

Le dessin ci-dessous représente un triangle ABC et son cercle circonscrit  $\Gamma$  de centre O.

1. Sur le dessin ci-dessous :

- Placer le milieu,  $A'$ , de  $[BC]$  puis tracer la médiane du triangle ABC issue de A. Placer G, le centre de gravité du triangle ABC, sans tracer d'autres médianes.
- Dans le triangle ABC : tracer la hauteur issue de B et placer Q, son point d'intersection avec (AC), tracer la hauteur issue de C et placer R, son point d'intersection avec (AB). On note H l'orthocentre du triangle ABC.
- Placer D le point de  $\Gamma$  diamétralement opposé à A ( $[AD]$  est donc un diamètre de  $\Gamma$ ).

Le but des questions suivantes est de démontrer la propriété observée en TP informatique :

« Les points G, O et H sont alignés et  $GH = 2.GO$  »

2.

- a. Démontrer que le quadrilatère BHCD est un parallélogramme.
- b. En déduire le milieu de  $[HD]$ .
- c. Tracer le triangle AHD. Que représente la droite  $(AA')$  pour ce triangle ?
- d. En déduire, sans faire de nouveaux tracés, le centre de gravité du triangle AHD.
- e. En déduire la propriété : « Les points G, O et H sont alignés et  $GH = 2.GO$  » (la droite qui passe par G, H et O est appelée **la droite d'Euler**).

3. Construire  $H'$ , le symétrique de H par rapport à (BC). Où semble être situé le point  $H'$  ? Le but des questions suivantes est de démontrer cette observation.

- a. En s'intéressant au triangle  $DHH'$ , démontrer que les droites (BC) et  $(DH')$  sont parallèles.
- b. En déduire que les droites  $(AH')$  et  $(DH')$  sont perpendiculaires.
- c. Démontrer le résultat observé au début de cette question.

