# Étude de « $n$ ($n$ + 2) + 1 »

### a. Énoncé

1) Effectue les calculs suivants :

$7\times 9 + 1$

$8\times 10 + 1$

$9\times 11 + 1$

…

$12\times 14 + 1$

2) a) Quelle conjecture peux-tu faire ?

b) Peux-tu prouver ta conjecture ?

3)

**En 3ème :**

Peux-tu prévoir le résultat du calcul $A = 997\times 999+1$ sans poser l'opération, à la main ?

**En 4ème :**

Peux-tu prévoir le résultat du calcul $A = 154\times 156 + 1 - 155^2$ sans poser aucune opération ?

Pour chaque question : Tu écriras soigneusement **comment tu as procédé pour trouver la réponse, tu laisseras trace de tous tes essais,** y compris ceux qui n'ont pas aboutis.

Tu écriras sous forme **<u>d'une narration de recherche</u>** toutes les idées qui te viennent en tête pour résoudre ce problème.

<u>**Remarques**</u>

1) Toute la mise en œuvre est explicitée dans les paragraphes 3 et 4 du présent chapitre et en annexe II.
2) Même si cette activité ne se rapporte pas à une situation concrète, on peut la considérer comme **une tâche complexe.**
   Elle **mobilise des ressources internes** (capacités, connaissances, vécu...) et **externes** : les élèves ont à leur disposition leur cahier de mathématiques ainsi que les ordinateurs en libre-service.
   L'énoncé est assez simple à comprendre et **permet de motiver la recherche.**
   L'énoncé précise à l'élève ce qu'il doit faire, **de façon ouverte**, sans détailler, et ce qu'il doit produire, mais **sans lui dire comment s'y prendre ni lui donner de procédure.**
   L'activité ne se réduit pas **à l'application d'une procédure automatique.**
   Les élèves peuvent adopter ***une démarche personnelle de résolution pour réaliser la tâche.***
   **Ils doivent mobiliser, combiner plusieurs savoir-faire (voir les objectifs plus bas) pour trouver une solution et développer de nouvelles compétences.**

### b. Grille d'évaluation liée à cette tâche complexe

## GRILLE D'EVALUATION D'UNE TÂCHE COMPLEXE EN COURS

| | Items | Barème – Eléments de réponses |
|---|---|---|
| RESOLUTION DU PROBLEME : 10 pts | **C1 : 1 pt** | ▪ L'élève comprend la suite de calcul : **1 pt** |
| | **C2 : 3 pts**<br>**C3: 3,5 pts**<br><br>**+0,5 pt bonus** | ▪Calculs corrects : **1,5 pt**<br>▪Utilisation éventuelle de la distributivité pour n(n+2) : **+0,5 pt**<br>▪Bonne application de la conjecture pour répondre à la question 3 : **1,5 pt**<br>*On met un « vert »à C2 dès que l'élève montre qu'il réalise correctement des calculs numériques ou algébriques.* |
| | | ▪Le groupe établit une bonne conjecture : **1 pt**<br>▪Le groupe pense à prouver sa conjecture par le biais du calcul littéral, utilisation d'une lettre : **0,5 pt**<br>▪Expressions littérales établies : **1 pt**<br>▪Traduction de la conjecture par une égalité entre deux expressions algébriques : **1 pt**<br>*On met un « vert » à C3 dès que l'élève a manifesté des capacités de raisonnement : Bonne conjecture, volonté de prouver sa conjecture par le calcul littéral, bonne réflexion sur les outils numériques utilisés….* |
| | **TIC : 1 pt**<br>**+2,5 pts bonus** | ▪**Bonne manipulation du tableur : +0,5 pt**<br>▪Tableur permet d'établir une bonne conjecture : **+0,5 pt**<br>▪Tableur permet d'établir une formule littérale : **+0,5 pt**<br>▪**Bonne manipulation de Xcas : 0,5 pt**<br>▪Xcas permet d'établir de vérifier l'égalité obtenue par la conjecture, elle effectue des calculs algébriques techniques : **0,5 pt**<br>▪Bonne réflexion sur les outils numériques utilisés (vu dans le questionnaire) : **+1 pt**<br>*On met un « vert » à l'item TIC dès que l'élève manipule correctement un des outils : Tableur ou logiciel de calcul formel* |
| | **C4 : 1,5 pt** | ▪ Bonne présentation de la démarche : **1pt**<br>▪ Narration de recherche produite en production collective : Questionnement, interrogations, remises en question, histoire racontée, chronologie… : **0,5 pt** |
| INVESTISSEMENT TRAVAIL DE GROUPE : 10 pts | **Investissement personnel : Ip**<br><br>**3 pts** | ▪ Si la production individuelle apporte des éléments nouveaux (concernant les 5 items précédents) par rapport au travail de groupe, on rajoute les points qu'il faut conformément au barème précédent.<br>▪ Sur la production individuelle<br>- « **Narration de recherche** » *observable* dans <u>la Partie Recherche individuelle et Apport du travail de groupe :</u> **1,5 pt**<br>Histoire racontée, compréhension du sujet, chronologie des étapes, bon questionnement, bonne réflexion sur sa démarche, précision du récit, vérification de ses idées, essais faits, esprit cohérent….<br>▪ **Effort, investissement, persévérance** marquée (sur la production individuelle ou lors de la phase de débat) : **1,5 pt** |
| | **Investissement collectif**<br><br>**Travail de Groupe : Ic**<br><br>**7 pts** | 1.Echange des idées : **1 pt**<br>2.Ecoute de chacun : **1 pt**<br>3.Groupe autonome : **1 pt**<br>- Discussions non autorisées **<u>entre les groupes</u>**<br>- Demande d'aide au professeur uniquement en cas de **<u>blocage du groupe</u>**<br>4.Groupe motivé, qui travaille, s'investit, persévérant où **<u>TOUT le monde participe</u> (Investissement collectif) : 1,5 pt**<br>5.Groupe organisé, efficace, vigilant sur le temps imposé, qui respecte les différentes phases : **1 pt**<br>6.Groupe motivé (choix du rapporteur, …), attentif lors de la phase de débat<br>7.Groupe convaincant lors de la phase de débat<br>8.Groupe créatif ayant des initiatives : **1,5 pt**<br>**Possibilité de mettre des bonus de 0,5 pts sur des critères.** |

<u>**Commentaires**</u>

1) L'évaluation porte aussi bien sur la résolution du problème que sur l'investissement collectif, ceci afin de favoriser un vrai travail de groupe où tout le monde participe.

   **Par une évaluation positive**, on incite les élèves à s'investir, à participer dans le groupe. Même si la solution n'est pas trouvée, ils peuvent avoir une bonne note par ce critère « Investissement ».

2) Cette grille d'évaluation (exhaustive) permet au professeur de noter les élèves à partir de leurs productions à la fin de l'activité.

   **Elle sert <u>uniquement de support</u> mais en aucun cas elle ne doit être respectée à la lettre. Elle doit être utilisée comme <u>outil de réflexion pour créer sa propre grille.</u>**
   **Elle n'est donc pas figée.**
   **<u>En fait, l'intérêt pédagogique de cette grille ne réside pas dans la note :</u>**
   Cette grille permet surtout de faire **<u>une analyse a priori des diverses démarches possibles</u>** et éventuellement de **<u>les graduer par niveau d'expertise : des démarches personnelles aux démarches expertes.</u>**
   Afin de motiver toujours les élèves, le barème peut être établi afin que **tous les élèves ayant eu une démarche personnelle aient la totalité des points.**
   Ceux qui seront allés plus loin (démarche experte) auront **des points de bonus.**

Ceci permet de **valoriser les élèves** car le but n'est pas la note en soi mais **la formation à des compétences transversales**, notamment **à celle de résolution de problèmes.**
La note n'est donc ***en aucun cas nécessaire***.
Sous forme d'évaluation positive, **elle permet uniquement de motiver les élèves** car même ceux en difficulté pourront avoir une bonne note, du moment qu'ils aient été en activité durant toute la tâche complexe.

### c. Contexte

Cette tâche complexe peut-être donnée à tous les niveaux du collège :

- En classe avec ordinateurs en libre-service
- En salle informatique

**Un travail de groupe a donc été effectué.**
Sa mise en œuvre a été vue dans l'annexe II.
Pour gagner du temps, les élèves travaillent sur une seule table et seuls deux élèves n'ont qu'à retourner leur chaise.

Pour l'expérimentation, la tâche complexe a été faite avec une classe de 4$^{\text{ème}}$ avec 4 ordinateurs en libre-service ayant les logiciels usuels (tableur, calcul formel…)
Le professeur a constitué 5 à 6 groupes de 3 ou 4 élèves.

**Remarque sur la constitution des groupes**
Le choix des groupes peut se faire suivant **plusieurs critères de plus en plus fins** :

• **Organisation spatiale :** afin de gagner du temps, on forme les groupes à partir d'élèves qui sont proches dans la classe.

• **Hétérogénéité :** on peut également essayer de travailler **l'hétérogénéité, la différenciation**.
Le professeur décide du ***degré d'hétérogénéité du groupe*** suivant la qualité des travaux de groupe réalisés tout au long de l'année : on peut avoir de bonnes surprises en créant un groupe hétérogène. Bien sûr, si cela ne marche pas, le professeur a le pouvoir de changer la constitution des groupes et de reconstituer des groupes moins hétérogènes…
L'idée de constituer que des groupes homogènes peut conforter les élèves en difficulté dans leur situation d'échec. De plus, cela ne favorise pas les confrontations des diverses démarches (personnelles et expertes).

• **Affinités :** lorsque les deux critères précédemment utilisés ne suffisent plus, le professeur peut décider de former les groupes par affinités. Il peut demander aux élèves avec qui ils veulent absolument travailler. Bien sûr, le professeur sera d'autant **plus exigeant** sur **l'investissement et le travail de ce groupe** puisqu'il a accepté leur demande.

**En jouant sur ces critères**, **avec l'expertise du professeur** ayant pratiqué plusieurs travaux de groupe en cours d'année, **la constitution des groupes s'affine**. De plus, les élèves apprennent tout au long de l'année, lors de ces travaux de groupe, à mieux se connaître et à travailler ensemble.

### d. Prérequis

**En 4ème :**

Ce problème s'intègre dans une **progression spiralée** où le calcul littéral est vu tout au long de l'année : (Voir également l'annexe III).
Séquence 1 (1er trimestre) : calcul littéral, sens, production d'une expression littérale, variable.
Séquence 2 (Début 2ème trimestre) : factorisation (rappels 5ème), réduction d'une expression.

Concernant les outils informatiques pouvant être utilisés, les élèves y ont été initiés en plénière **progressivement, par petites touches, en spirale**.
Les élèves savent notamment manipuler **le tableur**, insérer, généraliser des formules.
Notamment lors de la séquence 1 (ci-dessus) afin d'illustrer des programmes de calculs simples, puis en devoirs à la maison et en devoirs surveillés.

Les élèves ont été également formés au **logiciel de calcul formel : Xcas.**
Ils savent en outre : simplifier, factoriser, développer une expression avec Xcas.
Ces fonctionnalités ont été vues en plénière lors d'exercices simples sur le calcul littéral (développement, factorisation, réductions d'expressions…), puis à la maison après qu'ils ont téléchargé le logiciel.

Les élèves sont également habitués à la pratique des narrations de recherche et au travail de groupe.

**En 3ème :**

Ce problème s'intègre dans une **progression spiralée** où le calcul littéral est vu tout au long de l'année : (Voir également l'annexe III).
Séquence 1 (1er trimestre) : variable, réduction, développement (sans identité).
Séquence 2 (Début 2ème trimestre) : identités remarquables.
La notion de fonction a également été vue au 1er trimestre, permettant de revenir sur du calcul littéral.
Dès le début d'année, les élèves ont revu également (sous forme d'exercices, devoirs à la maison, devoirs surveillés) des programmes de calcul permettant d'illustrer ces diverses séquences ainsi que l'utilisation du tableur.
Concernant les outils informatiques et les savoir-faire utilisés, ce sont les mêmes qu'en 4ème.

Les élèves sont également habitués à la pratique des narrations de recherche et au travail de groupe.

### e. Objectifs et analyse a priori

- **Généraux**

Les élèves doivent « résoudre un problème » et mettre ainsi en œuvre des compétences du Socle Commun : compétence 3 – Domaine « Résoudre un problème » - Items C1, C2, C3, C4. La partie « narration de recherche » permet d'évaluer la compétence 1 et le travail de groupe (suivi du débat) permet d'évaluer les compétences 6 et 7 du Socle Commun.

Il s'agit de résoudre un problème faisant intervenir le calcul littéral, d'établir des conjectures, des stratégies et essayer de les prouver, de les justifier.
Les élèves doivent également apprendre à communiquer leurs résultats, leurs démarches, exprimer dans un langage correct leurs conjectures.

Le but est de donner du sens au calcul littéral.
Pour ce problème, l'élève doit utiliser le calcul littéral **pour prouver un résultat général en arithmétique.** En outre, ce problème contribue **à la maîtrise du développement ou la factorisation d'expressions simples**[1] (cf. Commentaires du programme de 4ème et de 3ème).

- **Calculs manuels – « compétences » développées**

Les calculs ont été choisis de telle manière à ce que les élèves puissent donner les résultats des premiers calculs **mentalement en utilisant les règles de priorité.** Cela sera notamment demandé aux élèves lors de la phase de débat afin de retravailler avec **tout le monde le calcul mental**. *(« Comment avez-vous effectué les premiers calculs ? »)*
Les autres calculs peuvent être faits **à la main.**

Pour formuler la conjecture, les élèves doivent **reconnaître des carrés parfaits.** Cela doit faire partie du **répertoire automatisé** dont dispose l'élève (Cf. *Michèle Artigue*[2] - à travailler de manière spiralée au cours de l'année).

Pour prouver cette conjecture, les élèves vont devoir utiliser **le calcul littéral :**
- **Produire une expression littérale**
- **Développer l'expression obtenue** (avec ou sans identité remarquable suivant le choix de l'entier comme inconnue)
- **Reconnaître une identité remarquable** (suivant le choix de l'entier comme inconnue) pour pouvoir ainsi **la factoriser** et **reconnaître le carré d'un nombre.**

---
[1] *Programme du collège*, BO, Aout 2008
[2] Conférence de Michèle Artigue – Repères IREM n°54 (2004) :
*« L'enseignement du calcul aujourd'hui : Problèmes, défis et perspectives »*

Suivant le choix de l'entier choisi comme inconnue, l'expression obtenue ne sera pas la même : $n(n+2) + 1$, $(n-1)(n+1) + 1$... Un débat pourra s'en suivre.
L'identité remarquable choisie ne sera pas la même suivant l'entier choisi comme inconnue.
Le résultat obtenu également. La factorisation sera nécessaire dans certains cas.

Le but de cette activité est également de réfléchir sur **la nature d'une expression littérale.**
Notamment, ils vont devoir réfléchir sur **l'aspect structural[3] de l'expression obtenue.**
*Que représente $(n+1)^2$ ? Comment interpréter ce résultat ?*
Les élèves vont devoir comprendre que $n+1$ est également un nombre entier et que $(n+1)^2$ est bien le carré du nombre qui suit $n$.
**Des compétences calculatoires sont développées ainsi que l'intelligence de calcul[4].**

Pour la dernière question, la méthode est imposée. Les élèves doivent **calculer « à la main ».**
Cela doit obliger les élèves **à réfléchir et à utiliser intelligemment les résultats obtenus (éventuellement) avec le calcul instrumenté.**
**Il y a ici une sorte « d'aller-retour » entre l'utilisation du calcul instrumenté et le calcul écrit.**

En 4ème, un élève ayant bien compris les questions précédentes, se rendra compte de l'évidence du résultat et de l'inutilité ici d'une calculatrice.
**Il développera ici des capacités d'anticipation.**

En 3ème, le but est que les élèves effectuent **le calcul numérique $998^2$ à la main**, en utilisant les identités remarquables en travaillant ainsi une capacité du programme[5](*et même du Socle Commun)*. On revient ainsi sur un **calcul « manuel »** exigible de tous les élèves de 3ème où le calcul instrumenté s'avère inutile.

---

[3] Cf. Document ressource Eduscol : « *Du numérique au littéral au collège – Février 2008* »
[4] Conférence de Michèle Artigue – Repères IREM n°54 (2004) :
*« L'enseignement du calcul aujourd'hui : Problèmes, défis et perspectives »*
[5] *« Dans le cadre du Socle Commun, les élèves connaissent l'existence des identités remarquables et doivent savoir les utiliser pour calculer une expression numérique »*

- **Calculs instrumentés – Influence des outils**

Les calculs répétitifs doivent inciter les élèves à utiliser le calcul instrumenté (calculatrice, tableur). Les élèves doivent d'abord avoir compris le but du problème et s'être engagés sur les premiers calculs à la main, mentalement.
Ils peuvent utiliser **la calculatrice, le papier-crayon ou le tableur** pour établir **des conjectures.**

Le tableur permet en outre **de générer de plus nombreux calculs** et plus rapidement en **laissant la trace des essais** sur la feuille de calcul.
Il peut également servir à aider les élèves à **<u>la production d'une expression littérale</u>** car les formules à insérer s'en rapprochent.

Le logiciel de calcul formel Xcas **n'est pas utile pour les 3ème** (sauf pour des élèves en difficulté) mais **s'avère indispensable pour les élèves de 4ème.**

**<u>En 4ème</u> :**
L'expression littérale produite la plus trouvée devrait être : $n(n+2)+1$.
Les élèves ne savent pas **factoriser** une expression du type $n^2 + 2n + 1$.
Les élèves vont devoir ici utiliser **intelligemment** le logiciel de calcul formel en utilisant la **fonction « factoriser ».**

Les élèves ont à disposition le logiciel de calcul formel Xcas.
Même si le professeur peut suggérer l'utilisation de l'outil informatique, les élèves vont ensuite devoir **faire preuve d'initiative et d'autonomie dans la conduite du calcul à mener avec le logiciel**.
*Faut-il utiliser la fonction « factoriser » ou « développer » ?* Même s'ils le font au hasard, ils vont devoir s'interroger sur le résultat obtenu et revenir sur le sens de ces notions.
On développe et forme ainsi les élèves **à l'intelligence de calcul**.

En 4ème, un élève pourrait également avoir formalisé la conjecture $(n+1)^2$.
On pourrait alors **<u>différencier l'usage du calcul formel</u>** suivant le niveau de l'élève :

- Un élève en difficulté pourra utiliser le calcul formel, il pourra par exemple demander au logiciel de développer l'expression. Le calcul formel sera une aide pour l'élève, cela lui permettrait de résoudre le problème dans sa globalité et ainsi le motiver et lui redonner confiance.

- Pour un élève n'ayant pas de difficulté, on peut demander à l'élève **de développer à la main l'expression <u>sans utiliser le calcul formel, en utilisant la double-distributivité.</u>**

En $3^{\text{ème}}$, **l'utilisation du calcul formel est inutile**.
Cela doit faire partie **<u>du répertoire automatisé</u>** (cf. *Michèle Artigue*). Nous pouvons cependant faire utiliser le calcul formel, **<u>dans le cadre d'une différenciation pédagogique</u>** pour des élèves en difficulté. Cela permettrait de redonner confiance aux élèves car ils résoudraient ainsi le problème à l'aide de l'outil informatique.
L'utilisation du calcul formel permet ici d'éviter un problème technique (qui sera malgré tout vu en remédiation) mais il est malgré tout fondamental que l'élève s'interroge **<u>sur la nature des résultats obtenus</u>**. La réflexion portera donc sur **<u>l'aspect structural d'une expression littérale</u>** et sur les notions mises en jeu (factorisation, développement…)

- **Récapitulatif des savoir-faire (en terme de calcul) qui peuvent être observés :**

<table>
<tr><th colspan="2"></th><th>Calcul automatique</th><th>Calcul réfléchi ou raisonné</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Calcul numérique</td><td>Calcul mental</td><td>Calculs simples<br>Utilisation des tables<br>Résultats et procédures automatisés (carrés parfaits…)</td><td>Question 3) ($4^{\text{ème}}$) en reconstruisant la procédure prouvée à la question 2).</td></tr>
<tr><td>Calcul écrit</td><td>Techniques opératoires (calcul posé)</td><td>Question 3) ($3^{\text{ème}}$) en utilisant la question 2) et les identités remarquables pour calculer $998^2$.</td></tr>
<tr><td>Calcul instrumenté<br>Calculatrice<br>Tableur<br>Calcul formel</td><td>Calculs usuels, calculs de carrés<br>Insérer des formules<br>Fonctions « factoriser », « développer », « simplifier »</td><td>Interprétation des résultats obtenus avec tableur ou calculatrice pour établir une conjecture<br>Réflexion sur les formules à insérer dans chaque colonne pour répondre aux questions<br>Réflexion sur le résultat obtenu par le logiciel de calcul formel (aspect structural)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Calcul littéral</td><td colspan="2">- Produire une expression littérale<br>- Réduire une expression littérale avec ou sans parenthèse<br>- Développer, factoriser une expression littérale<br>- Reconnaître une identité remarquable ($3^{\text{ème}}$)<br>- Interpréter le résultat obtenu (aspect structural – Reconnaître le carré d'un nombre)</td></tr>
</table>

## f. Différentes phases du déroulement en classe

**Durée approximative : 2h**

| Phases | Rôle du professeur | Rôles de l'élève |
|---|---|---|
| **Phase 1 : 10 min**<br>**Dévolution du problème** | Demander aux élèves de lire l'énoncé<br>*Avez-vous compris le problème ? Quels sont les mots que vous ne comprenez pas ?*<br>Bien dire aux élèves qu'ils ont droit à tous les supports (papier, calculatrice, informatique…) à condition de remplir le questionnaire | Lire l'énoncé<br>Poser des questions concernant la compréhension du sujet |
| **Phase 2 : 20 min**<br>**Recherche individuelle** | Observer les réponses d'élèves<br>Inciter les élèves à laisser des traces de tous leurs essais. | Débuter la résolution du problème sous forme d'une narration de recherche.<br>Les élèves peuvent utiliser l'outil informatique si besoin est. |
| **Phase 3 : 35 min**<br>**Travail de groupe** | Observer les différentes stratégies adoptées dans chaque groupe<br>Laisser les groupes le plus autonome<br>Proposer des aides (voir ci-dessous) si les élèves bloquent et avec parcimonie | Echanger, discuter des diverses solution, stratégies.<br>Bâtir une solution commune dont le but est de convaincre les autres groupes<br>Choisir un porte-parole pour la phase de débat<br>Utilisation éventuelle de l'outil informatique |
| **Phase 4 : 35 min**<br>**Mise en commun des productions – Débat** | Prendre les photos des productions et les visualiser via un vidéo-projecteur<br>Orchestrer le débat en agençant dans un ordre précis les diverses productions<br>Bien demander aux élèves quels outils ils ont utilisés (manuel, instrumentés…) et pourquoi ?<br>Revenir sur le calcul manuel, mental lorsque cela était préconisé. | Ecouter les groupes<br>Exprimer, décrire leurs solutions. |
| **Phase 5 : 20 min**<br>**Synthèse - Solution** | Si les élèves n'y sont pas arrivés, amener les élèves à la solution par des questions. | Participer à l'animation du professeur<br>Ecrire ce qu'ils ont retenu de l'activité |

**Remarque** :
Le document ressource sur la « *mise en œuvre d'une tâche complexe* » sur le site académique de la Réunion détaille également toutes ces phases, la gestion du débat…
http://maths.ac-reunion.fr/College/Socle-commun/Mise-en-oeuvre-gestion-et

### g. Blocage et aides éventuelles

**Cette partie est fondamentale :** tous les groupes ne vont pas forcément aboutir à la solution. Certains vont bloquer.

**Il est fondamental de réfléchir sur ces éventuels blocages et d'anticiper des questions permettant d'aider les élèves à avancer sans pour autant leur donner la démarche de résolution.**

Les aides doivent dont être formulées sous forme de questions, en permettant toujours **une réflexion de la part de l'élève**.

**Elles doivent être différenciées suivant l'interlocuteur et délivrées avec parcimonie en essayant le plus possible de ne pas induire la démarche de résolution et favoriser ainsi la réflexion, l'autonomie et l'initiative.**

Le professeur a donc en sa possession une liste de questions qu'il va pouvoir utiliser **de manière différenciée en fonction de son interlocuteur**.

Afin de former les élèves à **des compétences transversales, créer des méthodologies**, le professeur peut demander aux élèves de noter l'aide du professeur ou il peut également faire coller sur la production de l'élève des bandelettes en papier où figurent les questions (elles auront été préparées à l'avance).

- Des élèves peuvent ne pas comprendre les consignes.
  **Des aides sur la capacité C1 : « extraire l'information utile » permet à beaucoup d'élèves d'entrer dans le sujet** (*comme préconisé par le document ressource EDUSCOL sur le Socle Commun en mathématiques sorti en mai 2011*).

  - Avez-vous compris la consigne ?
  - Quels sont les mots qui vous posent problème ?

- Des élèves peuvent avoir du mal à trouver la conjecture, l'exprimer.

  - As-tu bien observé tes calculs ? Comment les obtient-on ?
  - Quels sont tes résultats obtenus ?
  - Que remarques-tu ?
  - Ne reconnais-tu pas des valeurs connues ?
  - As-tu fait d'autres essais ?
  - Quel outil peux-tu utiliser pour faciliter les calculs ?
  - Quelles formules peux-tu insérer ?

- Des élèves peuvent avoir du mal à prouver leur conjecture :
  - Comment généraliser un résultat, des calculs qui se répètent ?
  - Quelle expression littérale traduit ces calculs ?
  - Quelles formules avez-vous inséré dans les cellules du tableur ? Quel est le lien entre les deux facteurs du produit ?
  - Que peut-on faire avec une expression littérale ? Avons-nous les conditions voulues pour développer, factoriser l'expression ?
  - Quel outil peux-tu utiliser pour modifier l'expression littérale ?
  - Quelles sont les fonctions que tu as utilisées sur Xcas ? Pourquoi ?
  - Comment interpréter les résultats obtenus ? Quel est le but voulu ?
  - Quelles sont les connaissances que tu peux ici utiliser ?

- Pour la question 3)
  - Peux-tu utiliser les questions précédentes ?
  - Quelles connaissances peux-tu mettre en jeu pour calculer $998^2$?

**Au fil des tâches complexes, des aides génériques se créent et nous pouvons au fur à mesure les lister : ci-dessous, un document de réflexion sur ces aides génériques.**

Aides génériques possibles (non exhaustif)

**Remarques** :

- Débloquer C1 permet dans la plupart des cas de débloquer la situation et permet de relever des manifestations positives de C2, C3.
- Il suffit souvent de traduire les critères de réussite en questions « ouvertes » pour obtenir ces aides.
- Pour cela, la grille de référence du Socle Commun et l'aide au suivi de l'acquisition des connaissances et des capacités du Socle Commun peuvent beaucoup aider.

Chronologie

Méthodologie

# Pratiquer une démarche scientifique

**Apprendre et enrichir ses connaissances**

Quelles connaissances peux-tu utiliser ? A quelle partie du cours cela te fait-il penser ?
Quelle(s) propriété(s) peux-tu utiliser ? Pourquoi ?
Quelles sont les hypothèses, les conditions te permettant d'appliquer cette propriété ?

**C1**

As-tu relu l'énoncé ?
Comprends-tu la signification de chaque mot ?
As-tu repéré, identifié, souligné les données, les mots importants ?
Quelles sont les données qui te paraissent utiles ?
Quelles sont les données numériques ? Quelles sont leurs significations ?
Peux-tu reformuler le sujet, le problème ?
Peux-tu traduire les données de ce graphique ? De ce tableau ?
Peux-tu coder la figure à partir des informations du texte ?
Peux-tu traduire les informations qui sont codées ?
Peux-tu repérer une figure-clé ?

**C2**

Quels calculs peux-tu faire ? Pourquoi ? Sont-ils corrects ?
As-tu fait des essais ?
As-tu fait des schémas pour mieux te représenter la situation ?
As-tu bien appliqué la consigne pour réaliser ton schéma, ta figure, ton tableau, ton graphique ?
As-tu bien appliqué le programme de calcul ?

**C3**

As-tu écrit ta démarche de résolution ? Présenter tes idées principales ?
As-tu les traces de tes essais ? Peux-tu les expliquer ?
Quelles observations peux-tu faire à partir de tes essais ?
As-tu vérifié tes résultats ?
Tes résultats sont-ils cohérents ?
As-tu fait d'autres essais ? Sont-ils corrects ?
Peux-tu trouver une autre façon de faire ? As-tu essayé d'autres pistes ?
Comment exploiter tes résultats ? Peux-tu les confronter au résultat attendu ?
A partir des données sûres, des hypothèses, que peux-tu en déduire ?
Peux-tu prouver, valider ta conjecture ?
Peux-tu généraliser le résultat ?

**C4**

Penses-tu que ta copie est bien présentée ?
As-tu fait des paragraphes ?
As-tu bien présenté tes résultats ?
Tes résultats sont-ils tous rigoureusement justifiés ?
As-tu utilisé un vocabulaire mathématique précis ?
As-tu vérifié que tu as marqué les bonnes unités, que tu as utilisé les bons symboles ou notations (arrondis…) ?
Tes schémas, tableaux, graphiques… sont-ils clairs ?
As-tu bien présenté ta démarche ?
Penses-tu que de la manière dont tu as présenté ta démarche, un camarade pourrait comprendre ton raisonnement ?
As-tu respecté les règles de mise en forme d'une démonstration ? Fais-tu référence aux théorèmes que tu utilises ?

### h. Analyse a posteriori

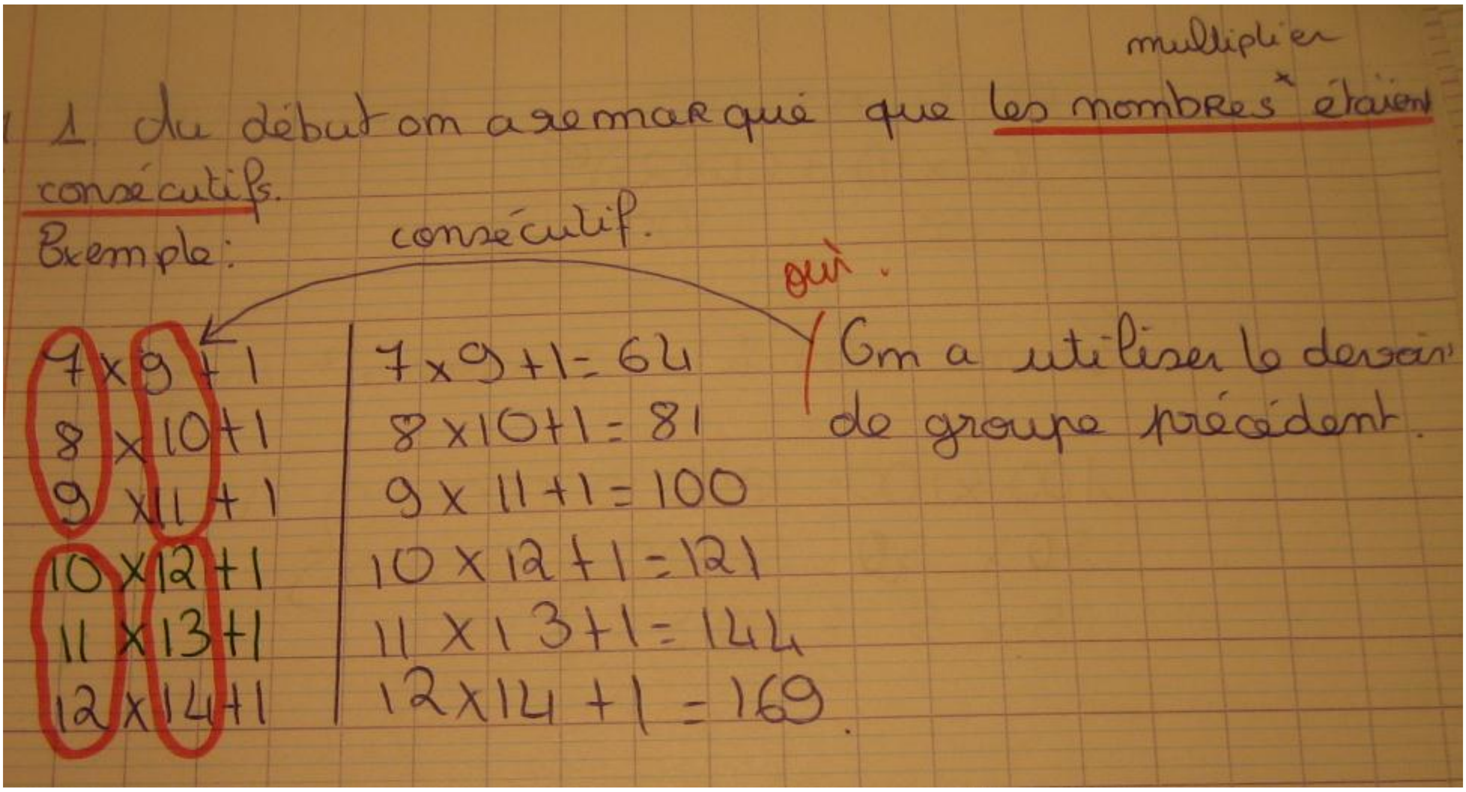
Cette 2ème expérimentation s'est faite environ 1 mois et demi après la 1ère expérimentation.
Sur 6 groupes :

- Deux groupes n'ont pas voulu utiliser d'outils numériques.
- Un groupe n'a utilisé que le tableur : les élèves ont réussi à générer les calculs mais ne sont pas arrivés à la conjecture.
- Les trois autres groupes ont utilisé le tableur et Xcas.

Deux groupes sont arrivés à la solution. Tous les groupes ont établi des conjectures correctes. Notamment, des conjectures très intéressantes ont été établies : sur l'écart entre les résultats, ou sur la parité du résultat (voir productions d'élèves).
Tout n'a pas été démontré lors de la synthèse car cette expérimentation a pris environ 2h – 2h15.

**<u>Ci-dessous, des productions d'élèves avec commentaires.</u>**

✓ ***Réinvestissement des connaissances vues lors de la dernière expérimentation (utilisation du mot consécutif qui avait posé problème lors de la 1ère expérimentation)***



- ✓ ***Utilisation des tables et du calcul mental réfléchi pour effectuer les calculs***

Pour trouver les résultats, j'ai fait d'abord la multiplication. Pour les 4 premiers, il fallait connaître ses tables. Pour 11×13+1, j'ai fait :

11 × 10 = 110
11 × 3 = 33
110 + 33 = 143
143 + 1 = 144

- ✓ ***Une conjecture intéressante sur l'écart entre les résultats***

Nous avons fait les calculs suivants :

81 - 64 = 17
100 - 81 = ~~18~~ 19
121 - 100 = 21
144 - 121 = 23
169 - 144 = 25

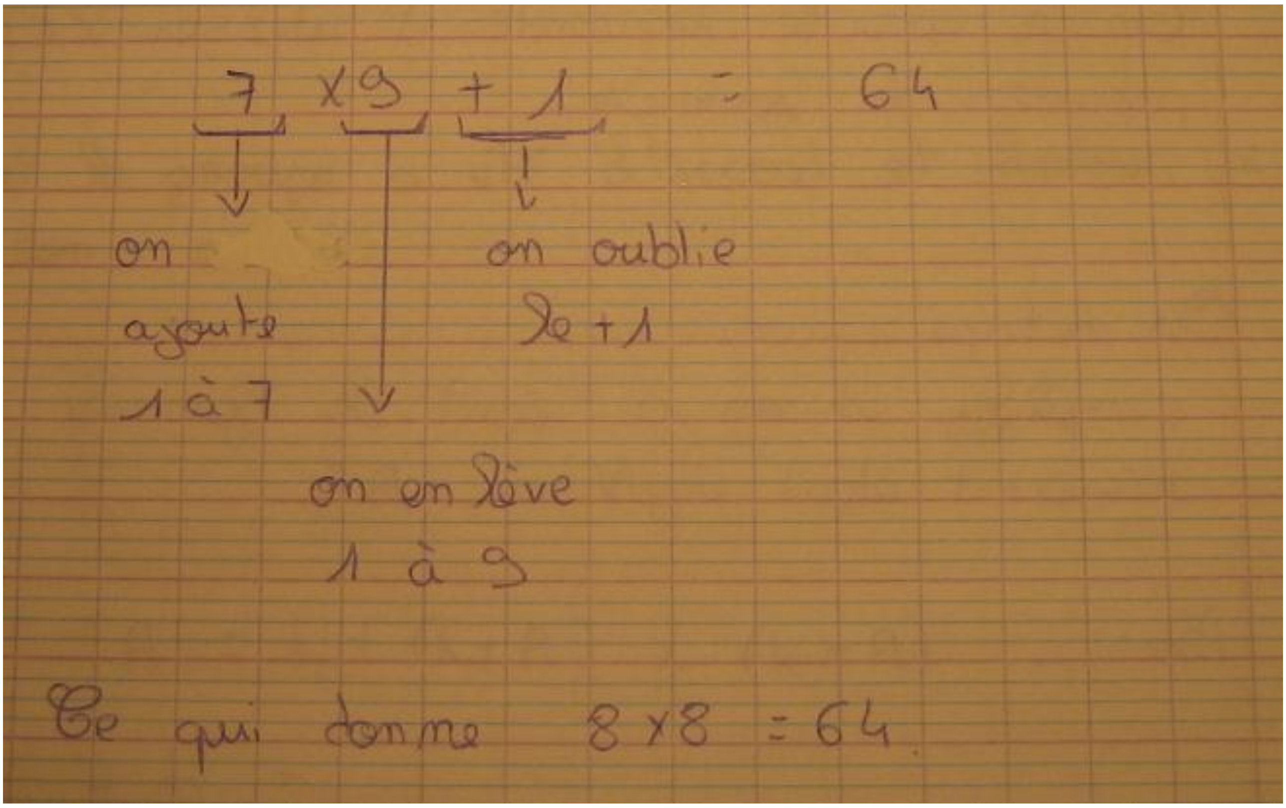
oui

Nous avons remarqué que dans les 4 premiers calculs, les résultats ~~aller~~ allaient de 2 en 2 sa

- ✓ ***Une autre conjecture sur la parité du résultat***

On a remarqué que dans les calculs à chaque fois qu'il y a deux nombres paires dans la multiplication, le resultat est impaire et aussi

✓ ***Conjecture formulée avec les mots des élèves***



$7 \times 9 + 1 = 64$

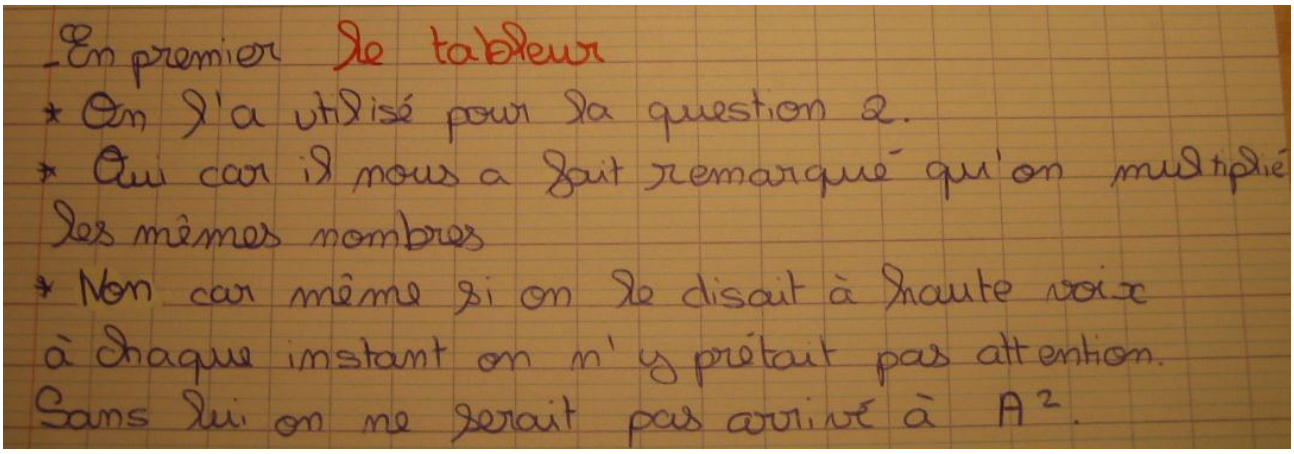
on ajoute 1 à 7

on en lève 1 à 9

on oublie le +1

Ce qui donne $8 \times 8 = 64$

| |
|---|
| Etonnant : ce groupe trouve la conjecture mais ne voit pas pour autant le carré de 8 !<br>C'est étrangement le tableur qui va les aider à le voir. |



- En premier le tableur

* On l'a utilisé pour la question 2.
* Oui car il nous a fait remarqué qu'on multiplié les mêmes nombres
* Non car même si on le disait à haute voix à chaque instant on n'y prêtait pas attention.

Sans lui on ne serait pas arrivé à $A^2$.

### ✓ *Manipulation du tableur :*

C1 | $f_x$ | =A1*B1

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 9 | 63 | 64 |
| 2 | 8 | 10 | 80 | 81 |
| 3 | 9 | 11 | 99 | 100 |
| 4 | 10 | 12 | 120 | 121 |

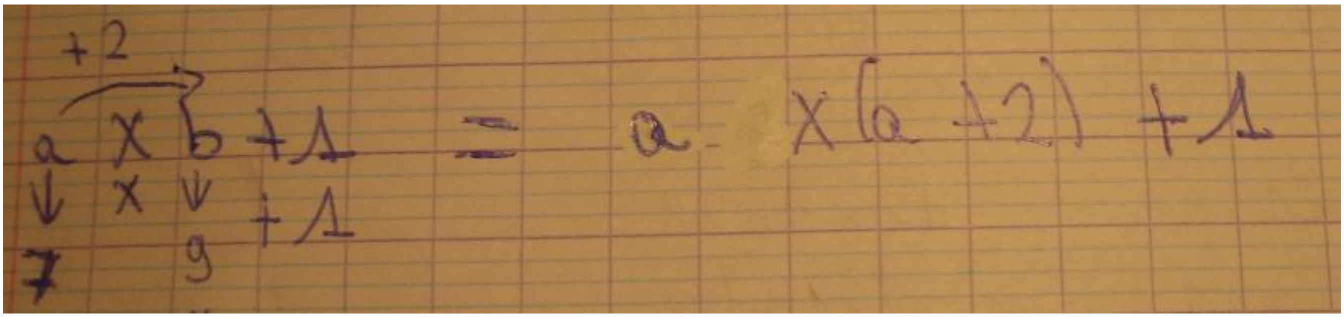
Ce groupe a tapé
- **En C1 : = A1*B1**
- **En D1 : = C1+1**

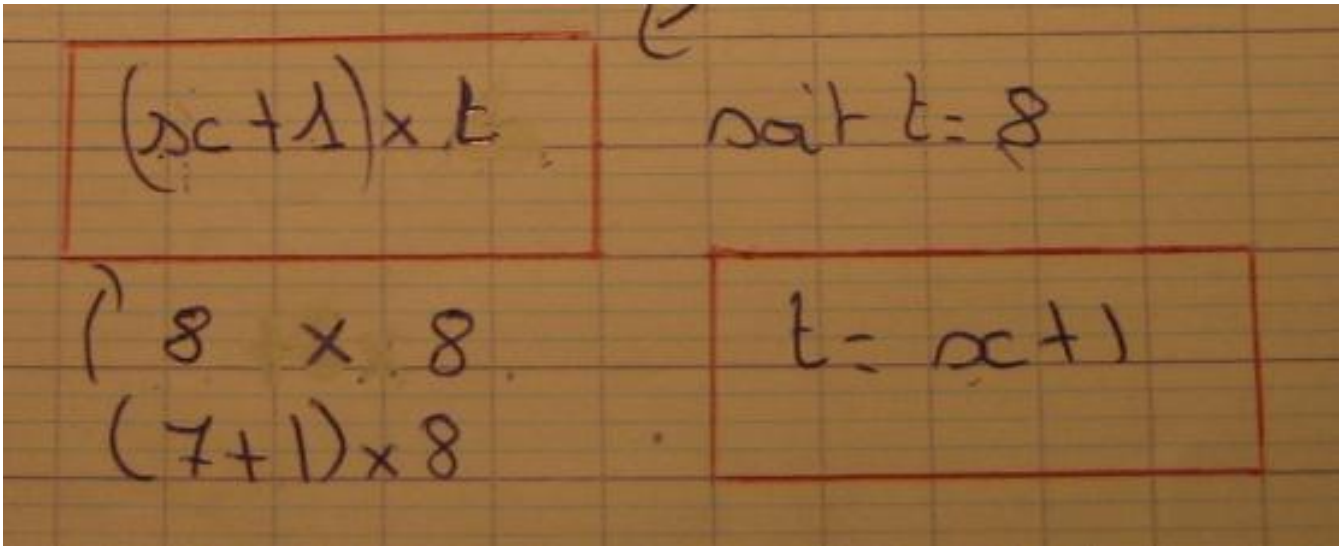
C1 | $f_x$ | =A1*B1+1

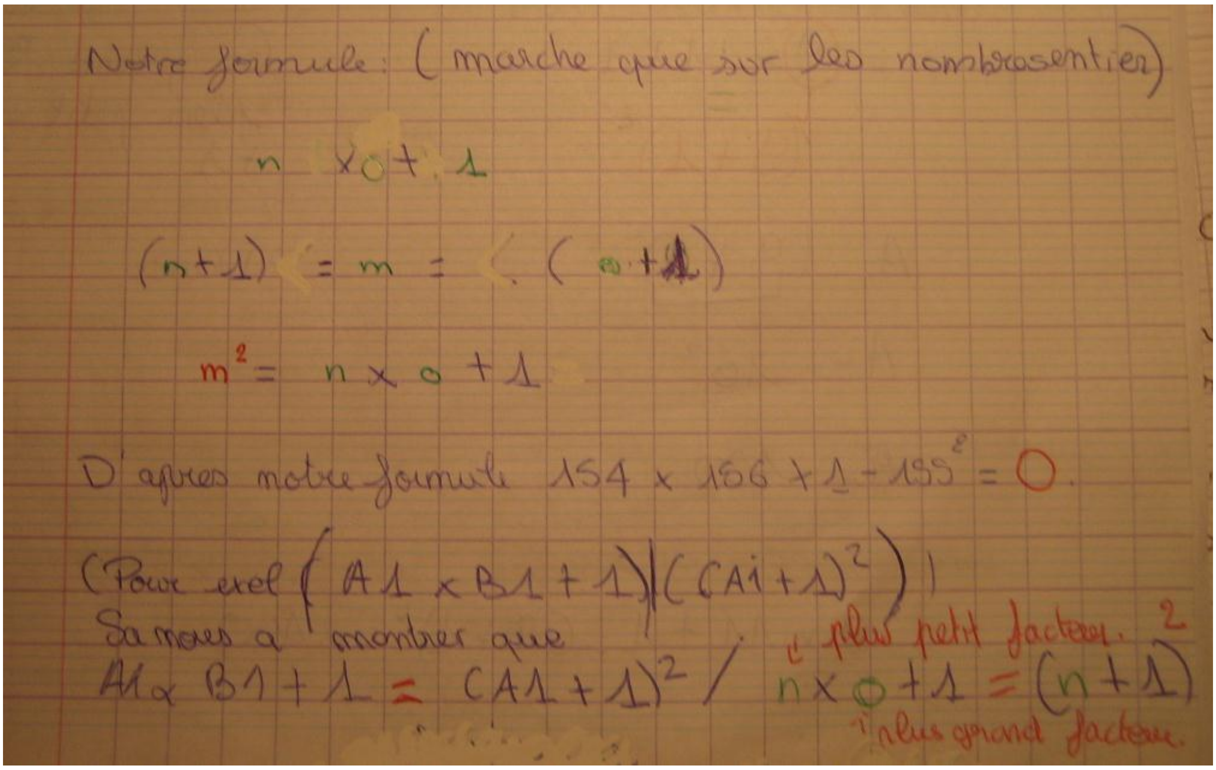
| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 9 | 64 | | 64 |
| 2 | 8 | 10 | 81 | | 81 |
| 3 | 9 | 11 | 100 | | 100 |
| 4 | 10 | 12 | 121 | | 121 |
| 5 | 11 | 13 | 144 | | 144 |
| 6 | 12 | 14 | 169 | | 169 |
| 7 | 13 | 15 | 196 | | 196 |
| 8 | 14 | 16 | 225 | | 225 |
| 9 | 15 | 17 | 256 | | 256 |

Ce groupe a tapé
- **En C1 : = A1*B1 + 1**
- **En E1 : = (A1+1)^2**

### ✓ *Création de formules littérales*





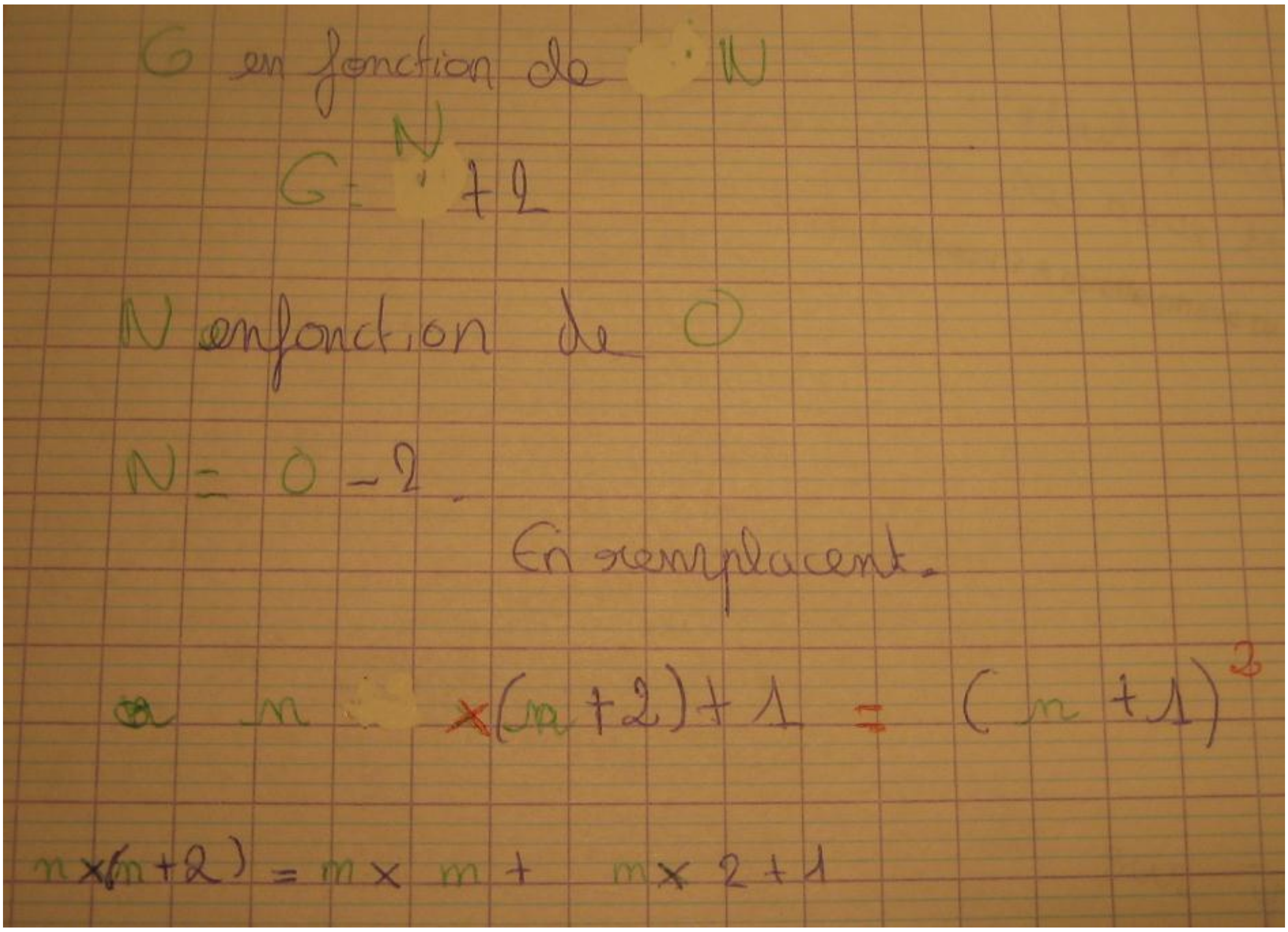

Les élèves travaillent vraiment **la capacité à produire une expression littérale.**

Il faudra inciter les élèves à utiliser le moins de lettres possible. (le $o$ dans n$\times o + 1$ désigne la lettre $o$ !).

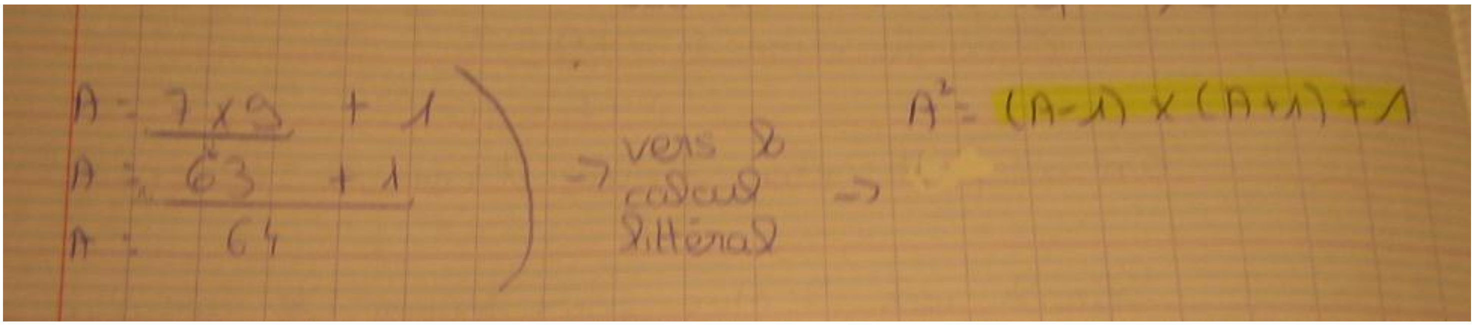
Le professeur a aidé ce groupe en demandant décrire cette formule avec le moins de lettres possible. (cf. ci-dessous)

Ils ont également eu l'idée d'utiliser la distributivité.

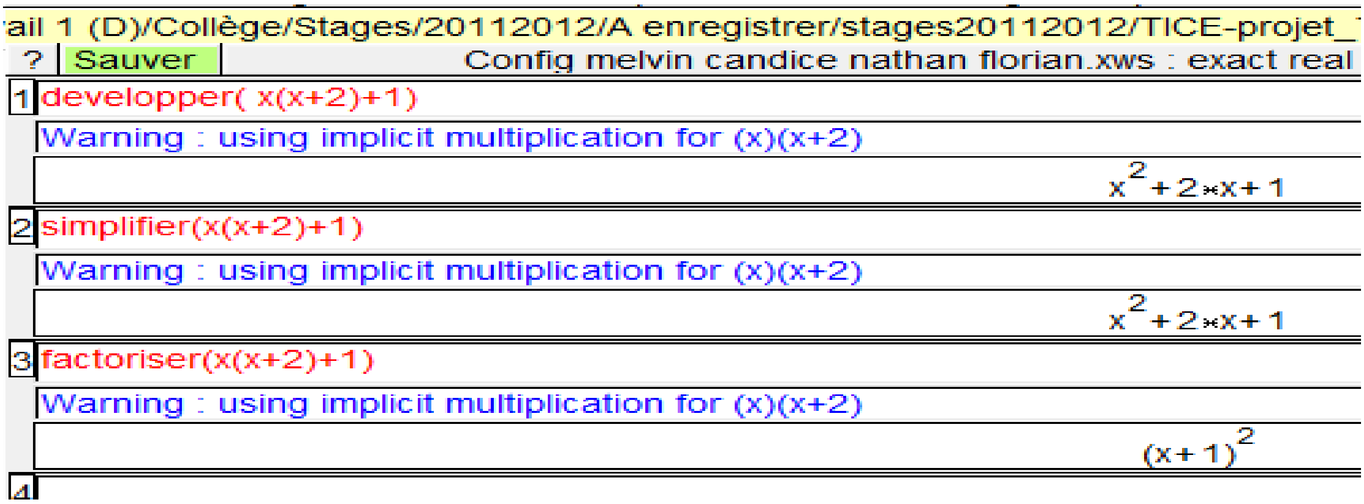
Le travail de groupe a aussi permis à un élève, lors des échanges, de comprendre que dans la règle de distributivité $k$×($a$+$b$)… $k$ peut être égal à $a$.



- ✓ ***Du calcul numérique au calcul littéral – Autre choix de la variable***




- ✓ ***Utilisation de Xcas***

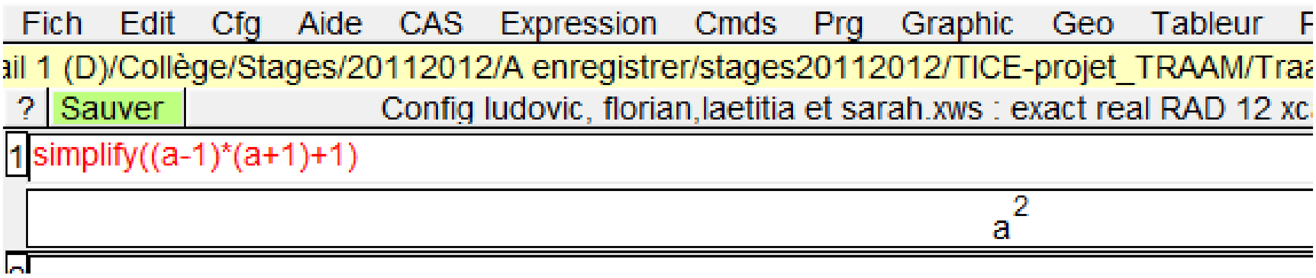



Ce groupe avait utilisé directement la fonction « factoriser ». Le professeur leur a demandé pourquoi cette fonction et pourquoi pas « développer » ?

Les élèves ont alors essayé avec la fonction « développer » et ils ont réfléchi sur le sens de développer et factoriser en mathématiques.

Lors de la synthèse en plénière, cela a été l'occasion de revenir dessus.

**Le questionnement sur les fonctions du logiciel utilisé a permis de revenir sur des capacités et sur des connaissances liées au calcul littéral.**

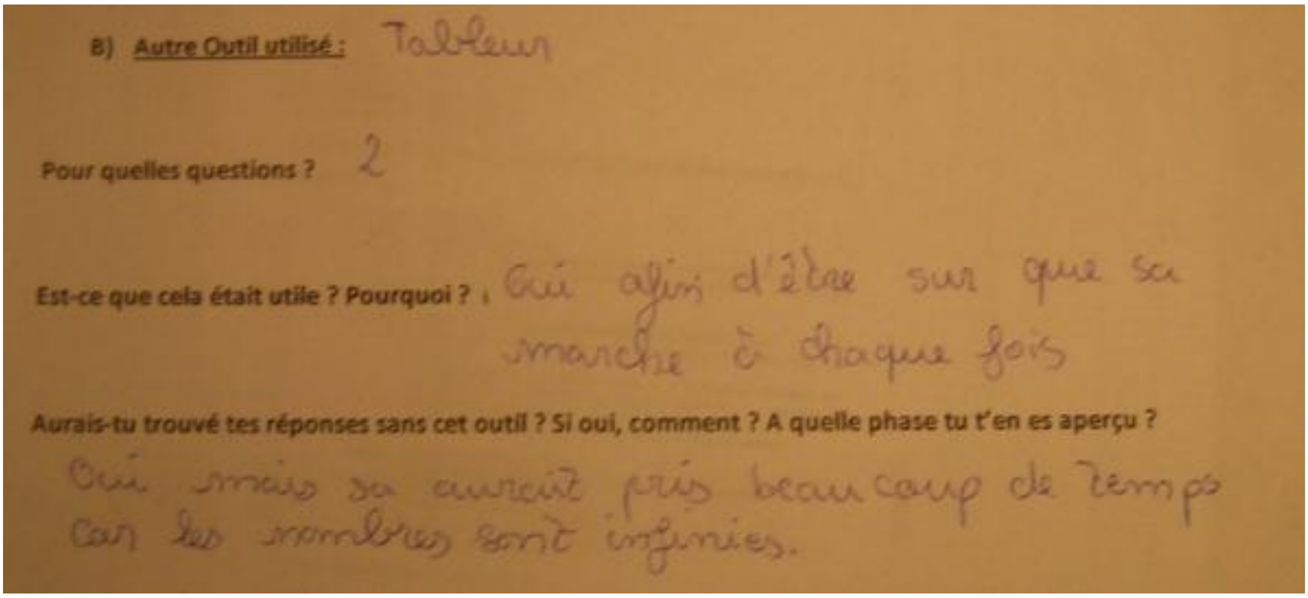



Lors de la synthèse, le professeur a encore invité les élèves à réfléchir sur les fonctions utilisées.

En plénière, avant de montrer les résultats sur Xcas, il les a incités **à anticiper** la fonction à utiliser.

✓ ***Réflexion sur l'apport des outils numériques utilisés***

- ***Tableur***



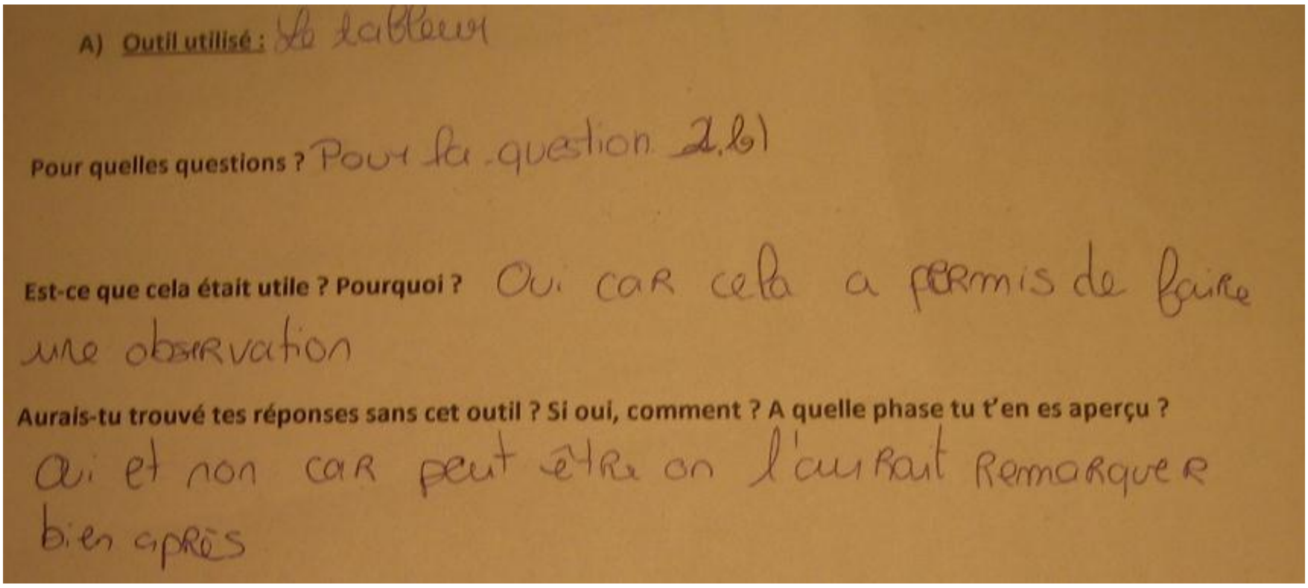
B) Autre Outil utilisé : Tableur

Pour quelles questions ? 2

Est-ce que cela était utile ? Pourquoi ? : Oui afin d'être sur que sa marche à chaque fois

Aurais-tu trouvé tes réponses sans cet outil ? Si oui, comment ? A quelle phase tu t'en es aperçu ?

Oui mais sa aurait pris beaucoup de temps car les nombres sont infinies.



A) Outil utilisé : Le tableur

Pour quelles questions ? Pour la question 2.b)

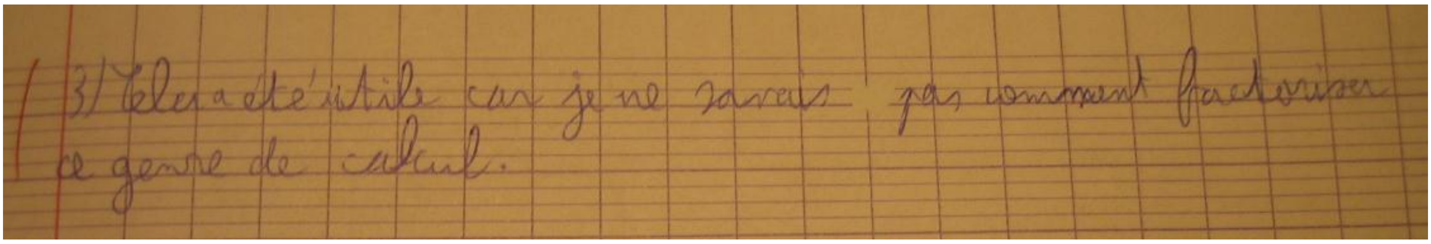
Est-ce que cela était utile ? Pourquoi ? Oui car cela a permis de faire une observation

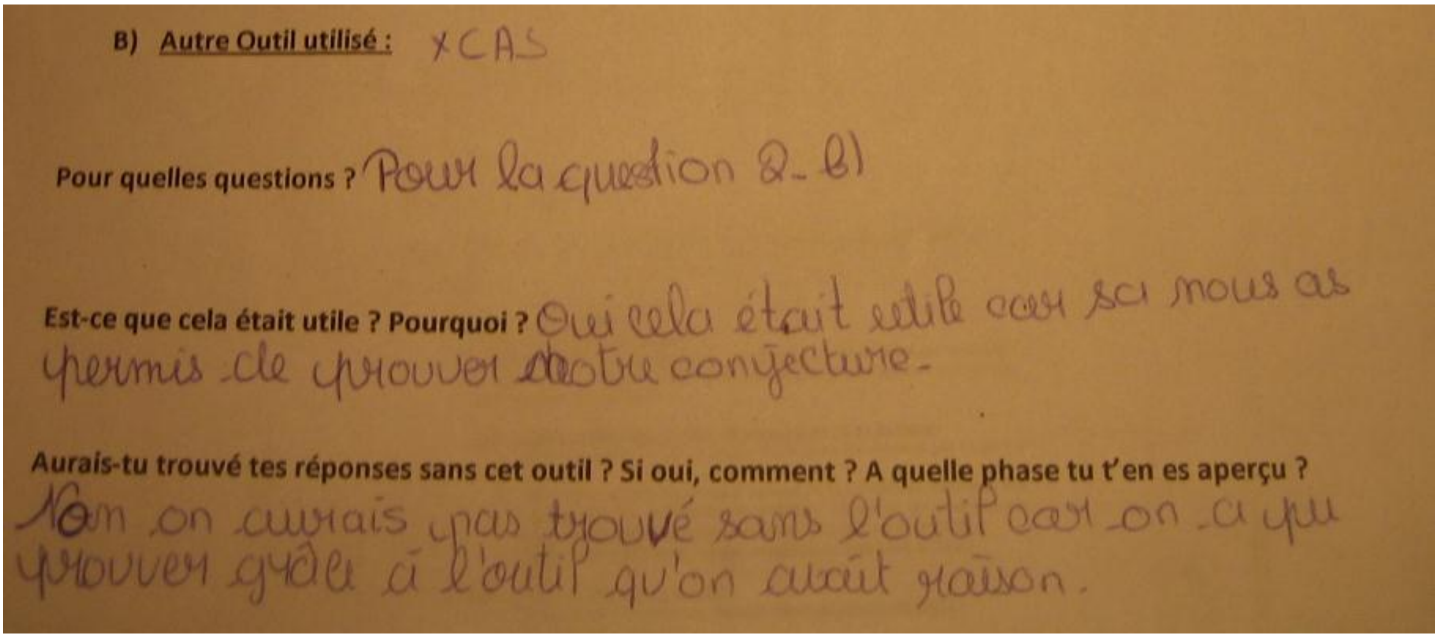
Aurais-tu trouvé tes réponses sans cet outil ? Si oui, comment ? A quelle phase tu t'en es aperçu ?

Oui et non car peut être on l'aurait remarquer bien après

- ***Xcas***

Exemple d'élèves qui se rendent compte que le logiciel de calcul formel était ***indispensable*** ici car ils n'avaient pas encore les connaissances suffisantes pour pouvoir factoriser l'expression.


3) Elle a été utile car je ne savais pas comment factoriser ce genre de calcul.


B) Autre Outil utilisé : XCAS

Pour quelles questions ? Pour la question 2-B)

Est-ce que cela était utile ? Pourquoi ? Oui cela était utile car sa nous as permis de prouver notre conjecture.

Aurais-tu trouvé tes réponses sans cet outil ? Si oui, comment ? A quelle phase tu t'en es aperçu ?
Non on aurais pas trouvé sans l'outil car on a pu prouver grâce à l'outil qu'on avait raison.