

Sujet de mathématiques - BTS : Groupement D

Analyses Biologiques - Biochimie - Biotechnologies - Hygiène, propreté, environnement - Métiers de l'eau - Peintures, encres et adhésifs - Plastiques et composites - Qualité dans les industries alimentaires et les bio-industries.

Session 1996

Les calculatrices de poche sont autorisées conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.
La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies

EXERCICE 1 (sur 10 points)

1. On note $y(t)$ la température en degrés celsius d'une réaction chimique en fonction du temps t , t étant exprimé en heures.

Après étude, on constate que la température est solution de l'équation différentielle :

$$(E) \frac{dy}{dt} + y = e^{-0,25t}$$

avec la condition initiale : $y(0) = 20$.

- a. Résoudre pour $t \in [0, +\infty[$, l'équation : $\frac{dy}{dt} + y = 0$
 - b. Déterminer le réel k tel que la fonction : $t \mapsto k e^{-0,25t}$ soit une solution particulière de (E) .
 - c. En déduire la solution générale de (E) .
 - d. Déterminer la solution de (E) satisfaisant la condition initiale .
2. On considère la fonction $f : t \mapsto \frac{1}{3} [56 e^{-t} + 4 e^{-0,25t}]$ pour $t \in [0, +\infty[$
- a. Etudier les variations de f sur $[0, +\infty[$
 - b. Dans le plan rapporté à un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j})
(unités graphiques : 2 cm pour une heure sur l'axe des abscisses et 1 cm pour un degré sur l'axe des ordonnées) représenter graphiquement f .

EXERCICE 2 (sur 10 points)

PARTIE A

Dans une ville A, le centre de transfusion sanguine effectue 2000 prélèvements par jour.

La probabilité pour qu'un prélèvement soit retenu est égale à $\frac{4}{5}$.

On désigne par X la variable aléatoire prenant comme valeurs le nombre de prélèvements retenus chaque jour.

1. Déterminer les paramètres de la loi binomiale suivie par la variable aléatoire X .
2. Donner l'espérance mathématique de X , puis son écart-type à 10^{-1} près par excès.
3. On admet que cette loi peut être approchée par une loi normale de moyenne 1600 et d'écart-type 17,9. Déterminer, avec cette approximation, la probabilité : $P(X > 1620)$.

PARTIE B

Dans une ville B, le centre de transfusion sanguine effectue également 2000 prélèvements par jour.

Pendant 30 jours, on a retenu 47928 prélèvements. On suppose que tous les prélèvements sont indépendants.

1. Donner une estimation de la probabilité p de retenir un prélèvement.
2. En déduire une estimation du nombre moyen de prélèvements retenus par jour.
3. Déterminer un intervalle de confiance au risque 5 % pour la probabilité p .