation r.
5. On désigne par B et D les images respectives des points S et R par la translation de vecteur $3\vec{v}$.
   Calculer les affixes z_B et z_D des points B et D.
6. **a.** Démontrer que $\dfrac{z_C - z_P}{z_B - z_P} = \mathrm{i}$.

   b. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.