Somme de 3 entiers consécutifs (tous niveaux du collège)

a. Énoncé

FICHE ELEVE

ACTIVITE - TRAVAIL DE GROUPE

1) **Peux-tu trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 27 ?**
Si oui, quels sont ces nombres ?
2) **Peux-tu trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 348 ?**
Si oui, quels sont ces nombres ?
3) **Peux-tu trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 1191 ?**
Si oui, quels sont ces nombres ?
4) **Peux-tu trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 35 ?**
Si oui, quels sont ces nombres ?
5) **Peux-tu trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 826 ?**
Si oui, quels sont ces nombres ?
6) **A quelle condition un nombre est la somme de trois nombres entiers consécutifs ?**

Pour ce problème :

- Sur ta copie double, **tu sépareras** :
  - **Partie 1 : la recherche individuelle**
    Tu écriras sous forme **d'une narration de recherche** toutes les idées qui te viennent en tête pour le résoudre. Tu écriras **toutes les étapes de ta recherche**, y compris les étapes qui n'ont pas abouties.

  - **Partie 2 : Apports éventuels du travail de groupe et du débat en classe** :
    1. Qu'est-ce que le travail de groupe t'a apporté de nouveau par rapport à l'exercice ?
    2. Est-ce que le groupe t'a permis d'avancer, de te corriger, de débloquer une interrogation, de comprendre le problème, d'acquérir des compétences concernant le socle commun ? (autonomie, initiative, responsabilité…)
    3. Quelles sont toutes les choses que tu as apprises avec cette activité ?

  - **Partie 3 : APPORT DES OUTILS UTILISES :**
    1. **Quel(s) outil(s) (calculatrice, logiciels informatiques) as-tu utilisé ?**
    2. **Pour quelles questions ?**
    3. **Est-ce que cela était utile ? Pourquoi ?**
    4. **Aurais-tu trouvé tes réponses sans cet outil ? Si oui, comment et lors de quelle phase tu t'en es aperçu ?**

- **Tu complèteras la ligne d'auto-évaluation**

- **Tu reporteras ensuite l'évaluation du professeur sur ta fiche de suivi (quand le professeur aura rendu les copies)**

SOCLE COMMUN – GRILLE D'EVALUATION							
	A	C1	C2	C3	C4	TIC -B2i	I
Auto-évaluation de l'élève							
Evaluation du Professeur							

Commentaires et Note :

Acquis	En cours d'acquisition	Non évalué
○		✖

Remarques

1) Toute la mise en œuvre est explicitée dans les paragraphes 3 et 4 du présent chapitre et en annexe II.
2) Même si cette activité ne se rapporte pas à une situation concrète, on peut la considérer comme **une tâche complexe.**

   Elle **mobilise des ressources internes** (capacités, connaissances, vécu...) et **externes** : les élèves ont à leur disposition leur cahier de mathématiques ainsi que les ordinateurs en libre-service.

   L'énoncé est assez simple à comprendre et **permet de motiver la recherche.**

   L'énoncé précise à l'élève ce qu'il doit faire, **de façon ouverte**, sans détailler, et ce qu'il doit produire, mais **sans lui dire comment s'y prendre ni lui donner de procédure.**

   L'activité ne se réduit pas **à l'application d'une procédure automatique.**

   Les élèves peuvent adopter ***une démarche personnelle de résolution pour réaliser la tâche.***

   Ils doivent mobiliser, combiner plusieurs savoir-faire (voir les objectifs plus bas) pour trouver une solution et développer de nouvelles compétences.

b. Grille d'évaluation liée à cette tâche complexe

GRILLE D'EVALUATION D'UNE TÂCHE COMPLEXE EN COURS

	Items	Barème – Eléments de réponses
RESOLUTION DU PROBLEME : 11 pts	**Réponses :** 2) à 5) : **2 pts**	Réponses pour les question 2) : 115-116-117 3) : 396 – 397- 398 4) et 5) : Non : **0,5pt/rép**
	C1 : 1 pt	➢ Question 1 traitée correctement donne C1 : 8- 9 -10 : **1 pt** (réponse + justification)
	C2 : 2 pts **C3: 5 pts** **2 pts**	▪ Calculs corrects posés : **1 pt** ▪ Astuce pour calcul mental : **0,5 pt** ▪ Critère de divisibilité utilisé : **0,5 pt** ▪ Réduction expression littérale : **1 pt**
		▪Raisonnement par essais (au hasard) : **0,5 pt** ▪Raisonnement essais ***puis*** réajustement : **0,5+0,5 pt** ▪ Justification correcte pour pour la question 4) et 5 : **1 pt** ▪Le groupe remarque que le résultat doit-être **un multiple de 3** pour trouver la solution (tableur, ou arithmétique…) : **1 pt** ▪Utilisation d'une lettre : **0,5 pt** ▪Expression littérale établie : **1 pt**
	TIC **1 pt**	▪ Bonne manipulation du tableur : **Si c'est bien fait alors je mets un « vert » mais non noté.** ▪ Tableur permet d'établir une bonne conjecture ▪ Tableur permet de répondre aux questions ▪ Bonne réflexion sur l'outil informatique (vu dans le questionnaire) : **1 pt**
	C4 : **1pts** **0,5 pt**	➢ Bonne présentation de la démarche : **1pt** ➢ Narration de recherche produite en production collective : Questionnement, interrogations, remises en question, histoire racontée, chronologie… : **+0,5 pt**
INVESTISSEMENT TRAVAIL DE GROUPE : 9 pts	**Investissement personnel : Ip** **3 pts**	➢ Si la production individuelle apporte des éléments nouveaux (concernant les 5 items précédents) par rapport au travail de groupe, on rajoute les points qu'il faut conformément au barème précédent. ➢ Sur la production individuelle - **« Narration de recherche »** *observable* dans la Partie Recherche individuelle et Apport du travail de groupe : **1,5 pt** Histoire racontée, compréhension du sujet, chronologie des étapes, bon questionnement, bonne réflexion sur sa démarche, précision du récit, vérification de ses idées, essais faits, esprit cohérent…. ➢ **Effort, investissement, persévérance** marquée (sur la production individuelle ou lors de la phase de débat) : **1,5 pt**
	Investissement collectif **Travail de Groupe : Ic** **6 pts**	1.Echange des idées : **0,5pt** 2.Ecoute de chacun : **0,5pt** 3.Groupe autonome : **1 pt** - Discussions non autorisées **entre les groupes** - Demande d'aide au professeur uniquement en cas de **blocage du groupe** 4.Groupe motivé, qui travaille, s'investit, persévérant où **TOUT le monde participe** **(Investissement collectif) : 1,5 pt** 5.Groupe organisé, efficace, vigilant sur le temps imposé, qui respecte les différentes phases : **1 pt** 6.Groupe motivé (choix du rapporteur, …), attentif lors de la phase de débat 7.Groupe convaincant lors de la phase de débat 8.Groupe créatif ayant des initiatives :**1,5 pt** **Possibilité de mettre des bonus de 0,5 pts sur des critères.**

Commentaires

1) L'évaluation porte aussi bien sur la résolution du problème que sur l'investissement collectif, ceci afin de favoriser un vrai travail de groupe où tout le monde participe.

   Par une évaluation positive, on incite les élèves à s'investir, à participer dans le groupe. Même si la solution n'est pas trouvée, ils peuvent avoir une bonne note par ce critère « Investissement ».

2) Cette grille d'évaluation (exhaustive) permet au professeur de noter les élèves à partir de leurs productions à la fin de l'activité.
   Elle sert <u>uniquement de support</u> mais en aucun cas elle ne doit être respectée à la lettre. Elle doit être utilisée comme <u>outil de réflexion pour créer sa propre grille.</u>
   Elle n'est donc pas figée.
   <u>En fait, l'intérêt pédagogique de cette grille ne réside pas dans la note :</u>
   Cette grille permet surtout de faire **<u>une analyse a priori des diverses démarches possibles</u>** et éventuellement de **<u>les graduer par niveau d'expertise : des démarches personnelles aux démarches expertes.</u>**
   Afin de motiver toujours les élèves, le barème peut être établi afin que **tous les élèves ayant eu une démarche personnelle aient la totalité des points.**
   Ceux qui seront allés plus loin (démarche experte) auront **des points de bonus.**
   Ceci permet de **valoriser les élèves** car le but n'est pas la note en soi mais **la formation à des compétences transversales**, notamment **à celle de résolution de problèmes.**
   La note n'est donc ***<u>en aucun cas nécessaire</u>***.
   Sous forme d'évaluation positive, **elle permet uniquement de motiver les élèves** car même ceux en difficulté pourront avoir une bonne note, du moment qu'ils aient été en activité durant toute la tâche complexe.

c. Contexte

Cette tâche complexe peut-être donnée à tous les niveaux du collège :

- En classe avec ordinateurs en libre-service
- En salle informatique

Un travail de groupe a donc été effectué.
Sa mise en œuvre a été vue dans l'annexe II.
Pour gagner du temps, les élèves travaillent sur une seule table et seuls deux élèves n'ont qu'à retourner leur chaise.

Pour l'expérimentation, la tâche complexe a été faite avec une classe de 4ème avec 4 ordinateurs en libre-service ayant les logiciels usuels (tableur, calcul formel…)
Le professeur a constitué 5 à 6 groupes de 3 ou 4 élèves.

<u>Remarque sur la constitution des groupes</u>
Le choix des groupes peut se faire suivant **<u>plusieurs critères de plus en plus fins</u>** :

• **<u>Organisation spatiale</u> :** afin de gagner du temps, on forme les groupes à partir d'élèves qui sont proches dans la classe.

• **<u>Hétérogénéité</u> :** on peut également essayer de travailler **l'hétérogénéité, la différenciation**.
Le professeur décide du ***<u>degré d'hétérogénéité du groupe</u>*** suivant la qualité des travaux de groupe réalisés tout au long de l'année : on peut avoir de bonnes surprises en créant un groupe hétérogène. Bien sûr, si cela ne marche pas, le professeur a le pouvoir de changer la constitution des groupes et de reconstituer des groupes moins hétérogènes…
L'idée de constituer que des groupes homogènes peut conforter les élèves en difficulté dans leur situation d'échec. De plus, cela ne favorise pas les confrontations des diverses démarches (personnelles et expertes).

• **<u>Affinités</u> :** lorsque les deux critères précédemment utilisés ne suffisent plus, le professeur peut décider de former les groupes par affinités. Il peut demander aux élèves avec qui ils veulent absolument travailler. Bien sûr, le professeur sera d'autant **plus exigeant** sur **l'investissement et le travail de ce groupe** puisqu'il a accepté leur demande.

En jouant sur ces critères, **avec l'expertise du professeur** ayant pratiqué plusieurs travaux de groupe en cours d'année, **la constitution des groupes s'affine**. De plus, les élèves apprennent tout au long de l'année, lors de ces travaux de groupe, à mieux se connaître et à travailler ensemble.

d. Prérequis

<u>En 4ème</u> :
Ce problème s'intègre dans **<u>une progression spiralée</u>** où le calcul littéral est vu tout au long de l'année (Voir également l'annexe III).
Séquence 1 (1er trimestre) : calcul littéral, sens, production d'une expression littérale, variable.
Séquence 2 (Début 2ème trimestre) : factorisation (rappels de 5ème), réduction d'une expression.
La résolution d'équation n'a pas encore été vue.
Cette activité sera ensuite reprise à titre d'exemple lorsque ce chapitre sera effectué.
Elle sera l'occasion également de montrer la diversité des stratégies pour résoudre un problème.
Concernant l'outil informatique utilisé, les élèves y ont été initiés en plénière **<u>progressivement, par petites touches, en spirale.</u>**
Les élèves savent manipuler **le tableur**, insérer, généraliser des formules.
Ils l'ont vu notamment lors de la séquence 1, afin d'illustrer des programmes de calculs simples, puis en devoirs à la maison et en devoirs surveillés.
Les élèves sont également habitués à la pratique des narrations de recherche et au travail de groupe.

e. Objectifs et analyse a priori

- **Généraux**

Les élèves doivent « résoudre un problème » et mettre ainsi en œuvre des compétences du Socle Commun : compétence 3 – Domaine « Résoudre un problème » - Items C1, C2, C3, C4. La partie « narration de recherche » permet d'évaluer la compétence 1 et le travail de groupe (suivi du débat) permet d'évaluer les compétences 6 et 7 du Socle Commun.

Il s'agit de résoudre un problème sans passer par la méthode experte de résolution d'une équation, d'établir des conjectures, des stratégies et essayer de les prouver, de les justifier. Les élèves doivent également apprendre à communiquer leurs résultats, leurs démarches, exprimer dans un langage correct leurs conjectures.

Le but est également de donner du sens au chapitre « réduction d'une expression littérale », de réfléchir sur la nature d'une expression littérale, sur le résultat d'un calcul.
Les questions 1), 2), 3) sont des cas où il y a une solution. Les questions 4) et 5) vont amener les élèves à se demander à quelle condition on peut trouver une solution.
Les stratégies peuvent-être diverses :

- Essais au hasard (calcul mental, écrit, calculatrice).
- Essais organisés, mise en place d'une stratégie (papier-crayon, calculatrice, tableur).
- Calculs répétitifs et conjectures (papier-crayon, calculatrice, tableur).
- Utilisation du calcul littéral…

Les nombres (plus grands) ont été choisis afin d'inciter les élèves à affiner, diversifier leur stratégie.

- **Calcul mental et/ou écrit – capacités développées**

Les calculs numériques sont simples à réaliser.
Les questions 1) et 4) peuvent se faire par le biais du **calcul mental** ou en faisant des essais au hasard. Cela sera d'ailleurs demandé lors de la phase de débat afin de travailler ***le calcul mental*** avec ***tous les élèves*** *: « Comment avez-vous fait le 1er calcul ? Donnez d'autres exemples»*

Les questions peuvent se faire **à l'aide du calcul écrit, papier-crayon** en faisant **des essais organisés.**
Pour répondre aux questions, un élève peut éventuellement penser à chercher **un ordre de grandeur** en divisant la somme par 3 puis faire des essais. Il utilisera alors aussi bien, sous forme **d'aller-retour, le calcul mental, le calcul posé** (permettant d'alléger le travail de mémorisation), **le calcul approché et le calcul exact**. Il convient donc de ne pas systématiquement opposer ces types de calculs.

Exemple : 348, c'est 300 + 48. 300 ÷ 3 = 100 et 48 ÷ 3 = 16 donc 348 ÷ 3 = 116.
Puis on essaye : 116 + 117+118 = 351, 115 + 116 +117 = 348.
Pour 826 : 826 ÷ 3 ≈275.
Puis on fait tous les essais « autour de 275 » pour voir que ça ne marche pas.
L'élève peut donc montrer qu'il n'y a pas de solution à un problème par des « essais exhaustifs ».
Il peut également remarquer que lorsqu'il y a une solution, il suffit de diviser la somme par 3 et de commencer par l'entier immédiatement inférieur. Cela pourra être justifié et débattu avec la production de l'expression littérale : $(n-1) + n + (n+1)$.
L'élève peut également utiliser les critères de divisibilité pour répondre aux questions et anticiper ainsi les réponses (***capacité d'anticipation***).

Pour formuler la conjecture, les élèves doivent connaître **la notion de multiple.**
Pour la prouver, ils doivent être en mesure de **formaliser cette notion via le calcul littéral.**

Pour la question 6), on attend que les élèves passent par **le calcul littéral :**
Ils doivent :
- **produire une expression littérale,**
- **la réduire (savoir gérer une expression avec parenthèses),**
- **interpréter le résultat obtenu.**

Suivant le choix de l'entier choisi comme inconnue, l'expression obtenue ne sera pas la même : $3n-3$, $3n$ ou $3n+3$. Un débat pourra s'en suivre.

Si l'expression choisie aboutit à $3n$, on peut revenir à **la notion de quotient** (*inutile de passer par l'équation du type ax=b*) pour retrouver les réponses aux questions 1), 2) et 3).
Le but de cette activité est également de réfléchir sur la nature d'une expression littérale obtenue par un calcul « à la main ».
Notamment, ils vont devoir réfléchir sur **l'aspect structural**[1] **de l'expression obtenue**.
On développe ici **les capacités d'interprétation.**
La factorisation (suivant l'entier choisi comme inconnue) pourra être ici utile pour aider au raisonnement.

A partir de $3n-3$ ou $3n+3$, ou $3n$…les élèves vont devoir interpréter le résultat obtenu et identifier un multiple de 3.
Par exemple, avec $3n-3$, **des savoir-faire calculatoires** sont développés :
- l'élève doit **factoriser l'expression** : Il doit être capable pour cela **d'identifier une somme algébrique** dont **les deux termes sont des produits** avec **un facteur commun** (dont l'un n'est pas apparent : $3 = 3\times 1$)**.**
- Comprendre le résultat $3n - 3 = 3\times (n-1)$: $n-1$ est un nombre entier, donc l'écriture $3(n-1)$ exprime bien le fait d'avoir un multiple de 3.
  Ici**, l'intelligence de calcul est travaillée**[2]. L'aspect technique ne fournit pas directement la réponse au problème. L'élève doit se poser des questions sur la nature des objets mis en jeu.

[1] Cf. Document ressource Eduscol : « *Du numérique au littéral au collège – Février 2008* »
[2] Conférence de Michèle Artigue – Repères IREM n°54 (2004)
« L'enseignement du calcul aujourd'hui : Problèmes, défis et perspectives »
« L'intelligence du calcul, qu'il soit numérique ou algébrique, nécessite un répertoire mémorisé […]
L'intelligence de calcul pour pouvoir se développer et s'exercer nécessite que l'on s'autorise à sortir des seuls exercices routiniers et souvent des seules obligations du programme »

- **Calculs instrumentés – Influence des outils**

Pour les autres questions, les nombres (plus grands) ont été choisis afin d'inciter les élèves à utiliser d'autres stratégies, d'autres outils comme la calculatrice ou le tableur.
Ils peuvent utiliser la calculatrice et effectuer des essais organisés : étude de l'écart par rapport au résultat, prise en compte des essais antérieurs…
Après avoir compris la finalité du problème et s'être engagé dans des calculs « à la main », l'élève peut ensuite s'approprier le tableur pour gagner du temps sur les calculs répétitifs.
Cela permettra notamment de répondre directement aux questions 1) à 5) par une stratégie éventuellement différente des précédentes.

Pour la question 6), le tableur est un outil efficace **permettant d'établir des conjectures** sur la nature de la somme.
Il peut également aider les élèves pour **produire une expression littérale** car les formules à insérer s'en rapprochent.
Pour cet exercice, notons que l'utilisation de l'outil informatique n'est pas indispensable pour répondre au problème.
Libre aux élèves, **en autonomie**, de choisir quelles stratégies ils décident d'adopter avec ou sans l'outil informatique.

- **Récapitulatif des savoir-faire liés au calcul qui peuvent-être observés :**

		Calcul automatique	**Calcul réfléchi ou raisonné**
Calcul numérique	**Calcul mental**	Sommes simples Divisions simples Utilisation des tables (celle de 3)	Division de 348 par 3 en décomposant : 348 = 300+ 48
	Calcul écrit	Sommes Divisions	Essais organisés Mise en place d'une stratégie Reconnaître des multiples de 3
	Calcul instrumenté : Calculatrice Tableur	Sommes Divisions	Interprétation des résultats obtenus avec tableur pour établir une conjecture, répondre aux questions. Dans le cas où il n'y a pas de solution, choisir un arrondi obtenu à la calculatrice et faire ensuite des essais exhaustifs. Réflexion sur les formules à insérer dans chaque colonne pour répondre aux questions.
Calcul littéral		- Produire une expression littérale. - Réduire une expression littérale avec ou sans parenthèse. - Factoriser une expression littérale. - Interpréter le résultat obtenu (aspect structural) – Notion de multiple.	

f. Différentes phases du déroulement en classe

Durée approximative : 2h

Phases	Rôle du professeur	Rôles de l'élève
Phase 1 : 5 min **Dévolution du problème**	Demander aux élèves de lire l'énoncé *Avez-vous compris le problème ? Quels sont les mots que vous ne comprenez-pas ?* Bien dire aux élèves qu'ils ont droit à tous les supports (papier, calculatrice, informatique…) à condition de remplir le questionnaire	Lire l'énoncé Poser des questions concernant la compréhension du sujet
Phase 2 : 20 min **Recherche individuelle**	Observer les réponses d'élèves Inciter les élèves à laisser traces de tous leurs essais.	Débuter la résolution du problème sous forme d'une narration de recherche. Les élèves peuvent utiliser l'outil informatique si besoin est.
Phase 3 : 45 min **Travail de groupe**	Observez les différentes stratégies adoptées dans chaque groupe Laisser les groupes le plus autonome Proposer des aides (voir ci-dessous) si les élèves bloquent et avec parcimonie	Echanger, discuter des diverses solution, stratégies. Bâtir une solution commune dont le but est de convaincre les autres groupes Choisir un porte-parole pour la phase de débat Utilisation éventuelle de l'outil informatique
Phase 4 : 35 min **Mise en commun des productions – Débat**	Prendre les photos des productions et les visualiser via un vidéo-projecteur Orchestrer le débat en agençant dans un ordre précis les diverses productions Bien demander aux élèves quels outils ils ont utilisés (manuel, instrumentés…) et pourquoi ? Revenir sur le calcul manuel, mental lorsque cela était préconisé.	Ecouter les groupes Exprimer, décrire leurs solutions.
Phase 5 : 15 min **Synthèse - Solution**	Si les élèves n'y sont pas arrivés, amener les élèves à la solution par des questions.	Participer à l'animation du professeur Ecrire ce qu'ils ont retenu de l'activité

Remarque :
Le document ressource sur la « *mise en œuvre d'une tâche complexe* » sur le site académique de la Réunion détaille également toutes ces phases, la gestion du débat…
http://maths.ac-reunion.fr/College/Socle-commun/Mise-en-oeuvre-gestion-et

g. Blocage et aides éventuelles

Cette partie est fondamentale : Tous les groupes ne vont pas forcément aboutir à la solution. Certains vont bloquer.

Il est fondamental de réfléchir sur ces éventuels blocages et d'anticiper des questions permettant d'aider les élèves à avancer sans pour autant leur donner la démarche de résolution.

Les aides doivent donc être formulées sous forme de questions, en permettant toujours **une réflexion de la part de l'élève**.

Elles doivent être différenciées suivant l'interlocuteur et délivrées avec parcimonie en essayant le plus possible de ne pas induire la démarche de résolution et de favoriser ainsi la réflexion, l'autonomie et l'initiative.

Le professeur a donc en sa possession une liste de questions qu'il va pouvoir utiliser **de manière différenciée en fonction de son interlocuteur**.

Afin de former les élèves à **des compétences transversales, créer des méthodologies**, le professeur peut demander aux élèves de noter l'aide du professeur ou il peut également faire coller sur la production de l'élève des bandelettes en papier où figurent les questions (elles auront été préparées à l'avance).

- Des élèves peuvent ne pas comprendre les consignes, ne pas utiliser des nombres entiers, oublier le fait que les nombres se suivent, faire des essais qui ne vont pas dans le « bon sens »… **Des aides sur la capacité C1 : « extraire l'information utile » permettent à beaucoup d'élèves d'entrer dans le sujet** (*comme préconisé par le document ressource EDUSCOL sur le Socle Commun en mathématiques sorti en mai 2011*)
    - *Avez-vous bien compris la consigne ?*
    - *Quels sont les mots qui vous posent problème ?*
    - *Pour la question 6) : Avez-vous trouvé des cas où il n'y a pas de nombre répondant au problème ? Le but est de trouver une propriété, une condition permettant d'affirmer directement si oui ou non un nombre peut être la somme de 3 entiers consécutifs.*
- Des élèves peuvent avoir du mal à organiser leurs essais et ne pas trouver les réponses.
    - *Comment-as-tu procédé pour les questions précédentes ?*
    - *As-tu laissé traces de tes essais ? Quelles observations peux-tu faire ?*
    - *Comment peux-tu organiser tes calculs ? tes idées ?*

- Des élèves peuvent avoir du mal à répondre à la question 6), à formuler une conjecture, à l'exprimer *(« ça va de 3 en 3 »…)*

    - *As-tu fait d'autres essais ? Que remarques-tu ?*
    - *Quel outil peux-tu utiliser pour faciliter les calculs ?*
    - *« Ca va de 3 en 3… » : A quelle notion mathématique cela fait référence ?*

- Des élèves peuvent avoir du mal à insérer les bonnes formules.

    - *Comment obtient-on le nombre qui « suit » ?*
    - *Quelles formules peux-tu insérer ?*

- Des élèves peuvent avoir du mal à prouver leur conjecture.

    - *Comment généraliser un résultat, des calculs qui se répètent ?*
    - *Si n est le nombre choisi. Comment écrire le nombre entier qui suit en fonction de n ?*
    - *Quelles formules avez-vous inséré dans les cellules ?*
    - *Comment exprimer la somme des 3 entiers consécutifs en fonction de n ?*
    - *Comment réduire une expression littérale ?*
    - *Quel est le but voulu ?*
    - *Comment transformer une somme en un produit ?*

Des élèves peuvent également établir des conjectures fausses ou imprécises… (*Exemple : il faut que la somme soit un nombre pair…).* Dans ce cas, ces solutions seront discutées lors de la phase de débat. Le professeur fera avancer le débat, notamment au travers de contre-exemples produits par les élèves.

Au fil des tâches complexes, des aides génériques se créent et nous pouvons au fur à mesure les lister : ci-dessous, un document de réflexion sur ces aides génériques.

Aides génériques possibles (non exhaustif)

Remarques :

- Débloquer C1 permet dans la plupart des cas de débloquer la situation et permet de relever des manifestations positives de C2, C3.
- Il suffit souvent de traduire les critères de réussite en questions « ouvertes » pour obtenir ces aides.
- Pour cela, la grille de référence du Socle Commun et l'aide au suivi de l'acquisition des connaissances et des capacités du Socle Commun peuvent beaucoup aider.

Méthodologie

Chronologie

Pratiquer une démarche scientifique

Apprendre et enrichir ses connaissances

Quelles connaissances peux-tu utiliser ? A quelle partie du cours cela te fait-il penser ?
Quelle(s) propriété(s) peux-tu utiliser ? Pourquoi ?
Quelles sont les hypothèses, les conditions te permettant d'appliquer cette propriété ?

C1

As-tu relu l'énoncé ?
Comprends-tu la signification de chaque mot ?
As-tu repéré, identifié, souligné les données, les mots importants ?
Quelles sont les données qui te paraissent utiles ?
Quelles sont les données numériques ? Quelles sont leurs significations ?
Peux-tu reformuler le sujet, le problème ?
Peux-tu traduire les données de ce graphique ? De ce tableau ?
Peux-tu coder la figure à partir des informations du texte ?
Peux-tu traduire les informations qui sont codées ?
Peux-tu repérer une figure-clé ?

C2

Quels calculs peux-tu faire ? Pourquoi ? Sont-ils corrects ?
As-tu fait des essais ?
As-tu fait des schémas pour mieux te représenter la situation ?
As-tu bien appliqué la consigne pour réaliser ton schéma, ta figure, ton tableau, ton graphique ?
As-tu bien appliqué le programme de calcul ?

C3

As-tu écrit ta démarche de résolution ? Présenter tes idées principales ?
As-tu les traces de tes essais ? Peux-tu les expliquer ?
Quelles observations peux-tu faire à partir de tes essais ?
As-tu vérifié tes résultats ?
Tes résultats sont-ils cohérents ?
As-tu fait d'autres essais ? Sont-ils corrects ?
Peux-tu trouver une autre façon de faire ? As-tu essayé d'autres pistes ?
Comment exploiter tes résultats ? Peux-tu les confronter au résultat attendu ?
A partir des données sûres, des hypothèses, que peux-tu en déduire ?
Peux-tu prouver, valider ta conjecture ?
Peux-tu généraliser le résultat ?

C4

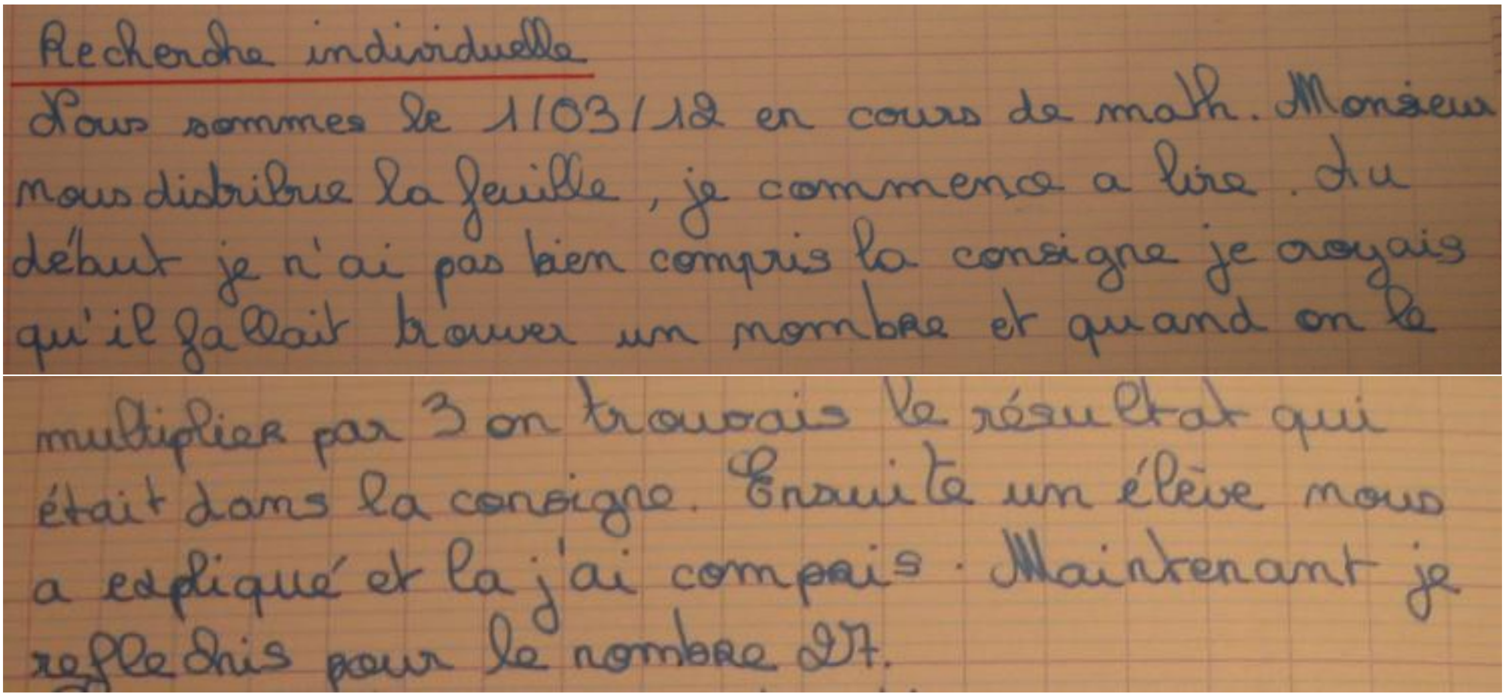
Penses-tu que ta copie est bien présentée ?
As-tu fait des paragraphes ?
As-tu bien présenté tes résultats ?
Tes résultats sont-ils tous rigoureusement justifiés ?
As-tu utilisé un vocabulaire mathématique précis ?
As-tu vérifié que tu as marqué les bonnes unités, que tu as utilisé les bons symboles ou notations (arrondis…) ?
Tes schémas, tableaux, graphiques… sont-ils clairs ?
As-tu bien présenté ta démarche ?
Penses-tu que de la manière dont tu as présenté ta démarche, un camarade pourrait comprendre ton raisonnement ?
As-tu respecté les règles de mise en forme d'une démonstration ? Fais-tu référence aux théorèmes que tu utilises ?

h. Analyse a posteriori

Cette expérimentation a été faite avec une classe de 4ème.
Elle a été filmée et a duré 2h30. Elle devrait être mise en ligne sur **le site académique de la Réunion** prochainement.
Les élèves n'étaient pas habitués à la nouveauté : avoir les ordinateurs en libre-service.
Cela a été l'occasion d'instaurer le nouveau dispositif concernant **la régulation de l'outil informatique** (« *comment réguler l'outil informatique lors d'une tâche complexe* »).
Cela a eu **un impact étonnant** sur les élèves : la majorité des élèves l'ont pris comme **un défi** et lors de la 1ère heure, **aucun n'a voulu utiliser l'outil informatique. La plupart des élèves ont effectué des calculs mentaux ou ont posé l'opération.**
Lors de la fin de la 1ère séance, certains élèves ont vraiment ressenti le besoin de l'outil informatique comme en témoigne une des élèves (sur vidéo).
En reprenant ces mots : *Elle a eu « un flash »* ! Avec tous ces calculs dans sa tête, elle a eu le besoin d'utiliser le tableur pour se faciliter la tâche.
Sur 5 groupes, 3 groupes ont refusé d'utiliser l'outil numérique.
C'est un groupe avec des élèves d'un niveau modeste qui est allé le plus loin dans la résolution du problème : ils ont trouvé l'expression littérale réduite mais n'ont pas réussi à l'interpréter.

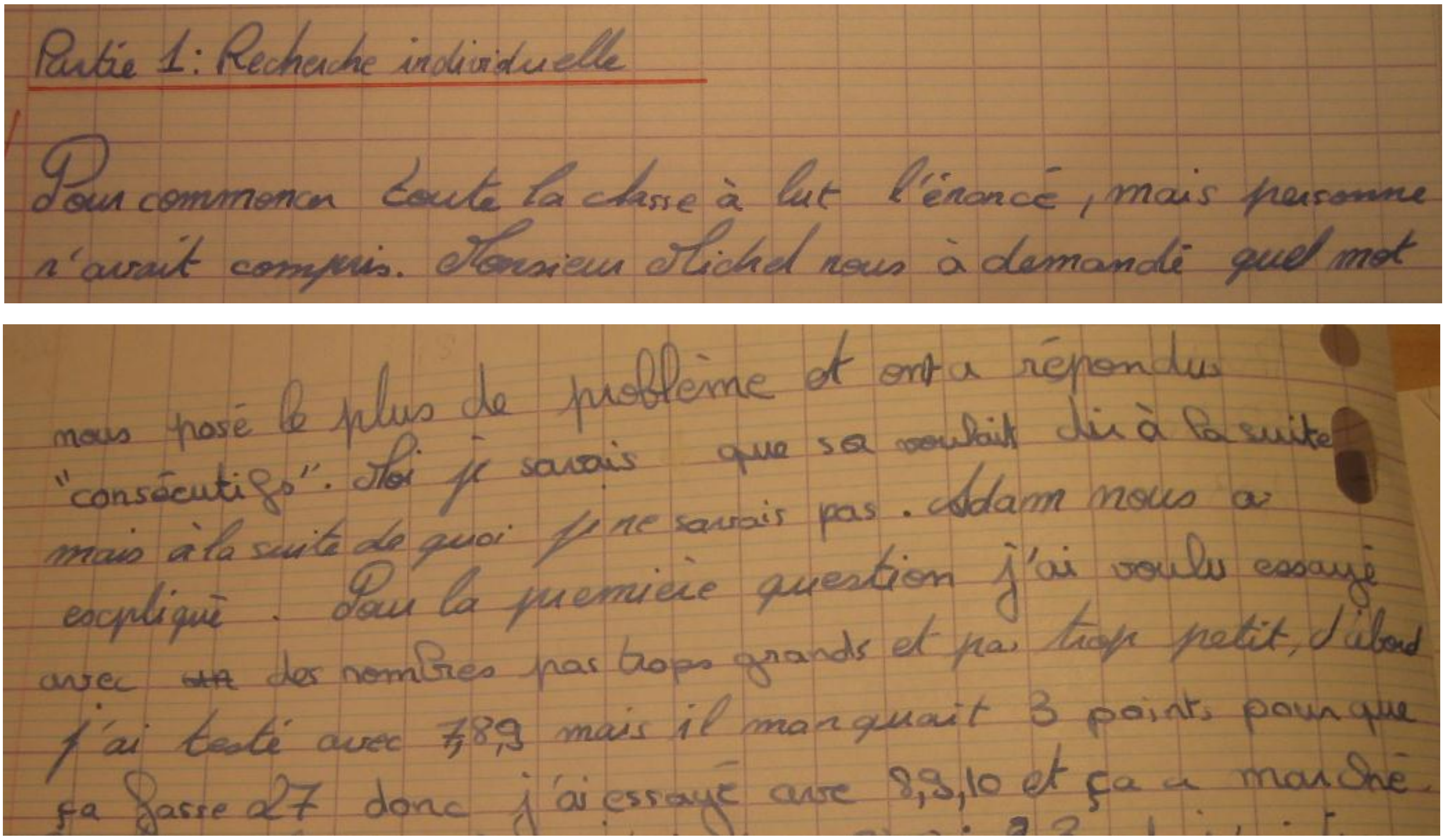
Ci-dessous, des productions d'élèves avec commentaires :

- ✓ ***Des « narrations » de groupe ou individuelle intéressantes***



Recherche individuelle

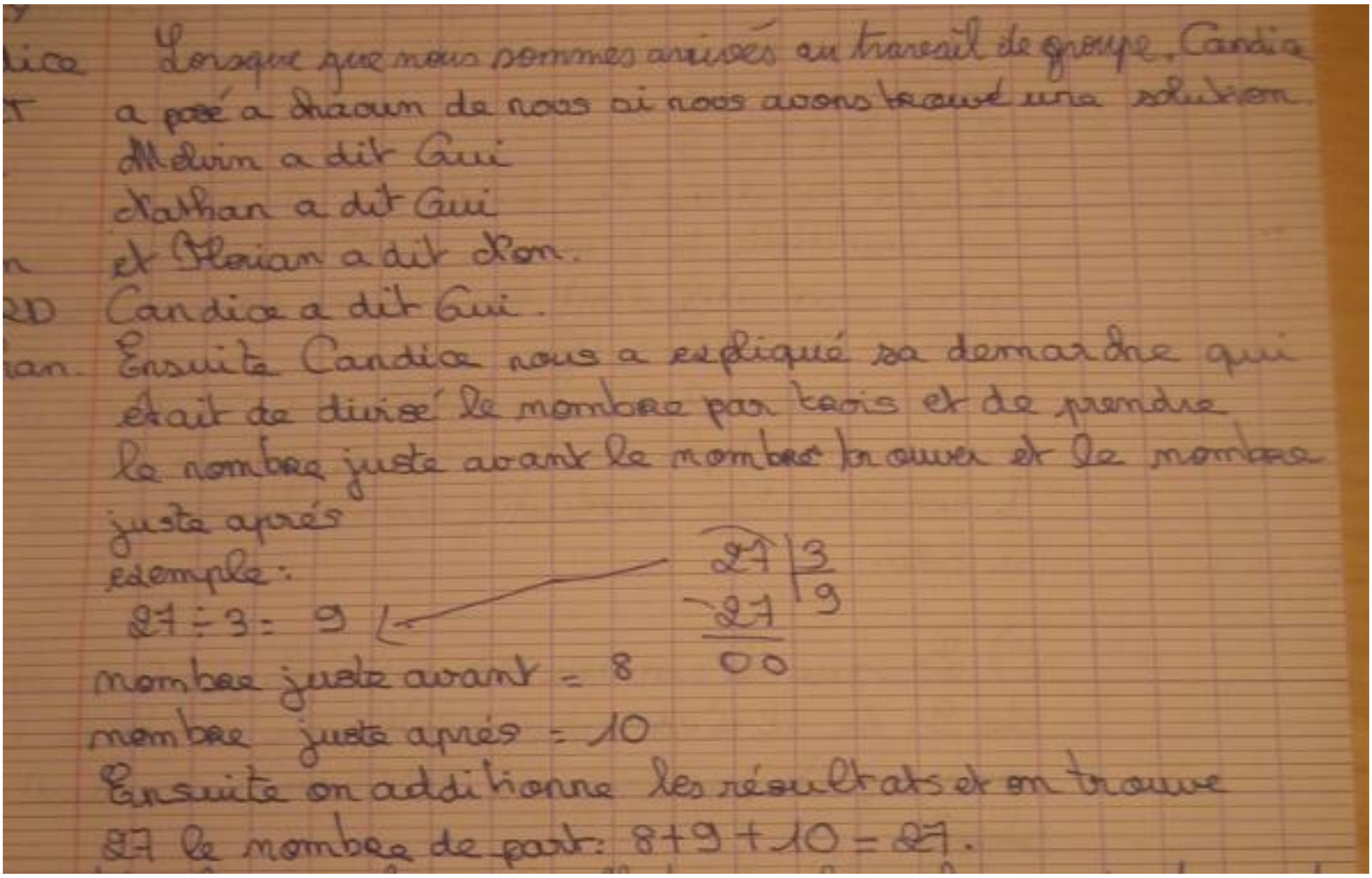
Nous sommes le 1/03/12 en cours de math. Monsieur nous distribue la feuille, je commence a lire. Au début je n'ai pas bien compris la consigne je croyais qu'il fallait trouver un nombre et quand on le multiplier par 3 on trouvais le résultat qui était dans la consigne. Ensuite un élève nous a expliqué et la j'ai compris. Maintenant je reflechis pour le nombre 27.



Partie 1: Recherche individuelle

Pour commencer toute la classe à lut l'énoncé, mais personne n'avait compris. Monsieur Michel nous à demandé quel mot nous posé le plus de problème et ont a répondus "consécutifs". Moi je savais que sa voulait dire à la suite mais à la suite de quoi je ne savais pas. Adam nous a expliqué. Pour la première question j'ai voulu essayé avec ~~un~~ des nombres pas trops grands et pas trop petit, d'abord j'ai testé avec 7,8,9 mais il manquait 3 points pour que ça fasse 27 donc j'ai essayé avec 8,9,10 et ça a marché.

✓ ***Deux groupes organisés et efficaces, où le déroulement du travail de groupe est bien décrit.***



Lorsque que nous sommes arrivés au travail de groupe, Candice a posé a chacun de nous si nous avons trouvé une solution.

Melvin a dit Oui

Nathan a dit Oui

et Florian a dit Non.

Candice a dit Oui.

Ensuite Candice nous a expliqué sa demarche qui était de divisé le nombre par trois et de prendre le nombre juste avant le nombre trouver et le nombre juste aprés

exemple:

27 ÷ 3 = 9

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ \hline -27 & 9 \\ \hline 00 & \end{array}$$

nombre juste avant = 8

nombre juste aprés = 10

Ensuite on additionne les résultats et on trouve 27 le nombre de part: 8+9+10 = 27.

Idée : Elodie
La méthode de Elodie est simple, il suffit de divisé le nombre donné 3.
Puis prendre le resultat obtenu et l'ajouter avec le nombre qui le precede et qui le suit

Idée Allan et Flora
La méthode d'Alan etait de faire plusieurs essaie pour trouver le resultat

Idée Julien.
Julien a dit qu'il fallait prendre un nombre inferieur au nombre donné

Idée gardi.
Nous avons choisis l'idée de Elodie car celle de Julien, Alan et Flora prener plus de temps etandis que celui d'Elodie est rapide.
Ensuite nous avons crée une formule peu être applicable sur tout les nombres entiers.
Au for et à mesure de l'activité nous avons conclu que ~~si~~ lorsque on divise par 3 le nombre donné est qu'on trouve un nombre à virgule alors notre formule ne marche pas.

✓ ***Réponses en faisant des calculs et en réajustant sa réponse*** *(réponses 1, 4 et 5)*

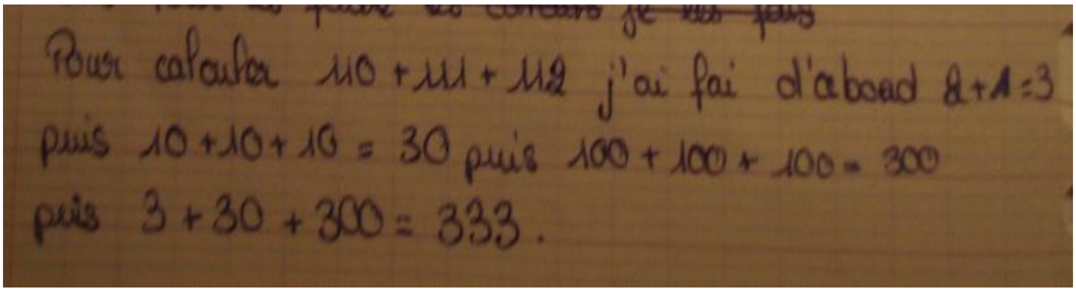
1) Nous avons trouvé trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 27 :
8 + 9 + 10 = 27
D'abord on a commencer à faire :
6 + 7 + 8 = 21 puis nous avons fait 7 + 8 + 9 = 24
et ~~8 + 9 +~~ ensuite nous avons fait 8 + 9 + 10 = 27.

4) Non on ne peut pas faire celui-la car si on fait le calcul 10 + 11 + 12 cela fait 33 et si on fait 11 + 12 + 13 cela fait 36.

5) Non on ne peut pas faire celui-la car si on fait le calcul 275 + 276 + 277 = 828 et si on fait 274 + 275 + 276 = 825.
Il y a aucun calcul qui est égale à 826.

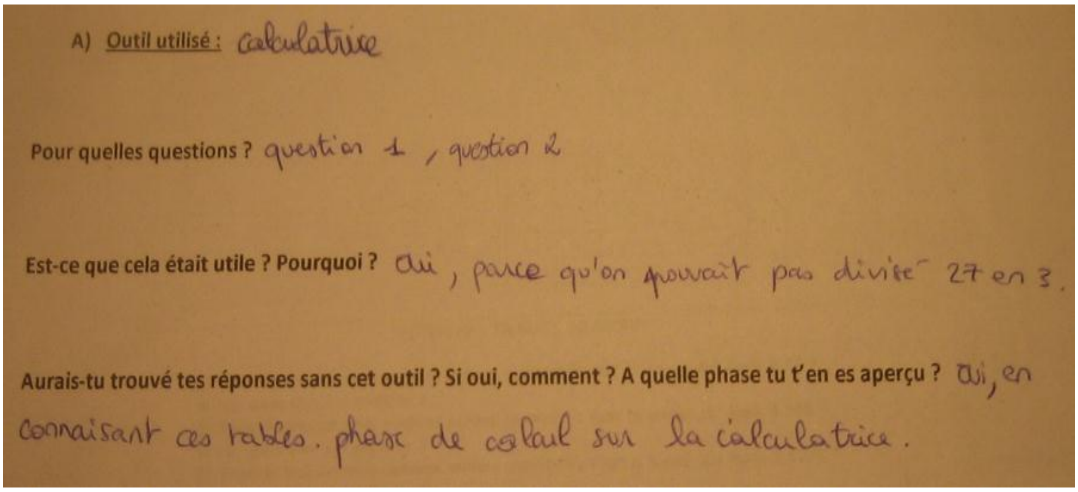
✓ **Sans outil instrumenté** :

Calcul mental (réponse 3)


Pour calculer 110 + 111 + 112 j'ai fai d'abord 2+1=3 puis 10+10+10 = 30 puis 100 + 100 + 100 = 300 puis 3 + 30 + 300 = 333.

✓ **Influence et utilité des outils instrumentés**

- **Calculatrice**

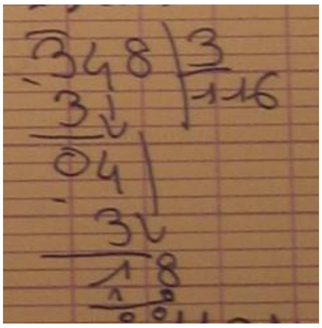

A) Outil utilisé : calculatrice

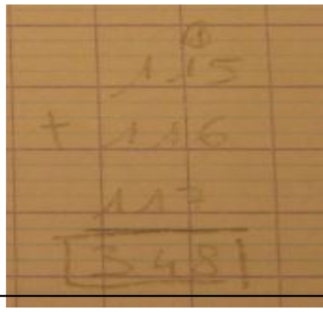
Pour quelles questions ? question 1, question 2

Est-ce que cela était utile ? Pourquoi ? Oui, parce qu'on pouvait pas diviser 27 en 3.

Aurais-tu trouvé tes réponses sans cet outil ? Si oui, comment ? A quelle phase tu t'en es aperçu ? Oui, en connaisant ces tables. phase de calcul sur la calculatrice.

Calculs posés (« à la main ») (réponse 2).





✓ ***Tableur – Conjecture : « Un nombre est la somme de trois nombres entiers consécutifs s'il est dans la table de trois »***

A) Outil utilisé :

Le tableur

Pour quelles questions ?

Pour les questions 4, 5 et 6.

Est-ce que cela était utile ? Pourquoi ?

Oui cela était utile. Car on a essayer de trouver que ce n'était pas possible avec tous les nombres. Et il nous a aidé pour la question 6.

Aurais-tu trouvé tes réponses sans cet outil ? Si oui, comment ? A quelle phase tu t'en es aperçu ?

On ne pense pas ou sinon on aurait pris plus de temps que prévu !

Presse-papiers | Police | Alignement

B1 | f_x | =A1+1

	A	B	C	D	E
1	1	2	3	6	
2	2	3	4	9	
3	3	4	5	12	
4	4	5	6	15	
5	5	6	7	18	
6	6	7	8	21	
7	7	8	9	24	

Ce groupe a inséré comme formule :

En B1 : « =A1+1 »

En C1 : « =B1+1 »

En D1 : « = A1+B1+C1 »

<u>Remarques : d'autres formules possibles ont été créées par les groupes.</u>

Presse-papiers | Police | Alignement

C1 | f_x | =B1-2

	A	B	C	D	E
1	3	4	2	9	
2	6	7	5	18	
3	9	10	8	27	

Ce groupe a inséré comme formule :
En B1 : « =A1+1 »
En C1 : « =B1-2 »
En D1 : « = A1+B1+C1 »
Les nombres consécutifs ne sont pas dans l'ordre.

6) ~~La somme de trois nombres entiers consécutifs~~ Un nombre est la somme de trois nombres entiers consécutifs lorsque ~~ce~~ le nombre est dans la table de 3. On a remarquer cela grâce à ~~Excel~~ Excel.

<u>Remarque</u> : grâce **au critère de divisibilité**, on peut rapidement savoir si un nombre est un multiple de 3 ou non.

Nous savons une méthode plus rapide pour voir si le nombre est divisible par ~~tes~~ 3 : il suffit d'additionner

le nombre (ex 344 = 3+4+4 = 11) si le ~~nombre~~ résultat est dans la table de trois alors c'est un multiple de 3.
35 = 3+5 = 8
8 n'est pas dans la table de 3 donc il n'est pas un multiple de 3 on ne peut pas trouver trois nombres entier consécutif dont la somme est égale a 35.
826 = 8+2+6 = 16

La plupart des élèves ont compris ici l'utilité du tableur :

- **gagner du temps** car il permet d'effectuer beaucoup de calculs rapidement.

- **garder une trace de tous les calculs**, ce qui permet ainsi **d'effectuer des conjectures.**

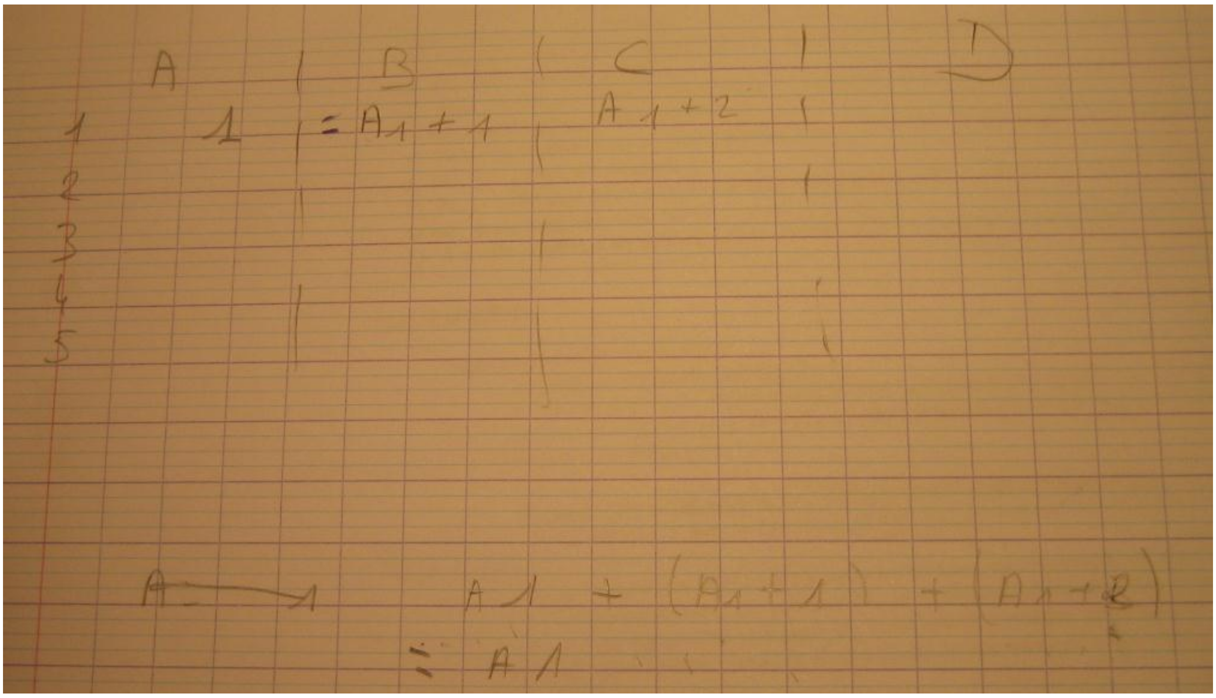
✓ ***Prouver la conjecture par le calcul littéral***

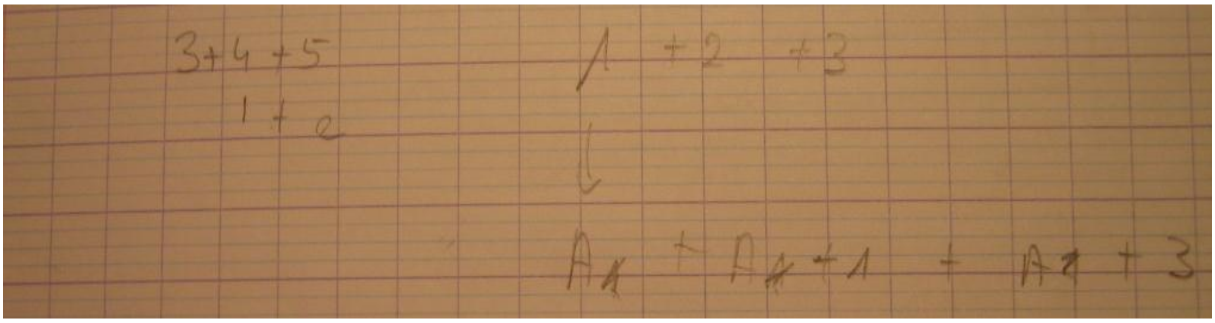
On appelait notre SOS PROF, il nous a dit : Ça ne vous dit rien des nombres qui se répète ? Et Valérie a fait "TILT", elle a dit : "on met des x". Puis monsieur a dit : « Ben oui, le calcul littéral ».

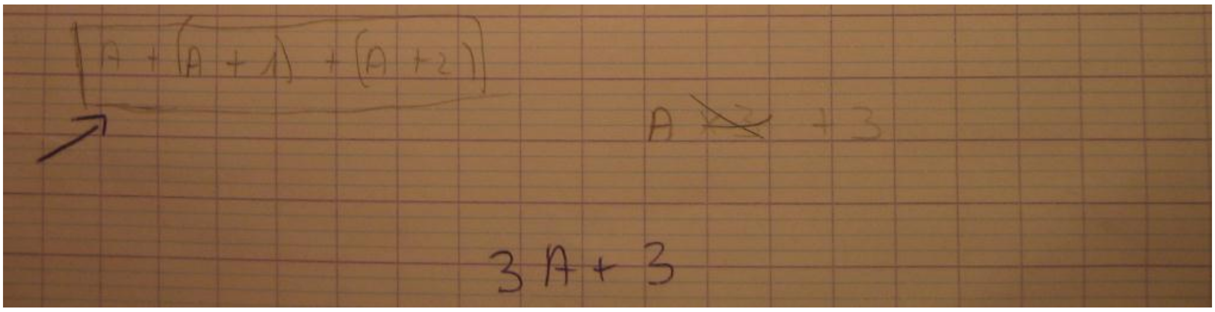
Sos prof : En mathématique comment fait-on pour démontrer un règle mathématique ?

En maths lorsque un raisonnement ce répète (avec des nombres) on généralise avec une lettre : calculs litterales.

✓ ***Vers l'expression littérale grâce au tableur !***

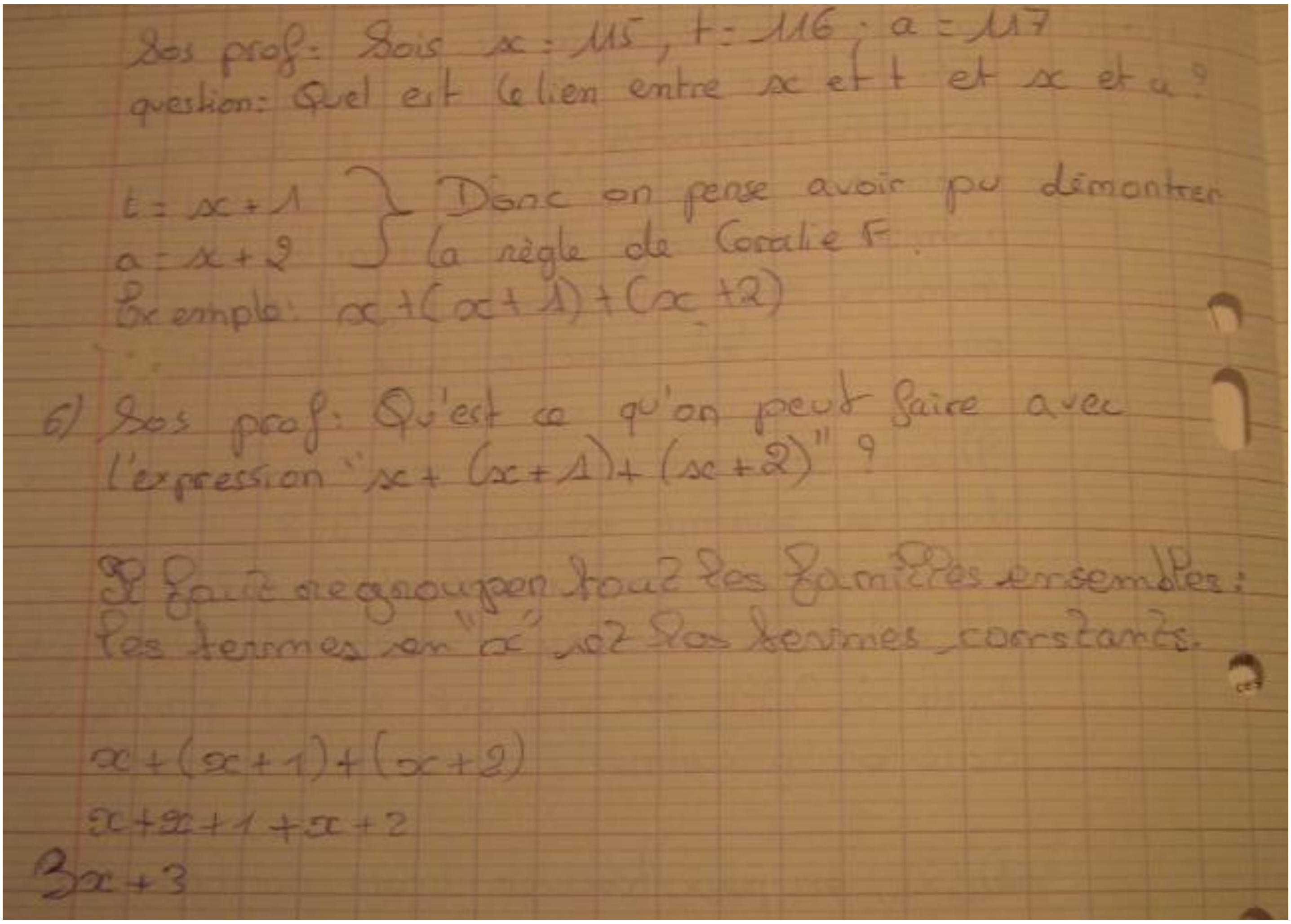






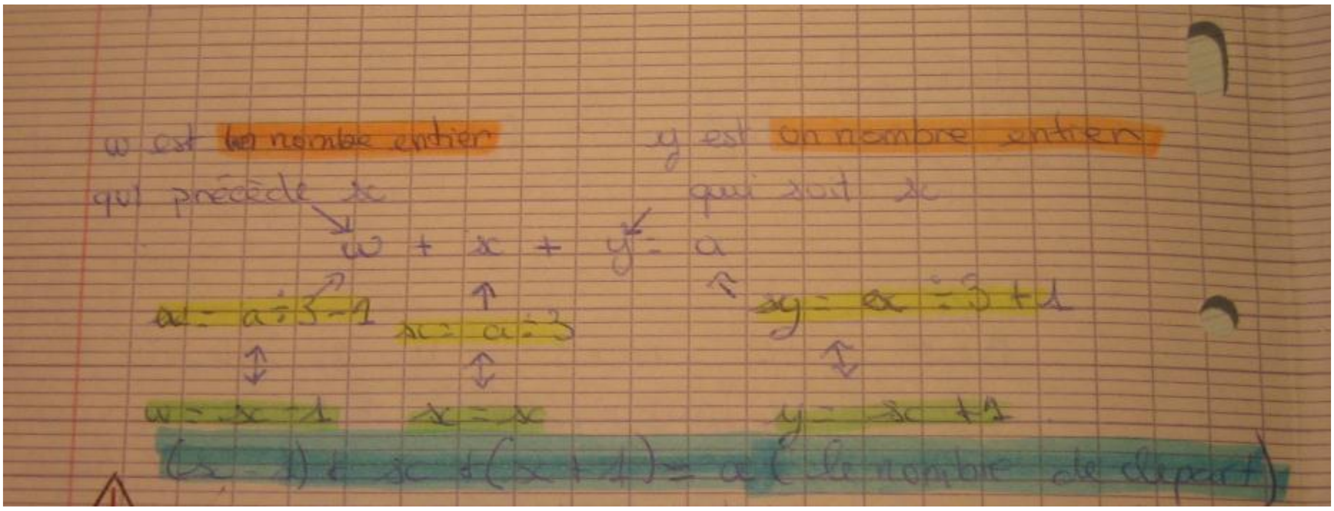
Cet exemple montre clairement l'influence du tableur dans le développement des capacités liées au calcul littéral, la cellule jouant le rôle de variable.

✓ *Sans le tableur*



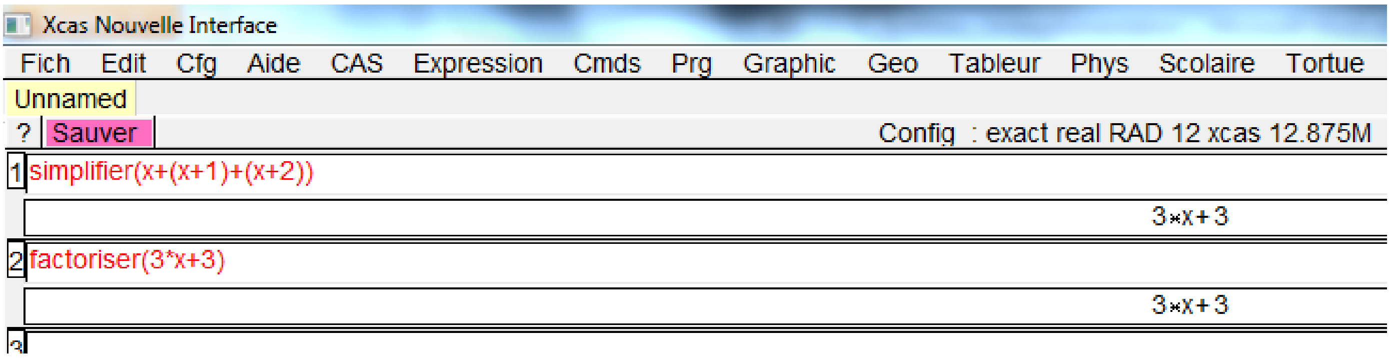
Ces élèves ont bien utilisé les aides du professeur. Ils ont utilisé leurs ressources (le cahier de mathématiques) pour réduire l'expression littérale mais n'ont pas réussi ensuite à conclure.

✓ *Autre choix possible du nombre inconnu*



Cette solution a permis de voir qu'il y avait plusieurs expressions littérales possibles suivant le choix de l'inconnue.

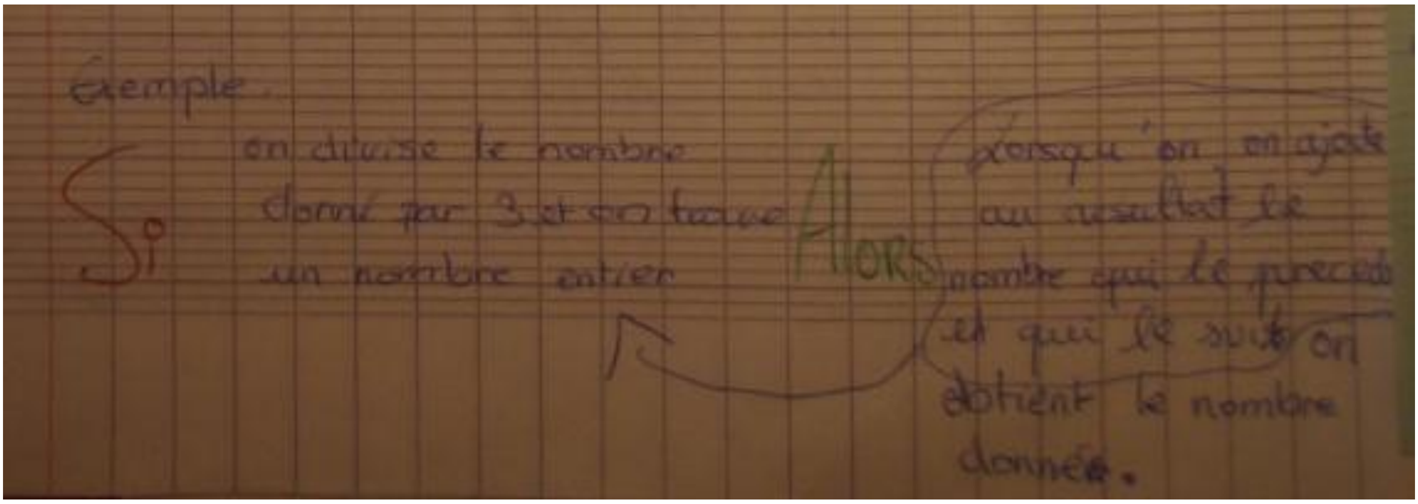
- ✓ ***Utilisation de Xcas pour ceux qui ne savent pas simplifier l'expression littérale***

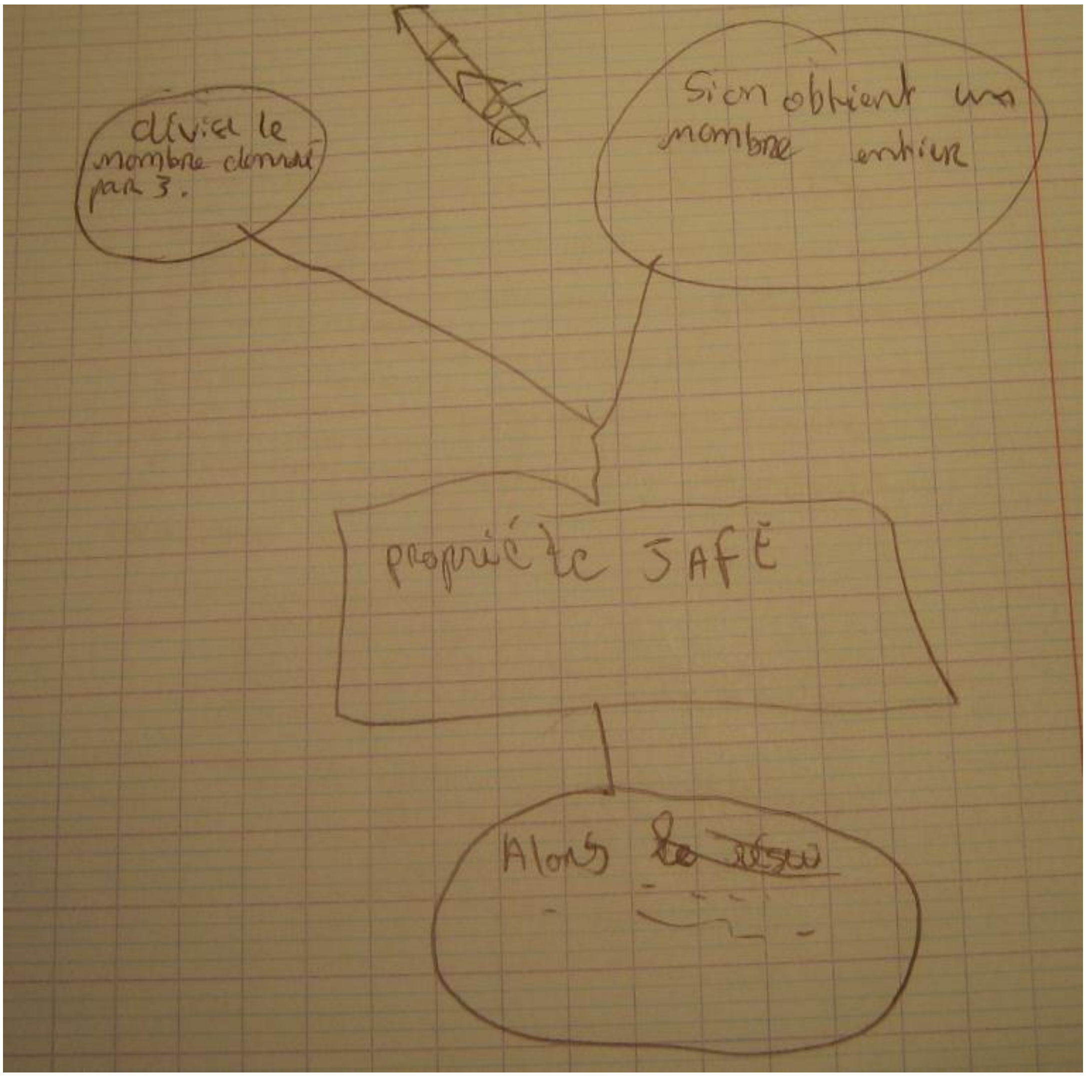


Aucun élève n'a pensé à Xcas (en effet, ici, cela n'était pas utile).

Cela a été l'occasion de rappeler les fonctions de Xcas. De plus, la version sur les postes ne permet pas de factoriser 3*x*+3. Cela a permis de s'interroger sur la réponse que donnait Xcas et de revenir sur le sens de factoriser.

- ✓ ***Pour finir : deux initiatives appréciées en lien avec l'apprentissage de la démonstration !***





Ce groupe a eu **l'initiative d'écrire leur conjecture sous la forme d'une propriété en « si…alors ».** Il faut ensuite la démontrer.
Ils ont eu l'initiative de transposer leur propriété sous forme d'un **organigramme et de la propriété « JAFE »** (initiales de leur prénom !).
Le statut des propositions (hypothèses, propriété, conclusion) est bien acquis et même appliqué dans le calcul numérique !

i. Prolongements

Il peut être intéressant de revenir sur cette activité lors de la mise en équation de problème, de mettre en évidence le fait que la méthode experte de résolution n'était pas nécessaire…