

Modèle d'évaluation des conceptions liées au raisonnement logique

Validation à travers une étude de la négation logique de conjonction chez les bacheliers S en Faculté des Sciences et Technologies à La Réunion

Marie-Catherine Daniel-Vatonne
IREM de La Réunion
Département Mathématiques-Informatique
Faculté des Sciences et Technologies de La Réunion

PLAN

1) Le raisonnement logique dont il est question	2
2) Le modèle cognitif général	3
2.1) Les "conceptions" au sens de Giordan et Vecchi	3
2.1.1) Une conception est une représentation mentale évolutive	3
a) L'utilisation d'une conception est filtrée par le contexte	4
b) Une conception est relativement cohérente (cf. « <i>Des idées pour apprendre</i> » [GiGG97])	4
c) Ce qui n'empêche pas qu'elle puisse posséder plusieurs facettes	4
2.2) Des paramètres pour évaluer l'évolution possible des conceptions	4
2.2.1) Correction/erreur	5
2.2.2) Conviction	5
2.2.3) Stabilité	6
2.2.4) Typologie d'évolution des conceptions vers une conception cible	6
3) Le modèle pour conceptions de règle (logique)	6
3.1) Cadre de référence : système de règles (et négation)	7
3.1.1) Les connaissances grammaticales	7
a) Analogie de systématisation	7
b) La proximité peut engendrer cohérence et/ou contradiction	7
3.1.2) Spécificité des règles logiques de négation : le concept de négation	8
a) Analogie/interdépendance des conceptions de règles de négation	8
3.2) Évaluer une composée de conceptions pour évaluer une conception de règle	8
3.3) Instanciation du modèle pour la Loi de Morgan	8
3.3.1) Conception de négation de conjonction	8
3.3.2) Conception de négation de proposition quantifiée	8
3.3.3) Conception de négation de proposition principale suivi d'une subordonnée	9
4) Étude pour valider le modèle	9
4.1) Le terrain d'enquête	9
4.2) L'enquête	10
4.2.1) Test de septembre	10
4.2.2) 1 question sur la négation quantifiée (NQ)	10
4.2.3) 2 questions sur les règles de négation d'une principale suivie d'une subordonnée (PS)	10
4.2.4) 1 question sur la négation de conjonction (gestion d'antonymes: GA)	10
4.2.5) 1 question en décembre dans l'examen après enseignement	10
4.3) Validation de l'interdépendance des conceptions testées : existence d'une forte corrélation	11
4.4) Profils de composée des 3 questions et première validation du modèle d'interdépendance des 3 conceptions testée	11
4.4.1) Un profil est une combinaison de modalités	11
4.4.2) Hypothèses sur les profils selon le modèle	11
a) PS est la question la plus exigeante quant à la qualité du système de règle.	11
b) NQ la question où la modalité "autre" est mauvais signe	12
c) GA : a priori les autres l'influencent mais elle n'influence pas les autres	12
d) Synthèse : les profils selon leur plausibilité	12
4.4.3) Résultats : profils retenus par l'étude	13
a) Apparition des mêmes profils d'une année sur l'autre et de représentativités similaires	13
b) Les 8 profils trouvés valident les hypothèses de plausibilité	13
c) Conclusion : le modèle d'interdépendance des conceptions en jeu est validé	13
4.5) Résultats en décembre des profils	13

INTRODUCTION

Nous nous intéressons à l'apprentissage du raisonnement logique en première année de licence Sciences et Technologies (toutes disciplines confondues).

Nous avons adopté l'approche didactique et le modèle par « conceptions » de Giordan et Vecchi [GioV94] : évaluation des conceptions - prise en compte des résultats pour l'élaboration des enseignements - enseignement(s) - évaluation des conceptions post-enseignement.

Nous proposons dans cet article un modèle de conceptions spécifiques à l'évaluation de règles logiques.

Testé sur une des lois de Morgan - la négation d'une conjonction est une disjonction de négation - auprès des néo-bacheliers S de la Faculté des Sciences et Technologies de la Réunion, nous présentons le travail sur le terrain et les résultats obtenus.

Effet de bord non négligeable, l'enquête donne un aperçu de l'état du raisonnement logique chez les bacheliers S à l'arrivée en faculté.

La première partie définit ce qu'on appelle le raisonnement logique et insiste sur le point de vue « linguistique » de celui-ci.

La seconde partie expose le modèle cognitif général que nous adoptons pour proposer une interprétation de ce qui passe au niveau cognitif lors d'un apprentissage. Ce modèle est basé sur les « conceptions » de Giordan et al. qui y sont résumées et propose d'y ajouter des paramètres d'évaluation de l'évolution de ces conceptions.

La troisième partie affine le modèle pour les conceptions à « granularité » fine que sont les règles logiques et l'instancie pour la négation logique d'une conjonction en partant du principe que celle-ci est liée au concept général de négation et à celui de « règle », au sens grammatical du terme.

La quatrième et dernière partie présente l'étude sur le terrain - les néo-bacheliers S de première année de la Faculté des Sciences et Technologies de la Réunion - et la validation, étape par étape, du modèle proposé.

1) Le raisonnement logique dont il est question

Fondamentalement, on peut considérer toute démarche scientifique comme l'élaboration d'énoncés possédant une valeur de vérité, cette valeur de vérité étant issue d'une argumentation qui peut mettre en œuvre une multitude de moyens (de l'expérience en laboratoire à la caution d'un scientifique reconnu (cf. B. Latour [Lato05])).

Parmi les outils d'argumentation, s'en trouve un à utiliser quasi obligatoirement : le raisonnement logique.

Le terme "logique" est à prendre au sens philosophico-mathématique. C'est-à-dire que "raisonnement logique" admet comme définition : passage d'un énoncé A à un énoncé B à l'aide d'autres énoncés admis comme vrai ou de règles logiques construites sur une axiomatique donnée et applicables à tout énoncé possible (indépendamment du contexte).

À noter que, contrairement à d'autres définitions du raisonnement logique (cf. par ex. [PIS05]) , souvent utilisées en sciences humaines, cette définition n'inclut pas les raisonnements "naturels" - basés sur les connaissances/le contexte - comme les raisonnements par induction/généralisation ou par analogie. (Ce point de vocabulaire n'empêche pas bien sûr, les scientifiques de toutes disciplines d'utiliser tous les raisonnements nécessaires à leurs travaux , les "naturels" ayant une prépondérance évidente dans les phases de conception et d'interprétation, les "logiques" permettant une argumentation irréfutable mais n'étant généralement pas utilisables pour expliquer tout le processus permettant d'aboutir à un résultat.)

Le raisonnement logique courant : tiers-exclu, énoncés quantifiables, négation, implication, conjonction et disjonction

La logique la plus utilisée dans l'enseignement du secondaire et une bonne partie du supérieur (en fonction de la discipline et/ou du niveau d'étude) repose sur les notions suivantes :

- les énoncés participant à un raisonnement logique ont une valeur de vérité et il n'y a que 2 valeurs de vérité : vrai et faux
- le principe de tiers-exclu : ce qui n'est pas vrai est faux et ce qui n'est pas faux est vrai
- le principe scientifique d'exhaustivité qui exige que, dans un cadre donné, tous les cas soient pris en compte. Ce qui a par exemple pour effet d'exiger que la négation logique d'un énoncé "contienne" toutes les négations possibles.

Exemple : Négation de "être grand"

En français, chaque "antonyme" est possible : être petit, être moyen, être bébé, être grande, ne pas être grand,...

En logique, une seule négation : ne pas être grand.

On peut alors définir la logique comme un langage (cf. Chomski et la Théorie des Langages en Algèbre. e.g. [Chom55], [Sal73]) possédant une grammaire très simple, dans son nombre de règles et une sémantique limitée à deux valeurs possibles : "vrai" et "faux" (cf. tout cours de logique des propositions ou des prédicats. e.g. [Liar12], [Mouy44]).

Une "phrase logique" peut être un énoncé ou une conjonction ($A \text{ et } B$) - resp disjonction ($A \text{ ou } B$) - resp. implication ($\text{si } A \text{ alors } B$) - resp. équivalence ($A \text{ si et seulement si } B$) - de phrases logiques. La définition est récursive et la grammaire produit donc une infinité de phrases. Chaque phrase peut être ou non quantifiée universellement ou existentiellement.

Logiquement, les énoncés (mots) et les phrases ne peuvent être interprétés - n'ont de sens - qu'à travers : "c'est vrai", "c'est faux", "on ne sait pas si c'est vrai ou faux". La "vérité" d'une phrase peut être posée à travers la signification "naturelle" qu'on lui accorde ("hypothèses" au sens mathématique, "faits" au sens des sciences expérimentales et/ou humaines) ou recherchée par calcul et raisonnement logique. Les règles de calcul sont strictement et complètement définies Certaines sont posées en axiome - e.g. : une conjonction n'est "vraie" que si toutes les phrases logiques qui la composent le sont aussi ; une disjonction est "vraie" si au moins une des phrases logiques qui la composent est "vraie" ; une implication n'est "fausse" que si la prémisse est vraie et la conclusion est fausse (de la vérité ne peut sortir l'erreur)... D'autres sont elles-mêmes calculées à partir des axiomes - e.g. la règle de contraposé : $\text{si } A \text{ alors } B \text{ a toujours la même valeur de vérité que si } (\text{non } B) \text{ alors } (\text{non } A)$; les lois de Morgan : la négation d'une conjonction est une disjonction de négations ($\text{non } (A \text{ et } B) \text{ a toujours la même valeur de vérité que } (\text{non } A) \text{ ou } (\text{non } B)$), la négation d'une disjonction est une conjonction de négations;...

EX. : Négation de "être grand et rouge" (loi de Morgan : la négation d'une conjonction est une disjonction de négations)

Pour ne pas être "grand et rouge", on peut n'être ni grand, ni rouge, mais il suffit que l'une des 2 propriétés ne soit pas validée - par exemple "être grand et ne pas être rouge" - pour que "être grand et rouge" ne soit pas non plus validé.

Comme l'axiomatique est basée sur l'exhaustivité, la négation logique de "être grand et rouge" contient tous les cas de négations possibles, c'est-à-dire est "ne pas être grand ou ne pas être rouge ou n'être ni l'un, ni l'autre". Ce qui dans le langage logique, puisque le "ou" est inclusif, s'écrit ($\text{non } \text{"être grand"}$) $\text{ou } (\text{non } \text{"être rouge"})$.

Plus ou moins explicite, plus ou moins connue par les enseignants du secondaire et du supérieur, cette logique formalise effectivement les raisonnements logiques proposés ou demandés aux élèves ou aux étudiants.

2) **Le modèle cognitif général**

2.1) **Les "conceptions" au sens de Giordan et Vecchi**

Le modèle est basé sur les "conceptions" de Giordan et Vecchi ("Les origines du savoir", p. 87 [GioV94]).

2.1.1) **Une conception est une représentation mentale évolutive**

Une conception est une représentation mentale constituée de :

- une collection de connaissances liées entre elles - ou *réseau sémantique*- de façon à constituer une notion (relativement) homogène et
- (relativement) cohérente avec les notions proches ou aux quelles elle fait appel - *le cadre de référence* ;
- qui intègre des éléments syntaxiques, symboliques - *les signifiants*- nécessaires à sa production et à son explication ;
- qui possède, aussi, une dynamique mise en oeuvre par un ensemble d'*opérations mentales* qui dictent ses utilisations et ses modifications suscitées à chaque fois qu'un *problème* déclenche, explicitement ou non, la conception.
- Ces *problèmes* qui donnent lieu à l'évocation de la conception sont à l'origine de son existence et en sont donc aussi partie prenante.

Les aspects fonctionnels et de changement probable lors de toute évocation sont mis en avant et font préférer le terme "conception" à celui, plus figé, de "représentation"

EX. : Conceptions de règles de négation

Quand on pose un problème de type " : donner la négation de "aucun chat n'est vert", on fait appel à la conception de la négation de "aucun". On peut considérer que son cadre de référence peut contenir des connaissances langagières, peut-être des règles grammaticales, voire logiques et/liées au concept général de négation. Des opérations mentales permettent, par exemple, de passer de l'instance proposée à une règle de négation (e.g. le contraire de "aucun" est "tous") puis à l'application de celle-ci ("tous les chats sont verts"). (Remarque : la négation logique de "aucun" serait, elle, "au moins un".)

a) L'utilisation d'une conception est filtrée par le contexte

Le contexte semble jouer un grand rôle dans la réponse que l'on fait à une question, autrement dit dans le "choix" de la (partie de) conception utilisée pour répondre. Nous n'explorons pas cette dimension et supposons que le contexte dans lequel nous travaillons est scolaire/universitaire et scientifique et devrait faire majoritairement et principalement appel aux conceptions scientifiques des sujets.

b) Une conception est relativement cohérente (cf. « Des idées pour apprendre » [GiGG97])

Les conceptions se construisent/se déconstruisent au fur et à mesure que de nouvelles expériences sont vécues en obéissant à un principe de cohérence. On ne peut ajouter une nouvelle connaissance à une conception si elle est en contradiction flagrante avec elle. Cette nouvelle connaissance sera, selon son degré de pertinence avec la conception qui pourrait l'accueillir, soit intégrée, soit remodelée pour mieux s'intégrer, soit déformée, soit carrément rejetée comme trop contradictoire.

EX. : Conception du moustique et du virus chikungunya

Si ma conception du moustique est que la bestiole prend quelque chose, il est cohérent pour moi qu'elle n'injecte pas et soit je rejette le principe de transmission du chikungunya, soit je déforme cette transmission en imaginant que le virus se "colle" à l'extérieur de la trompe et qu'il est déposé dans le corps lors de la pénétration de celle-ci. Cette explication peut de plus, conforter ma conception d'une transmission par l'air du chikungunya : le virus est dans l'air, d'où il peut se "coller" aux trompes des moustiques mais aussi m'infecter quand je respire.

c) Ce qui n'empêche pas qu'elle puisse posséder plusieurs facettes

Nous nous plaçons dans un contexte scientifique, mais nous devons tenir compte de l'existence de "micro-contextes" (situations). Notamment selon la formulation d'une consigne, les réponses d'un individu, tout en faisant appel à une même conception, peuvent être différentes. Nous verrons, ainsi plus loin, qu'une demande de négation de conjonction, ne fait pas appel à la même *facette* de la conception de la négation de conjonction, selon qu'elle est exprimée de façon ouverte ou par une question à choix multiples.

2.2) Des paramètres pour évaluer l'évolution possible des conceptions

Dans le modèle que nous avons construit nous proposons trois paramètres :

2.2.3) Stabilité

Ainsi une conception peut être très largement erronée mais si la conviction de ces erreurs est beaucoup plus faible que celle de ses aspects "corrects", la distance à la cible n'est peut être pas si longue que ça !

L'impact de la conviction sur la distance à la cible, relativement à la correction/erreur nous paraît donc potentiellement importante.

Inversement, puisque correction et erreur modélisent des quantités d'informations, en posséder peu influe sur la conviction (on sait qu'on ne sait pas et on est prêt à croire ce qu'on nous dit). De plus correction et erreur sont antagonistes et si elles sont de même importance, on peut en induire une fragilité au niveau de la cohérence et donc une conviction faible.

Les paramètres de correction/erreur et de conviction et les rapports étroits existant entre eux donnent une idée de la distance à la cible plus affinée que pris séparément. Pour résumer, cette distance s'exprime : en quantité et qualité d'informations à acquérir et/ou soustraire, en degré de conviction à conforter et/ou ébranler. Autrement dit, cette distance permet d'exprimer, le potentiel de construction/déconstruction d'une conception, ce que nous appelons la stabilité d'une conception. Plus une conception est stable, plus il sera difficile de la modifier.

2.2.4) Typologie d'évolution des conceptions vers une conception cible

Les paramètres et l'argumentation que nous venons d'exposer définissent une typologie des conceptions en fonction de leur distance à une conception-cible. Cette typologie est loin d'être un ordre total, pas seulement parce que nous manquons d'outils de mesure mais surtout parce que des conceptions peuvent être très différentes tout en étant à même distance de la cible. Cette typologie définit des classes de conceptions exprimables en terme de "stabilité à dominante correcte" (cible quasi atteinte) jusqu'à "stabilité à dominante incorrecte" (erreur importante et assurée) en passant par "conception très instable" (par manque de conviction et/ou d'information). (cf figure)

3) *Le modèle pour conceptions de règle (logique)*

Comparées à des conceptions sur la transmission du chikungunya, sur le squelette,..., les conceptions que nous considérons sont d'une "granularité" beaucoup plus fine en traitant des problèmes très simples relativement à la concision de la réponse attendue. Ces problèmes sont, entre autre, résolubles à l'aide d'une règle logique que cette règle soit explicite ou non.

Appliquer à ces conceptions, la méthodologie didactique : évaluation des conceptions avant leçon - construction des leçons - leçons - évaluation des conceptions après leçon, n'est pas applicable tel quelle.

Par exemple, après enquête sur le terrain, nous savons que moins de 1% des bacheliers S utilisent la loi de Morgan spontanément pour nier une conjonction et 82% reconnaissent tous les antonymes d'une conjonction, ce qui pourrait s'interpréter comme la présence d'une conception de la négation de conjonction partagée par 80% des étudiants. Or, la disparité des résultats de ces étudiants après leçon est très importante. Ce qui signifie que soit le modèle de Giordan et Vecchi ne s'applique pas à nos conceptions trop fines, soit nous devons trouver des modélisations plus détaillées de nos conceptions qui permettent de les diversifier et d'expliquer les résultats.

C'est ce que nous faisons en menant la réflexion sur le cadre de référence des conceptions que nous traitons et sur des conceptions cognitivement proches. L'évaluation d'une conception de règle se fera alors à travers la composée de plusieurs conceptions.

3.1) *Cadre de référence : système de règles (et négation)*

Notre objectif étant de construire un enseignement du raisonnement logique basé sur des conceptions pré existantes à son déroulement, le problème est de déterminer sur quoi reposent ces conceptions.

Nous disposons de deux angles d'attaque :

- le premier est que, dans le système scolaire français, la logique n'est pas enseignée en tant que telle et nous posons l'hypothèse que le raisonnement logique, certainement évoqué par beaucoup d'enseignants, n'est pas ou quasiment pas utilisé par les élèves pour résoudre les exercices ou passer les examens (d'autres raisonnements, et en particulier celui par analogie, étant bien plus efficaces en temps et en facilité pour acquérir le savoir-refaire suffisant à l'obtention de notes correctes).

EX. : La négation "spontanée" à l'arrivée en fac est très rarement logique

Sur environ 1 000 bacheliers S de 1ère année Sciences et Technologie à l'Université de la Réunion (entre 2002 et 2004), seulement 18% donnent à la question "Quelle est la négation de "Aucun chat n'est vert " une réponse assimilable à "Il existe au moins un chat vert". Moins de 1% proposent "ne pas être grand ou ne pas être rouge (ou n'être ni l'un l'autre)" comme négation de "être grand et rouge"

En quelque sorte, nous ne pouvons pas compter sur la pré existence de conceptions "logiques" au sens où on entend le terme "logique", puisque les problèmes qui pourraient amener à des réponses logiques, ne sont quasiment jamais traités comme tels.

Ce qui n'empêche pas que ces problèmes sont extrêmement courants dans le contexte scolaire/universitaire où nous sommes positionnés... et, donc, que des conceptions existent pour les traiter.

- le deuxième angle est que le savoir-faire relatif à l'enseignement de la logique est fortement imprégné par l'essence discursive de celle-ci et, depuis la première moitié du 20^e siècle par sa formalisation en tant que langage (e.g. Robert Blanché...). D'une manière ou d'une autre, tous les cours de logique que l'on rencontre sont assimilables à des cours de langue (au sens Théorie des langages).

En résumé, des conceptions pré-existantes à des connaissances logiques sont utilisées couramment pour résoudre des problèmes qui pourraient attendre une réponse logique et parmi elles, celles qui semblent de bonnes candidates à servir de base à l'élaboration d'un enseignement, celles que nous nous sentons capables de prendre en compte et d'aider à modifier sont des conceptions mettant en œuvre des connaissances langagières et grammaticales.

3.1.1) Les connaissances grammaticales

Nous différencions, dans les connaissances grammaticales, deux facettes qui peuvent être utiles pour expliquer l'acquisition d'une règle logique : le concept de "système de règles" et le fait que le langage logique peut être vu comme inclus dans le langage naturel (ex. vu en partie 1 : la négation logique est le cas particulier de négation courante qui admet toutes lesinstanciations possibles).

Ce qui nous fait prendre en compte dans le modèle, les considérations suivantes :

a) Analogie de systématisation

Manipuler des règles facilite l'acquisition d'autres règles

b) La proximité peut engendrer cohérence et/ou contradiction

Le fait que les règles logiques soient perceptibles comme des cas particuliers de règles courantes peut :

- soit en faciliter l'acquisition, car déjà présente ou presque dans la conception
- soit en gêner l'acquisition, car pouvant se heurter à des contradictions apparentes.

EX. : Des observations faites durant l'étude exposée plus loin nous permettent d'affirmer que la négation logique d'un énoncé simple ("être grand" est nié logiquement par "ne pas être grand" et vice versa) est un cas d'antonymie que tous les bacheliers connaissent déjà mais qu'ils pensent rarement à utiliser à l'arrivée à la fac. Il suffit très généralement, de

leur signaler que c'est la négation attendue pour ne plus entendre ou voir dans les travaux dirigés et les copies d'autres négations.

Par contre, réussir à comprendre et utiliser "naturellement" la négation logique d'une implication (le contraire de "s'il pleut alors je prends un parapluie" est logiquement "il pleut et je ne prends pas de parapluie" et non pas, comme fortement ancré chez beaucoup "s'il ne pleut pas alors je ne prends pas de parapluie") semble une gageure pour beaucoup d'étudiants... et de scientifiques.

3.1.2) Spécificité des règles logiques de négation : le concept de négation

Dans une règle logique particulière, il y a l'aspect règle grammaticale mais aussi des notions spécifiques à sa particularité. En l'occurrence, le modèle devant être "essayé" sur la loi de Morgan, la réflexion est menée sur l'aspect négation.

Si nous nous représentons le concept de négation comme contenant toutes les conceptions traitant de négation, on peut le voir à son tour comme une conception dont les composants sont interdépendants, et dans leur cohérence, et dans leur construction.

a) Analogie/interdépendance des conceptions de règles de négation

C'est ainsi que nous posons l'hypothèse que l'acquisition d'une nouvelle règle de négation est fonction du concept de négation

Notons, que nous avons conscience que l'étude du concept de négation est un domaine à part entière de la psychologie tant sa construction est liée au développement cognitif mais aussi affectif (pensez à la période du "non" vers 18-20 mois) d'un être humain. Nous essayons dans la mesure du possible de ne pas avoir à entrer dans ces considérations.

3.2) Évaluer une composée de conceptions pour évaluer une conception de règle

Ainsi, pour évaluer/modéliser une conception traitant de problèmes résolubles à l'aide d'une règle, il nous faut déterminer un ensemble de conceptions proches par la notion de règle et les notions spécifiques aux problèmes soulevés dont la composée nous aidera à évaluer/expliciter la distance à une conception-cible et fournira par la suite des indications sur la construction d'enseignements efficaces.

En d'autres termes, cette composée de conception fournit un *profil* de la conception de règle visée.

3.3) Instanciation du modèle pour la Loi de Morgan

Pour évaluer les difficultés et les facilités d'acquisition de la loi de Morgan (une négation de conjonction est une disjonction de négations), nous proposons d'évaluer trois conceptions : celle qui gère la négation de conjonction, celle qui gère la négation d'une phrase quantifiée et celle qui gère une négation courante mais relativement complexe : la négation d'une proposition principale suivie d'une subordonnée.

3.3.1) Conception de négation de conjonction

Il s'agit de la conception permettant de traiter des questions telle que "quelle est la négation de "être grand et rouge" ?" - modélisable logiquement par une négation de conjonction de deux énoncés A et B : non (A et B).

Autrement dit, de la conception à construire/déconstruire pour que la réponse à ce type de question devienne dans un contexte scientifique : "ne pas être grand ou ne pas être rouge ou n'être ni l'un, ni l'autre" - (non A) ou (non B).

3.3.2) Conception de négation de proposition quantifiée

Il s'agit d'évaluer quelles réponses sont apportées à une question telle que "quelle est la négation de aucun chat n'est vert ? ", le terme "quantifié" se référant aux quantifications universelle (tout, chaque, aucun,...) ou existentielle (il existe, il y a, certains,...) de la logique classique.

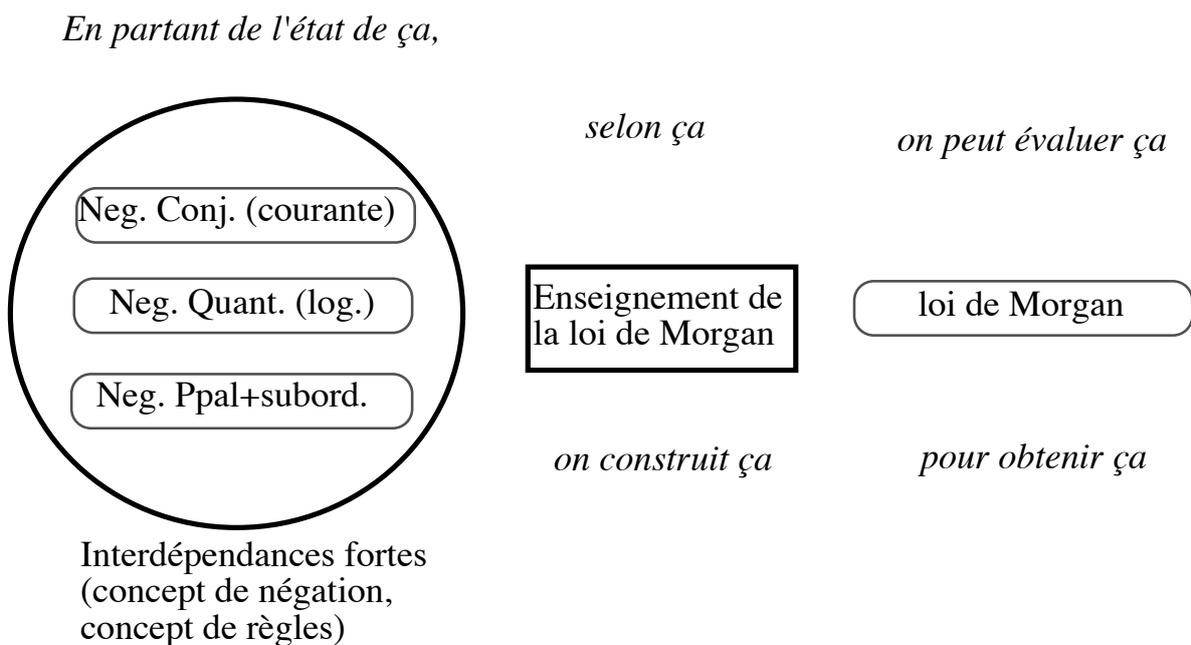
Ce test de négation est choisi, suite aux observations que nous avons faites du public visé : les bacheliers S. C'est a priori la conception qui a le plus de chances de posséder une facette logique et qui, ainsi, peut nous fournir des indications sur le système logique au sortir du bac.

3.3.3) Conception de négation de proposition principale suivie d'une subordonnée

Nous supposons que les questions du type "nier la phrase : je savais que tu connaissais ta leçon" font appel à un niveau de négation relativement complexe et donnent, ainsi, des indications sur la profondeur du concept de règles (et) de négation.

De plus, la présence de plusieurs propositions et la dissymétrie attendue - la principale est niée, mais non la subordonnée- présentent une certaine analogie avec la négation d'une conjonction à plusieurs énoncés et la transformation du "et" en "ou".

La figure résume le modèle et notre problématique générale.



4) *Étude pour valider le modèle*

4.1) *Le terrain d'enquête*

Le terrain d'enquête est constitué des néo-bacheliers S de première année Sciences et Technologies de La Réunion, tous parcours confondus, "motivés" par leurs études. Le critère de "motivation" est basé sur le non abandon probable des enseignements et consiste à avoir obtenu une moyenne générale supérieure ou égale à 6/20 à la fin du premier semestre. Malgré la grossièreté de la mesure, cela semble statistiquement représentatif des étudiants relativement souvent présents durant les enseignements.

Le modèle est testé sur des données de 2003-2004 et 2004-2005 récoltées auprès de 80% de la population ciblée, soit 233 étudiants la première année et 185 la seconde. Comme 75% des étudiants d'une année ont un comportement similaire à 75% de l'autre année, on peut estimer effective la représentativité d'une année relativement à l'autre et les regrouper. L'échantillon référent ainsi obtenu est de 310 étudiants.

L'enquête est menée in vivo, durant un enseignement sur les "raisonnements et démarches (des) scientifiques" obligatoire pour tous les 1ères années et de coefficient faible.

4.2) L'enquête

L'enquête est constituée de deux questionnaires : l'un est intégré à un test non noté sur les raisonnements et effectué par tous les étudiants lors de la première séance d'enseignement, l'autre est partie de l'examen final, en décembre.

4.2.1) Test de septembre

À l'arrivée à la faculté, un test sur les raisonnements est proposé aux étudiants comme prise de contact et support de l'enseignement qui va suivre. Il dure environ 40 minutes et les absences de réponses ne peuvent être dues à un manque de temps. Il contient les questions qui intéressent notre présente étude, présentées dans l'ordre où elles sont posées.

4.2.2) 1 question sur la négation quantifiée (NQ)

Donnez la négation de la phrase "aucun chat n'est vert"

Les modalités de dépouillement sont :

- **existe** : les réponses sont assimilées à "il y a au moins un chat vert"
- **tous** : les réponses sont assimilées à "tous les chats sont verts"
- **autre** : pas de réponse, refus de nier, "aucun chat est pas vert", "les chats sont rouges"...

À noter qu'aucune des classes de réponses de "autre" n'est statistiquement exploitable.

4.2.3) 2 questions sur les règles de négation d'une principale suivie d'une subordonnée (PS)

Donnez la négation de la phrase "je savais que tu connaissais ta leçon"

Donnez la négation de la phrase "il ne faut pas manger ce qui n'est pas comestible"

Les deux questions sont traitées ensemble puisqu'elles sont conçues pour fournir des indications sur l'état du système de règles.

Les modalités des couples de réponses sont :

- **bonrègle** : les 2 réponses nient la principale et seulement elle
- **mauvrègle** : les 2 réponses nient la principale et la subordonnée
- **pasrègle** : pas de réponse, refus de nier la 2ème, négation de la subordonnée...

À noter que "pasrègle" ne peut être divisée en sous-classes statistiquement exploitables.

4.2.4) 1 question sur la négation de conjonction (gestion d'antonymes: GA)

*Parmi les objets suivants quel est celui qui nie / quels sont ceux qui nient "Grand, rond et rouge":
une boule - une petite boule - une petite boule rouge - une petite boule bleue -
une pyramide - une petite pyramide - une grande pyramide - une petite pyramide jaune ?*

Les modalités de réponses sont :

- **correct** : réponse correcte
- **autre** : pas de réponse, et réponses incorrectes (quasi toutes les combinaisons sont représentées bien qu'aucune ne soit statistiquement exploitables).

4.2.5) 1 question en décembre dans l'examen après enseignement

La première question de l'examen final a trait à la loi de Morgan :

En utilisant autant que possible les lois de Morgan, donnez la négation logique de "Le citron contient de la vitamine C et le citron contient de la vitamine A et le citron contient du magnésium"

Les modalités de réponses sont :

- **juste** : la réponse est assimilable à (non A) ou (non B) ou (non C)
- **rma** (règle mal appliquée) : la réponse contient la notion de ou mais ne peut être considérée comme correcte. Ex. : (non A, B) ou (non C) , A ou B ou C)
- **et** : la réponse est assimilable à (non A) et (non B) et (non C)
- **autre** : pas de réponse, autre règle...

Une fois de plus "autre" ne peut être divisée en sous-classes exploitables.

4.3) Validation de l'interdépendance des conceptions testées : existence d'une forte corrélation

Le tableau montre les résultats des trois questions de septembre relativement à celle de décembre.

questions de septembre		résultats de décembre				Nb étud. : 310		Moy. sem1
		juste	rma	autre	et	par mod.	% sur 310	
NQ : neg. quantifiée	tous	45%	29%	18%	8%	175	56%	9,54
	existe	39%	18%	33%	10%	51	16%	10,16
	autre	31%	19%	35%	15%	84	27%	8,99
PS : neg Principale/ subordonnée	bonrègle	44%	26%	19%	11%	84	27%	10,14
	mauvrègle	50%	28%	14%	8%	36	12%	10,1
	pasrègle	37%	23%	30%	11%	190	61%	9,09
GA : gestion antonymes	correct	43%	24%	23%	10%	254	82%	9,66
	autre	30%	23%	34%	13%	56	18%	8,74
toutes les modalités		40%	24%	25%	10%	310	100%	9,49

Il y a visiblement corrélation entre chaque question de septembre et celle sur la loi de Morgan de décembre. Ce qui nous autorise pour la suite une interprétation plausible selon nos hypothèses sur l'interdépendance entre systèmes de règles et/ou les différentes négations.

La moins importante des corrélations est celle entre **bonrègle** et **mauvrègle** de la question PS relativement aux modalités de décembre. Elle suggère une priorité du système de règles sur une correction rigoureuse de la négation courante, relativement à l'apprentissage d'une nouvelle règle de négation.

À noter, que pour information, nous avons mentionné la moyenne au semestre et qu'il semble, là-aussi que les notions de règle et de négation soient statistiquement liées aux résultats en mathématiques, chimie, physique et SVT, matières principales du semestre.

4.4) Profils de composée des trois questions et première validation du modèle d'interdépendance des trois conceptions testée

4.4.1) Un profil est une combinaison de modalités

Nous appelons "profil" une combinaison de trois modalités dont la première est modalité de NQ, la seconde de PS et la dernière de GA. Par exemple : **existe-bonrègle-correct** est le profil des étudiants ayant **existe** à NQ, **bonrègle** à PS et **correct** à GA.

Un profil est donc une représentation de la composée des trois conceptions représentées par NQ, PS et GA.

4.4.2) Hypothèses sur les profils selon le modèle

Combinatoirement, il y a 18 profils possibles, mais, en tenant compte du modèle, certains sont plus plausibles que d'autres.

Selon les questions et les modalités voici ce que nous supposons :

a) PS est la question la plus exigeante quant à la qualité du système de règle.

C'est pourquoi l'utilisation d'une même règle (modalités **bonrègle** et **mauvrègle**) pour les deux sous-questions qui composent PS nous semble présager

- d'une conception plus stable que celles donnant lieu à "**pasrègle**", car induisant un meilleur système de règles et une assurance en lui plus grande. Nous lui accordons pour cela une influence positive quant à l'acquisition de la loi de Morgan

- des modalités **existe** ou **tous** pour NQ et plutôt **correct** pour GA puisque ces deux questions sont supposées plus "simples" (qui peut le plus peut le moins).

Ces suppositions sont valables pour **bonrègle** et **mauvrègle** avec toutefois un moindre degré pour la seconde.

À l'inverse "**pasrègle**" présage d'un système de règles relativement instable. Ce qui peut être négatif pour l'acquisition de la loi de Morgan si le dysfonctionnement est important ou positif si le dysfonctionnement est faible et que l'instabilité permet de faciliter les modifications de la conception de la négation de correction. Les réponses aux deux autres questions permettront de moduler l'état du système de règles.

b) NQ la question où la modalité "autre" est mauvais signe

NQ est la question la plus simple et est très usitée couramment.

Obtenir "**autre**" à cette question semble supposer une instabilité par manque de consistance de la négation et du système de règles. Autrement dit un dysfonctionnement assez important pour supposer une influence négative pour l'acquisition d'une nouvelle règle. Ainsi, cette modalité suggère **pasrègle** comme modalités de PS et **autre**, à un moindre degré pour GA (moindre degré car GA est une question par reconnaissance et non ouverte comme NQ).

tous présage d'une certaine stabilité (à moduler avec PS) des règles de négations.

existe, interprétable comme la mise en évidence de l'existence d'une règle logique présage d'un apprentissage facilité de la loi de Morgan, quoique nous supposons peu stable cette règle logique de négation quantifiée. **Exist** suppose a priori l'utilisation d'une même règle dans PS (**bonrègle** et à moindre degré **mauvrègle**) et plutôt **correct** à GA.

c) GA : a priori les autres l'influencent mais elle n'influence pas les autres

Nous n'émettons pas d'hypothèses sur ce que **correct** ou **autre** pourraient présager comme modalités à NQ ou PS. En revanche, "**correct**" et "**autre**" sont supposés influencer respectivement très positivement et très négativement sur l'acquisition de la loi de Morgan.

d) Synthèse : les profils selon leur plausibilité

Selon les hypothèses posées, nous obtenons :

• 7 profils très plausibles:

- stabilité +++ à dominante correcte++ : **tous-bonrègle-correct**,
- stabilité ++ à dominante correcte++ : **existe-bonrègle-correct**, **tous-mauvrègle-correct**,
- stabilité ++ à dominante incorrecte : **tous-mauvrègle-autre**
- stabilité + à dominante correcte : **tous-pasrègle-correct**,
- stabilité + à dominante incorrecte : **tous-pasrègle-autre**
- stabilité - à dominante incorrecte : **autre-pasrègle-autre**

• 2 Profils plausibles

existe-mauvrègle-correct, **existe-pasrègle-correct**

• 5 Profils peu plausibles

existe-bonrègle-autre
existe-mauvrègle-autre
tous-bonrègle-autre
autre-pasrègle-correct

• 5 Profils invalidants

autre-bonrègle-autre,
autre-bonrègle-correct,
autre-mauvrègle-autre,
autre-mauvrègle-correct,
existe-pasrègle-autre

4.4.3) Résultats : profils retenus par l'étude

À partir du test de septembre, nous avons retenus les profils représentant au moins 5% des étudiants dans chacune des deux années et dont le comportement en décembre est similaire pour les deux années.

a) Apparition des mêmes profils d'une année sur l'autre et de représentativités similaires

Chacune des 2 années a fourni 9 profils d'au moins 5% d'étudiants. **Il s'agit des mêmes profils.** Sur ces 9 profils, le moins représentatif (5% des étudiants) a été écarté pour comportement trop différent en décembre. Les 8 profils restants représentent 75% des étudiants de chacune des 2 années.

Ainsi, ces résultats confirment une homogénéité des données à 75% et la fiabilité du test comme mesure d'évaluation de ce qui est testé.

b) Les 8 profils trouvés valident les hypothèses de plausibilité

- 6 sur 7 des profils très plausibles sont obtenus et retenus : **tous-pasrègle-correct** (19%), **tous-bonrègle-correct** (18%), **tous-mauvrègle-correct** (12%), **autre-pasrègle-autre** (10%), **existe-bonrègle-correct** (9%) **tous-pasrègle-autre** (8%)

À noter que le profil non retenu pour comportement trop différent en décembre est le 7ème profil posé comme très plausible : **tous-mauvrègle-autre** (5%)

- 1 sur 2 des profils plausibles est retenu : **existe-pasrègle-correct** (8%)
- 1 sur 5 des profils peu plausibles est retenu : **autre-pasrègle-correct** (17%)
- Aucun des profils invalidants n'est retenu : sur les 418 étudiants des deux années, ces profils "contiennent" de 0 à 7 étudiants

c) Conclusion : le modèle d'interdépendance des conceptions en jeu est validé

Nous pouvons ainsi affirmer que le modèle est validé quant à la plausibilité d'une interprétation d'interdépendance forte entre la résolution des trois questions de septembre. Et de là, puisque les questions sont issues d'une hypothèse de représentativité de conceptions, l'explication proposée sur les conceptions est, elle aussi, plausible.

4.5) Résultats en décembre des profils

profils (septembre) (tri sur "juste")	stabilité conceptions	résultats décembre				Nb étud.		Moy. sem1
		juste	rma	autre	et	310		
tous-mauvrègle-correct	SR+++A1	50%	28%	14%	8%	36	12%	10,10
tous-pasrègle-correct	SRA1	50%	28%	16%	7%	58	19%	9,11
existe-bonrègle-correct	LSR+++A1	44%	19%	22%	15%	27	9%	10,75
tous-bonrègle-correct	SR++++A1	44%	30%	18%	9%	57	18%	9,85
existe-pasrègle-correct	LSR-A1	33%	17%	46%	4%	24	8%	9,50
autre-pasrègle-autre	SR----A0	31%	19%	34%	16%	32	10%	8,56
autre-pasrègle-correct	SR----A1	31%	19%	35%	15%	52	17%	9,26
tous-pasrègle-autre	SRA0	29%	29%	33%	8%	24	8%	8,98
						310	100%	9,49

Étant donné qu'aucun profil ne dépasse les 50% de réponses **juste**, notre hypothèse de conceptions préexistantes à l'enseignement, à forte dominante incorrecte, est largement justifiée.

À noter, en se rappelant que seulement 1% des étudiants utilisent la loi de Morgan en septembre, qu'on peut considérer que l'enseignement a fortement agi sur la conception de départ puisque au

minimum 50% et au maximum 78% "savent" le jour de l'examen que le "et" se transforme en "ou" (réponses **juste** et **rma**). Quelques études réalisées sur les mêmes étudiants ayant atteint la troisième année de licence (deux ans plus tard) indiquent que, selon les disciplines, 30 à 70% d'entre eux utilisent la loi de Morgan. Alors que les étudiants n'ayant pas suivi le cours de "Raisonnements" sont moins de 10%.

CONCLUSION

Nous intéressants à l'apprentissage du raisonnement logique et ayant adopté l'approche didactique et le modèle par "conceptions" de Giordan et al. (évaluation des conceptions - prise en compte des résultats pour l'élaboration des enseignements - enseignement(s)- évaluation des conceptions post-enseignement), nous avons dans cet article proposé un modèle de conceptions spécifiques à l'évaluation de règles logiques.

Testé sur une des lois de Morgan auprès des néo-bacheliers S de la Faculté des Sciences et Technologies de la Réunion, sa validité et sa pertinence sont attestées. Nos travaux actuels consistent à le peaufiner et à l'instancier pour d'autres règles logiques (notamment la contraposée). Effet de bord non négligeable, le travail sur le terrain suggère un état du raisonnement logique chez les bacheliers S embryonnaire à l'arrivée en faculté et relativement peu développé dans la suite des licences Sciences et Technologies (cf. aussi [MCDV05]) . Pourtant, que ce soit le baccalauréat ou ces licences, ces étudiants obtiennent leurs diplômes...

Bibliographie

- [Chom55] Noam Chomsky, "Logical Syntax and Semantics: Their Linguistic Relevance", *Language* 31, nos. 1-2 (January-March 1955).
- [GiGG97] A. Giordan, F.Guichard, J. Guichard, *Des idées pour apprendre*, Collection André Giordan et Jean-Louis Martinand, Z'éditions, 1997, 339 p.
- [GioV94] : A. Giordan, G de Vecchi, *Les origines du savoir*, Actualités pédagogiques et psychologiques, Delachaux et Niestlé, 1987, éd.1994, 214 p.
- [Lato05] Bruno Latour : *La science en action : introduction à la sociologie des sciences*, La Découverte/Poche, Paris, isbn 2-7071-4546-7, 2005 (1987, 1989, 1995), 663 p.
- [Liar12] L. Liard, *Logique*, Masson, 1884, 230 p.
- [Mouy44] P.Mouy, *Logique, cours de philosophie* (éd. G. Davy), Hachette, 1944, 249 p. (+ résumé, aide-mémoire du cours par A. Le Gall, Hachette, 1949, 92 p.)
- [MCDV05] M.-C. Daniel-Vatonne, "Mars et la petite pyramide jaune. Étude de la négation de conjonction chez les bacheliers S en Faculté des Sciences et Technologies à La Réunion", 8 p., mars 2005, Irem de la Réunion, <http://www.reunion.iufm.fr/recherche/irem/Fiches/MCDVatonne.htm> (ou cf avec Publirem, <http://www.univ-irem.fr/>)
- [PIS05] *Les chemins de la logique*, Dossier, Pour la science, Paris, issn 1246-7685, oct./dec. 2005, 120 p. (dossiers sur "Argumentation et preuve", "Langage et signification", "Connaissance et échanges", "Mécanismes psychologiques").
- [Sal73] A. Salomaa, *Formal Languages*, Academic Press, New York, 1973.