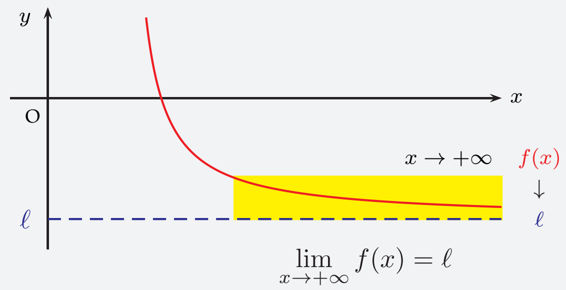
Limites et continuité

Terminale S

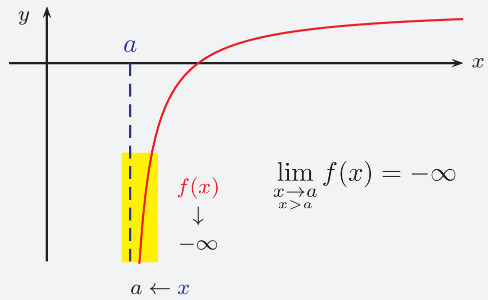
N.Daval

Asymptote horizontale



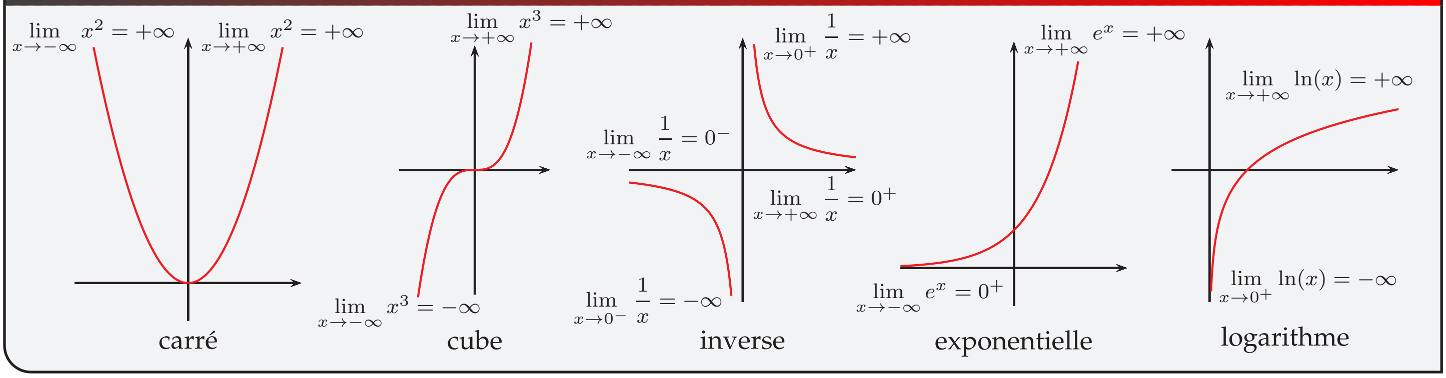
Si $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \ell$, la droite d'équation $y = \ell$ est une asymptote horizontale à la courbe de f en $+\infty$ ou $-\infty$

Asymptote verticale



Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, la droite d'équation $x = a$ est une asymptote verticale à la courbe de f

Limites des fonctions usuelles



Opérations sur les limites

$\lim f$	0	0	∞	0	ℓ	ℓ	∞	∞
$\lim g$	0	∞	0	ℓ	0	∞	ℓ	∞
$\lim(f+g)$	0	∞	∞	ℓ	ℓ	∞	∞	∞/FI
$\lim(f\times g)$	0	FI	FI	0	0	∞	∞	∞
$\lim(f\div g)$	FI	0	∞	0	∞	0	∞	FI

$\ell \neq 0$, règle des signes pour les résultats « ∞ »

Théorèmes de comparaison

f, g, h sont trois fonctions. Si, pour tout $x \in [a, +\infty[$:

- ✧ $f(x) \leq g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$
- ✧ $f(x) \leq g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$
- ✧ théorème des gendarmes : $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = \ell \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \ell$

Limites particulières

$\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$ $\quad \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to0} \frac{e^x-1}{x} = 1$ $\quad \lim\limits_{x\to0^+} x\ln(x) = 0$ $\quad \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$ $\quad \lim\limits_{x\to0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

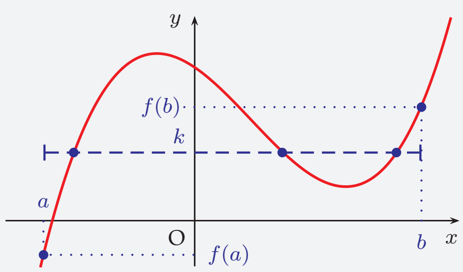
Fonctions composées

$$\underbrace{x \xmapsto{f} f(x) \xmapsto{g} g(f(x))}_{g\circ f}$$

si $\begin{cases} \lim\limits_{x\to a} f(x) = \ell \\ \lim\limits_{X\to\ell} g(X) = L \end{cases}$

alors $\lim\limits_{x\to a} g(f(x)) = L$

Théorème des valeurs intermédiaires



Si f est une fonction continue sur un intervalle $[a\,;b]$ alors, pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x) = k$ admet au moins une solution $\alpha \in [a\,;b]$

Si de plus f est strictement monotone, α est unique