

# Devoir maison

## Première partie

On rappelle que la **moyenne** de deux nombres positifs est la moitié de leur somme.

On appelle **moyenne harmonique** de deux nombres positifs  $a$  et  $b$ , le nombre dont l'inverse est la moyenne des inverses de  $a$  et  $b$ .

Ainsi, les inverses de  $\frac{9}{2}$  et de  $\frac{3}{2}$  sont respectivement  $\frac{2}{9}$  et  $\frac{2}{3}$  ; la somme de  $\frac{2}{9}$  et de  $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$  est  $\frac{8}{9}$  donc la moyenne de  $\frac{2}{9}$  et  $\frac{2}{3}$  est la moitié de leur somme soit  $\frac{4}{9}$  et la moyenne harmonique de  $\frac{9}{2}$  et  $\frac{3}{2}$  est l'inverse soit  $\frac{9}{4} = 2,25$  . On constate que la moyenne de  $\frac{9}{2}$  et de  $\frac{3}{2}$  est 3 et n'est donc pas égale à leur moyenne harmonique.

Écriture en JavaScript, à partir de la fonction « moyenne », elle aussi créée:

```
function moyenne(x,y){
    var m=(x+y)/2;
    return(m);
}
function moyenneHarmonique(x,y){
    var m=moyenne(1/x,1/y);
    return(1/m);
}
```

1. Calculer la moyenne harmonique de 2 et 3. On détaillera les calculs et on donnera le résultat sous forme de fraction irréductible.
2. Même question pour  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{1}{3}$  .
3. Mettre la moyenne harmonique de  $\sqrt{2}$  et de son inverse  $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  sous la forme du produit de  $\sqrt{2}$  par une fraction irréductible.
4. Peut-on trouver deux entiers naturels distincts dont la moyenne harmonique est un entier naturel? Justifier.
5. Démontrer que si on parcourt un trajet à une vitesse  $v_1$  pendant l'aller puis à une vitesse  $v_2$  pendant le retour, alors la vitesse moyenne sur l'aller-retour est la moyenne harmonique de  $v_1$  et  $v_2$  .

## Deuxième partie: Applications

Résoudre les exercices suivants:

### 1. En bateau

Un bateau à moteur est vendu pour filer à la vitesse maximale de 12 noeuds.

Il parcourt un trajet aller, puis un trajet retour, moteur à fond, sur un cours d'eau rapide et met deux fois plus de temps à remonter qu'à descendre.

*Quel est, exprimée en noeuds, la vitesse du courant ?*

### 2. Les peintres

Pour repeindre le bâtiment de mathématiques de l'Université Paul Sabatier, un peintre met 20 jours en travaillant seul. Un 2<sup>ème</sup> peintre met 30 jours en travaillant seul.

*Si les 2 peintres travaillent ensemble, combien de jours mettront-ils pour repeindre le bâtiment ?*

### 3. Pour être à l'heure

Si je roule à 20kilomètres par heure, j'arrive avec une demi-heure de retard à mon rendez-vous. Si je roule à 30 kilomètres par heure, j'arrive une demi-heure en avance.

*Quelle doit-être ma vitesse pour être à l'heure à mon rendez-vous ?*

### 4. Randonnée à la Réunion

Un randonneur effectue l'ascension du Piton des Neiges ( plus haut sommet de l'île de la Réunion ) à la vitesse moyenne de 3 km/h. Il redescend par le même chemin en courant : il va ainsi trois fois plus vite qu'à l'aller.

*Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble de son parcours (aller et retour) ?*

### 5. Françoise, Isabelle et Josette en TGV

Françoise, Isabelle et Josette prennent un TGV à Rouen à 14h25 pour arriver à Avignon à 17h25. Durant le premier tiers de la distance, le TGV se déplace à 250 km/h ; durant le second tiers, il roule à 275 km/h ; et la fin du trajet se fait à 225 km/h.

*Quelle est la distance parcourue par le TGV entre Rouen et Avignon ?*