

# Mars et la petite pyramide jaune

## Etude de la négation de conjonction chez les bacheliers S en Faculté des Sciences et Technologies à la Réunion

Marie-Catherine Daniel-Vatonne  
Département Mathématiques-Informatique  
Fac. des Sciences et Technologies de La Réunion

Notre thématique générale de recherche est le raisonnement scientifique et son apprentissage.

La problématique concernée dans cet article est l'état de la négation de conjonction chez les bacheliers S en DEUG Sciences et Technologies avant et après un enseignement sur le raisonnement logique.

Le raisonnement logique sous-jacent au raisonnement scientifique (plus de l'ordre du paradigme que purement logique [Kuhn83]) exige, par le principe d'exhaustivité, qu'une négation inclut tous les cas possibles de négation. Or la négation "courante" d'une conjonction correspond à une conjonction de négations et ne comprend donc qu'un seul cas (ex. la négation de "être grand et rouge" est "être ni grand, ni rouge"). Pour admettre tous les cas, il faut faire appel à une disjonction de négations ("n'être pas grand ou n'être pas rond ou n'être ni l'un, ni l'autre"). La règle logique, qui s'énonce actuellement "**non(A et B) est logiquement équivalent à (non A) ou (non B)**" où A et B sont des propositions et où le ou est logique (inclusif) est appelée loi de Morgan (Augustus de Morgan, 19<sup>ème</sup> siècle).

La loi de Morgan apparaît couramment dans une argumentation scientifique ou une preuve. Par exemple, pour invalider une conjonction d'hypothèses en démarche expérimentale, il suffit de montrer que l'une d'entre elle est fautive ; les tests d'arrêt de boucle en programmation sont très couramment des conjonctions d'expressions booléennes, ..., le raisonnement par l'absurde utilise généralement la règle : la négation de (A et non B) est (non A ou B) (plus connue sous la forme A implique B),...

Ainsi, nous considérons, à l'instar de beaucoup de ceux qui s'intéressent au raisonnement logique, que la loi de Morgan en est partie intégrante et de ce fait qu'elle le subsume.

Ce qui signifie que logiquement, en supposant le tiers-exclu, montrer que des étudiants ne manipulent pas la loi de Morgan, c'est montrer qu'ils ne manipulent pas le raisonnement logique.

Bien que quelque peu provocateur, notre propos général se trouve bien là.

Une première partie est consacrée à l'étude menée auprès des bacheliers S inscrits en première année DEUG à la Faculté des Sciences et Technologies de la Réunion. Les résultats peuvent s'interpréter comme : la loi de Morgan n'est pas acquise par les bacheliers S entrant à l'Université, environ un étudiant sur 2 est capable de l'utiliser après enseignement.

La deuxième partie est une discussion/analyse des résultats. Elle expose le modèle cognitif que nous utilisons pour expliquer les différentes conceptions (représentations mentales) de la négation de conjonction rencontrées chez les étudiants. Elle fait brièvement état de qu'il en est en 2004-2005 auprès des licences de Sciences et Technologies de la Réunion. Elle propose en conclusion le fait qu'il n'est pas indispensable de raisonner logiquement pour obtenir un DEUG et suggère les raisonnements inductifs et analogiques comme palliatifs au manque de logique.

### *L'étude*

#### *Méthodologie*

##### **Le terrain d'enquête**

L'étude est menée en première année DEUG Sciences et Technologies (MIAS, SM, STPI, SV-ST) de l'Université de la Réunion, entre septembre 2002 et mars 2005.

##### **Les sujets visés**

Les étudiants ciblés sont :

- les néo-bacheliers S de 1ère année : on s'intéresse à la négation de conjonction au sortir du bac puis après enseignement.

- motivés par leurs études. C'est-à-dire, qui étudient effectivement et ont donc, notamment, de fortes chances d'avoir effectivement suivi l'enseignement dispensé. Dans l'étude le critère de motivation se résume à avoir obtenu au moins 6/20 de moyenne générale au premier semestre. Autrement dit, nous faisons la supposition, basée sur notre expérience d'universitaire, que, statistiquement, un bachelier S qui étudie effectivement devrait au moins obtenir ce résultat au semestre.

#### **Le contexte**

Nous choisissons d'évaluer le raisonnement logique (ici, à travers la loi de Morgan) là où il a le plus de chances d'être utilisé : lors d'un cours ou d'un examen.

Les néo-bacheliers sont testés pendant l'enseignement et l'examen de "Raisonnements et Démarches (des) scientifiques" (RD) qui a lieu au premier semestre du DEUG.

Les étudiants sont bien évidemment prévenus qu'ils sont sujets de recherche mais nous estimons, au vu des résultats qu'aucun biais n'apparaît de ce fait : statistiquement, ils ne cherchent visiblement ni à briller de ce fait, ni n'en sont bloqués.

#### **Les échantillons**

Nous disposons de données sur plus de 80% des néo-bacheliers S motivés : 283 en 2002-03, 233 en 2003-04 et 185 en 2004-05. Nous considérons que les 3 échantillons de néo-bacheliers sont, de part leur nombre et relativement à la population concernée chacun représentatif des néo-bacheliers de leur année inscrits en DEUG mais aussi, de part les grandes similitudes statistiques entre les résultats des tests faits d'année en année, représentatifs des néo-bacheliers S réunionnais actuels de même profil (bac sans mention, et dans près d'un cas sur 2 ayant des parents n'ayant pas atteints l'enseignement supérieur [Wat01]). Grâce à la représentativité de chaque échantillon, ils sont généralement regroupés pour globaliser les résultats

#### **Les hypothèses**

Nous partons du principe que les bacheliers S ont très généralement très peu d'acquis en modélisation logique ou en formalisation du raisonnement logique. Nous supposons aussi que l'exhaustivité de la logique n'est pas manipulée conceptuellement ou utilisée par les bacheliers. Ainsi en ce qui concerne la négation, il ne leur viendrait pas à l'idée de nier "grand" par "non grand" ou par "tout ce qui est différent de grand"

Au sortir du bac, nous n'exigerons donc pas l'exhaustivité et nous testerons la négation de conjonction à travers les antonymes.

En revanche, après enseignement, la loi de Morgan sera testée en incluant l'exigence d'une modélisation logique (propositionnelle ou du premier ordre au choix des étudiants)

L'hypothèse de base de l'étude est : les bacheliers nient une négation de conjonction par une conjonction de négations. Cette hypothèse est tellement forte en ce qui concerne la manipulation spontanée d'une négation, y compris dans un contexte "scolaire/scientifique", que nous l'avons élargie à une hypothèse d'acquisition partielle : combien d'étudiants sont capables d'une *reconnaissance* d'une disjonction de négations quand on leur en propose une ?

Après enseignement, la question est de savoir combien d'étudiants sauront appliquer la loi de Morgan à une négation de conjonction.

#### ***La négation de conjonction au sortir du Bac. S***

L'enseignement de RD est dispensé en septembre et octobre à tous les premières années DEUG Sciences et Technologies. Lors de la première heure de cours, un test non noté (et non notable) sur les raisonnements naturels et scientifiques est distribué aux étudiants. L'objectif de ce test est avant tout pédagogique. Il est composé de 14 questions et 40 minutes sont suffisantes pour le passer.

La question 12 a trait directement à la négation de conjonction. C'est elle qui nous sert dans cette étude.

## Susciter une négation de conjonction spontanée

Aux néo-bacheliers S de 2002-2003 de 1ère année DEUG Sciences et Technologies, nous avons posé la question : Proposez 2 objets niant "grand, rond et rouge"

septembre 2002		
	nb étudiants	en %
ou	4	1%
et	206	73%
autre	73	26%
	283	

### Susciter une négation de conjonction au sortir du Bac S

*Néo-bacheliers en DEUG 1 Sc. et Techno de la Réunion*

Commentaire : il s'agit de proposer 2 objets niant "grand, rond et rouge". e.g. **ou** (présence d'une disjonction): "un ballon de basket (rond, rouge mais pas grand)"; e.g. **et** (conjonction): "une feuille ", "une petite pyramide jaune"; e.g. **autre** :pas de réponse, "Mars", "impossible"

Nier spontanément une conjonction par une négation de conjonctions est la réponse la plus répandue chez les néo-bacheliers S inscrits en 1ère année DEUG Sciences et Technologies. Ce résultat relève quasiment du lieu commun. Plus intrigant sont les 26% d'étudiants qui ne répondent pas alors qu'ils en ont le temps, proposent "Mars" ou encore écrivent "impossible". Selon nous, les explications peuvent provenir essentiellement de deux directions différentes. En premier lieu, on peut penser que la question n'a pas été correctement lue ou comprise : il y a problème de français ou de rigueur d'analyse et cela ne présage pas une acquisition aisée de la loi de Morgan. L'autre possibilité (non exclusive) est que l'étudiant estime la question difficile, croit à la présence d'un piège,...: sa conception (au sens représentation mentale) de la négation de conjonction n'est pas assurée : l'apprentissage de la conception logique peut en être facilité puisqu'il y aura moins d'"erreurs" à corriger ou qu'elles seront moins profondément ancrées (cf. le modèle cognitif qui nous sert de référence en partie "discussion")..

## Reconnaître toutes les négations d'une conjonction

Reconnaître parmi une liste d'objets tous ceux niant "grand, rond et rouge" nous a semblé un indicateur intéressant de l'état de la négation de conjonction chez les bacheliers S. De la même façon qu'il est bien plus facile de se rappeler le nom de son meilleur copain de maternelle au vu de la photo de classe (remémoration passive) que sans support mnémorique (remémoration active)(e.g. sur la mémoire : [Nico03]), nous nous sommes interrogés sur la reconnaissance du fait qu'il suffit qu'une seule proposition soit niée pour que toute la conjonction le soit.

D'où la liste d'objets proposant tous les cas de figure, 1, 2 ou 3 propriétés niées par antonyme, plus un cas, "une boule", ne pouvant être accepté comme négation.

Ainsi, aux néo-bacheliers S 2003-2004 (233) et 2004-2005 (185), nous avons posé la question :

Parmi les objets suivants quel est celui qui nie / quels sont ceux qui nient "Grand, rond et rouge"

\_\_\_ une boule - \_\_\_ une petite boule - \_\_\_ une petite boule rouge - \_\_\_ une petite boule bleu- \_\_\_ une pyramide - \_\_\_ une petite pyramide - \_\_\_ une grande pyramide- \_\_\_ une petite pyramide jaune

septembre 2003,2004		
	nb étudiants	en %
correct	235	56%
et	24	6%
autre	159	38%
	418	

### Reconnaître une négation de conjonction au sortir du Bac S

*Néo-bacheliers en DEUG 1 Sc. et Techno de la Réunion*

Commentaire : il s'agit de cocher parmi une liste proposée, les objets niant "grand, rond et rouge". **correct** : tous les objets niant au moins 1 des propriétés sont cochés ; **et** : seul l'objet niant chacune des 3 propriétés est coché ; **autre** : toutes les autres réponses

56% des néo-bacheliers donnent la réponse correcte et seulement 6% continuent d'exiger que les 3 propriétés soient niées. Du moins de façon plausible, car les 38% de réponses 'autre' sont souvent inattendues, et dans les objets cochés, et dans leurs nombre d'occurrences. Ainsi, 6% semblent exiger que "rond" soit nié et ne cochent que des pyramides mais il ne s'agit de toutes les pyramides que dans un cas sur 3, 2% cochent des pyramides et la petite boule bleu, 9% cochent tous les objets y compris la boule. Nous n'essaierons pas, ici, de proposer un modèle explicatif de leurs conceptions ni de ce qu'elles peuvent présager de facilités ou de difficultés lors de l'apprentissage de la loi de Morgan.

### **La loi de Morgan après enseignement**

Dans le cadre de RD, l'enseignement de la loi de Morgan sur la négation de conjonction dure environ 30 minutes : 10 minutes consacrée exclusivement à la notion, les 20 autres minutes dispersées sur plusieurs cours et travaux dirigés à des moments opportuns de rappels. A noter que l'associativité de la loi est évoquée brièvement et soumise à la réflexion des étudiants mais ne donne pas lieu à correction d'exercice. Ceci, d'une part parce que nous estimons qu'avoir "compris" la loi de Morgan suppose d'être capable de la généraliser à plus de 2 propositions et que nous testons cet aspect, et d'autre part notre objectif pédagogique n'est pas d'induire du "savoir-refaire" dans le cadre très limité d'un enseignement, mais un "savoir-faire" dans le cadre plus large de l'enseignement scientifique. Pour éviter au mieux, un simple "savoir-refaire", les questions à l'examen ne sont pas des exercices types traités lors de l'enseignement.

L'examen a lieu en décembre. Son premier exercice consiste (en 1.a) à modéliser logiquement une phrase telle que : "Le beurre contient du calcium, du magnésium et de la vitamine A" puis à répondre à :

"1.b) en utilisant autant que possible les lois de Morgan, donnez la négation logique du résultat de a)"

Nous avons regroupé les 3 échantillons d'étudiants "motivés": 2002-2003 (289), 2003-2004(233), 2004-2005(185) (Il y a moins de 4% de différence maximale entre 2 échantillons pour une même modalité).

Décembre 2003, 2004, 2005		
	nb étudiants	en %
juste	275	39%
rma	157	22%
et	88	13%
autre	181	26%
	701	

#### **Appliquer la loi de Morgan après enseignements**

*Néo-bacheliers en DEUG 1 Sc. et Techno de la Réunion*

Commentaire : il s'agit de nier logiquement en utilisant de Morgan "le citron contient de la vitamine C (A) et le citron contient de la vitamine A (B) et le citron contient du magnésium (C).  
**juste** : e.g (non A) ou (non B) ou (non C) ; **rma** (règle mal appliquée) : présence de Morgan mais application incorrecte; e.g. (non A,B) ou (non C); A ou B ou C ; **et** : e.g (non A) et (non B) et (non C) ; **autre** : toutes les autres réponses

Les 26% d'*'autre'* réponses sont pour 1/3 des absences de réponses et pour les 2/3 restants des essais d'application de règles logiques faisant intervenir une forme négative (la contraposée, une négation de quantificateurs). Il est possible que l'écueil fondamental sur lequel les étudiants se sont heurtés soit la modélisation logique et non la loi de Morgan.

Les '*juste*', les '*rma*' et dans un moindre mesure les '*autre*' "savent" que la réponse attendue n'est pas une conjonction de négations. Les 13% de '*et*' sont soit des étudiants n'ayant pas suivi l'enseignement, soit des étudiants dont la conception de négation de conjonction est si fortement ancrée que l'enseignement n'a pas réussi à l'émosser.

Les '*rma*' peuvent être très proches d'une réponse correcte, tandis que les '*juste*' peuvent bénéficier d'une interprétation incorrecte (le "ou" est-il bien inclusif dans la tête de l'étudiant ?)

Les relations qui existent entre la reconnaissance des négations de septembre (2003 et 2004) et la remémoration active de Morgan en décembre sont les suivantes :

61% des 'juste' et 59% des 'rma' avaient 'correct' en septembre

43% des 'correct' ont eu 'juste' en décembre, 24% ont eu 'rma', 22% ont eu 'autre' et 10% 'et'

36% des 'autre' ont eu 'juste' en décembre, 19% ont eu 'rma', 28% ont eu 'autre' et 5% 'et'

La corrélation entre septembre et décembre est donc établie et nous estimons que son explication se trouve dans la validation de l'existence d'un lien conceptuel entre la gestion de l'antonymie et l'exhaustivité logique de la négation (tous les cas doivent être inclus). Meilleure est la manipulation du concept d'antonymie, meilleure est celle de tous les cas de négations qui sont présents dans une disjonction. Les 33% d'étudiants qui avaient 'correct' en septembre mais ni 'juste', ni 'rma' en décembre, nous semblent attester, du moins quand ils ont suivi l'enseignement, de la difficulté plus grande à faire appel à une remémoration active plutôt qu'à une reconnaissance passive.

Les réponses 'et' de septembre semblent s'interpréter plus par un désir de rigueur que par une conception fortement ancrée puisque : aucun n'a eu 'et' en décembre, 59% ont eu 'juste' ou 'rma' en septembre (et 12% de 'juste' ou 'rma' avaient 'et' en septembre). Rappelons cependant qu'ils n'étaient que 24.

## **Discussion**

### ***Le modèle cognitif ou quelques réflexions sur les aspects didactiques***

Notre modèle explicatif des conceptions (représentations mentales) d'étudiants est le suivant : la conception la plus répandue et la plus ancrée est qu'en activation mnémorique volontaire (remémoration sans aide extérieure) la négation d'une conjonction est une conjonction de négation. Dans plus d'un cas sur deux, cette conception est ébranlée par le fait qu'en activation involontaire (remémoration suscitée par un support externe), l'étudiant reconnaît qu'une disjonction de négations est possible. L'enseignement cherche à développer cet aspect pour que la disjonction soit complète et pour qu'elle prenne le pas sur la conjonction lors de remémorations actives.

Giordan et de Vecchi ([GioV94]) montrent que le processus de destruction/reconstruction de conception se passe en continu : on modifie peu à peu une conception et non : on l'efface pour la remplacer par une autre. La modification sera d'autant plus difficile que la conviction de la justesse de la conception est grande.

Pour interpréter les conceptions des sujets à travers ce qu'ils en expriment, on doit aussi tenir compte de leurs (manques de) qualités de rigueur et d'expression. Une réponse claire peut aussi bien dénoter une conception assurée, que l'expression rigoureuse d'une conception fragile.

La présente étude n'a pas cherché à évaluer l'assurance en la conception car elle n'est pas focalisée sur l'acquisition de la loi de Morgan mais sur l'état de celle-ci avant et après enseignement.

Nous estimons cependant que le guide suivant d'interprétation des résultats après enseignement peut être utile : la conception du 'et' laisse place à une certaine confusion (on affaiblit les convictions préalables, on n'est pas encore convaincu de ce qui les remplace) : ce sont les réponses 'autre', puis s'ébauchent les réponses attendues : 'rma' et certainement une bonne partie des 'juste' (l'expression est correcte mais est-ce vraiment dû à une conception effectivement correcte) pour poursuivre vers une conception acceptable de la négation logique : certains 'juste' et certains 'rma' (l'expression n'est pas acceptable mais peut-être que la conception l'est). L'aboutissement théorique est LA conception de la négation logique mais nous mettons en doute qu'elle puisse être totalement acquise (même un logicien met du temps et de l'effort à raisonner logiquement).

L'étude corrobore partiellement cette explication : 67% des 'correct' de septembre ont eu 'juste' ou 'rma' en décembre, contre 55% des 'autre' de septembre. (mais la validation de notre argumentation repose plus sur les travaux existants sur l'acquisition de notions scientifiques (e.g. : [VecG96], [MisC04]), et sur la rédaction en cours d'une étude didactique de la loi de Morgan.)

## ***1 étudiant sur 2 manipule de Morgan après le premier semestre de DEUG***

Quoiqu'il en soit, on peut estimer qu'il y a au plus 1 étudiant sur 2 qui au sortir du 1er semestre de DEUG a la possibilité de raisonner avec de Morgan. Et si on considère que de Morgan subsume le raisonnement logique, il y a donc au plus 1 étudiant sur 2 qui raisonne logiquement (et heureusement que nous n'avons pas étudié l'autre loi de Morgan (la négation d'une disjonction est une conjonction de négations) ou la manipulation de la contraposé !).

De plus, en reprenant le modèle des conceptions, nous savons que par manque de pratique ou par pratique différente, les conceptions soit-disant acquises lors d'un enseignement vont continuer de se modifier. Dans le cas présent, il y a de fortes chances que le loi de Morgan s'affaiblisse, voir disparaisse si elle n'est pas effectivement manipulée.

Pour évaluer ceci, à titre indicatif, nous avons, en mars 2005, posée la question "Donnez la négation scientifique/logique de "La banane contient de la vitamine C, du magnésium et du fructose" aux licences de Sciences et Technologies de la Réunion (65% ont répondu). Parmi ceux qui ont suivi "Raisonnements et Démarches" 2 ans et demi auparavant (comme il s'agissait de la première année où il était dispensé, il faut noter que tous les étudiants en cause ont un parcours "sans faute"), il y a 22% de 'juste' et 41% de 'rma' - remarquons que le rapport est inversé relativement à l'examen de 1ère année- et 29% de 'et'. Plus précisément, dans les licences de Physique et Biologie, il y a 7% de 'juste', 37% de 'rma' et 44% de 'et'. Ce qui peut s'expliquer par le fait que le raisonnement logique est peu abordé explicitement dans les enseignements dispensés et que la conception 'et' reprend le dessus. En revanche, dans les licences de Mathématiques et d'Informatique, il y a 42% de 'juste', 45% de 'rma' et 4% de 'et'. Ce qui peut s'expliquer par le fait que ces étudiants ont d'autres enseignements sur le raisonnement logique (à travers un cours de mathématiques ou de logique) que celui de première année. Notons, que pour ceux qui n'ont pas suivi RD (et qui, soit ont redoublé, soit sont entrés en licence sur validation d'acquis), il y a 6% de 'juste' (tous en licences de mathématiques ou informatique), 25% de 'rma' et 48% de 'et'.

### ***Le raisonnement logique est-il indispensable pour réussir en Sciences et Technologies ?***

Notre conclusion est que finalement, le raisonnement logique subsumé par la loi de Morgan sur la négation de conjonction n'est pas si utile qu'on pourrait le penser pour obtenir des diplômes de l'enseignement supérieur en Sciences et Technologies.

Mais, en tant que cognitiviste, à la définition de l'Encyclopaedia Universalis : "*Un raisonnement, c'est (...) une opération discursive par laquelle on passe de certaines propositions posées comme prémisses à une proposition nouvelle, en vertu du lien logique qui l'attache aux premières.*", nous préférons celle du Larousse : "*Passer d'un jugement à un autre pour aboutir à une conclusion(...)*". Il existe de nombreux autres raisonnements que logique et ils peuvent être très rapides et efficaces dans leurs résultats. Ainsi l'induction (la généralisation à partir d'exemples) et l'analogie sont de bons candidats pour expliquer les performances de nos élèves ou étudiants.

#### **Bibliographie**

- [GioV94] : A.Giordan, G de Vecchi, "*Les origines du savoir*", Actualités pédagogiques et psychologiques, Ed Delachaux et Niestlé, 1987 ed.1994, 214 p
- [Kuhn83] T. S. Kuhn , "*La structure des révolutions scientifiques*", Champs, Flammarion, 1962 ed 1970, 1983, 284 p
- [MisC04] M.F. Missonier, J.L. Closset "Observation de chemins suivis par les élèves dans l'apprentissage des bases de l'électrocinétique", Didaskalia , n°25, déc. 2004, pp63-88
- [Nico03] S. Nicolas, "La psychologie cognitive", Campus, Armand Colin, 2003, 220p
- [VecG96] G de Vecchi , A.Giordan, "*L'enseignement scientifique : Comment faire pour que ça marche?*", Collection André Giordan et Jean-Louis Martinand, Ed Z'éditions, 1996, 222 p
- [Wat01] "Sociologie de l'étudiant de la Réunion", interventions de M. Watin, synthèse des communications et travaux du séminaire "L'Université, une école de la vie" (rédigée par R. Violet), Observatoire de la Vie Etudiante, Université de la Réunion, novembre 2001