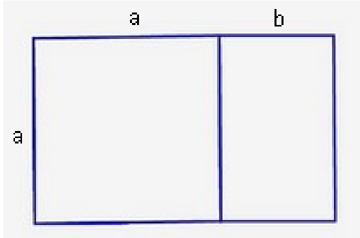
Le nombre d'or modélisé sur un segment et sur un rectangle d'or

$$\Phi = \frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$

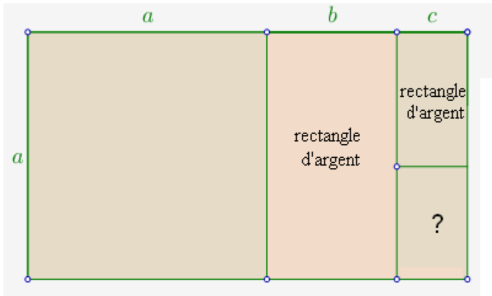
Le rectangle d'or est constitué d'un carré et d'un rectangle d'or ➔



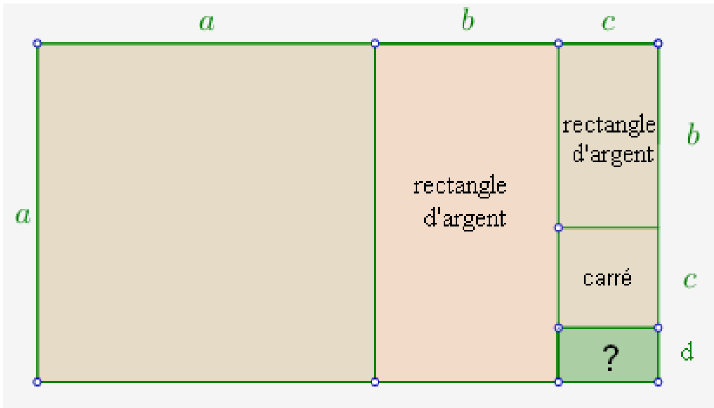
Le nombre d'argent modélisé sur un segment et sur un rectangle d'argent

$$\gamma_{Ag} = \frac{a+b+c}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

D'après sa relation "euclidienne", le rectangle d'argent est constitué d'un carré et de deux rectangles d'argent et d'un rectangle (?) que nous allons étudier ➔



On va introduire un carré de côté c dans le rectangle restant et d'observer le rectangle restant de côtés c et d



$$\gamma_{Ag} = \frac{a+b+c}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\frac{a+b+c}{a} = \frac{a}{b} \text{ donc } a^2 = b(a+b+c)$$

$$\text{donc } a^2 = ab+b^2+bc \ \textit{(1)}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \text{ donc } b^2 = ac \ \textit{(2)}$$

et $d = a-b-c$ ***(3)***

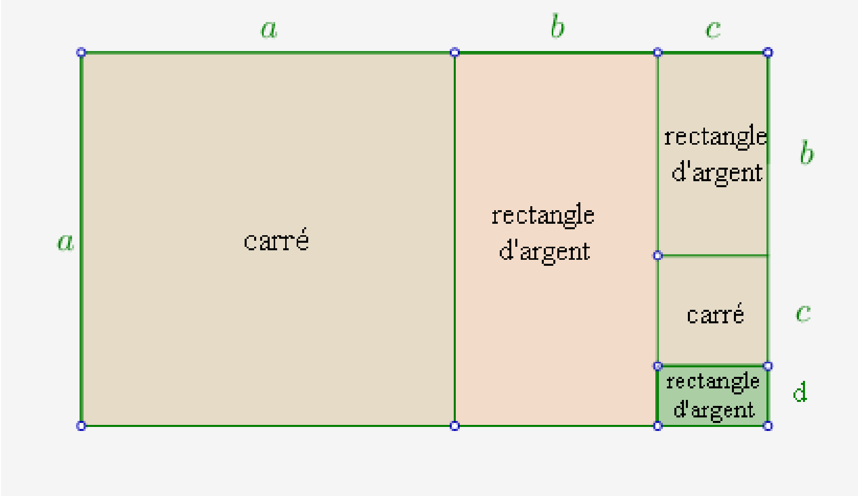
Démontrons que le rectangle vert est un rectangle d'argent c'est à dire que $\frac{c}{d} = \gamma_{Ag}$:

$\frac{c}{d} = \gamma_{Ag}$ ***(3)*** $\Leftrightarrow$ $\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$ $\Leftrightarrow$ $bc = ad$ ce qui nous reste à prouver.

Or $d = a-b-c$ ***(3)*** donc l'équation $bc = ad \Leftrightarrow bc = a(a-b-c) \Leftrightarrow bc = a^2 - ab - ac$
Or $a^2 = ab+b^2+bc$ ***(1)*** donc $\Leftrightarrow bc = ab+b^2+bc-ab-ac \Leftrightarrow 0 = b^2 - ac \Leftrightarrow b^2 = ac$ ***(2)***

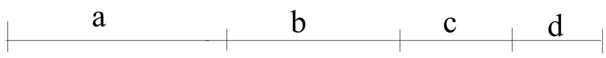
ce qui est vrai ***(2)*** *donc* $\frac{c}{d} = \gamma_{Ag}$ *C. Q. F. D.* ***Le rectangle vert est bien un rectangle d'argent !!!***

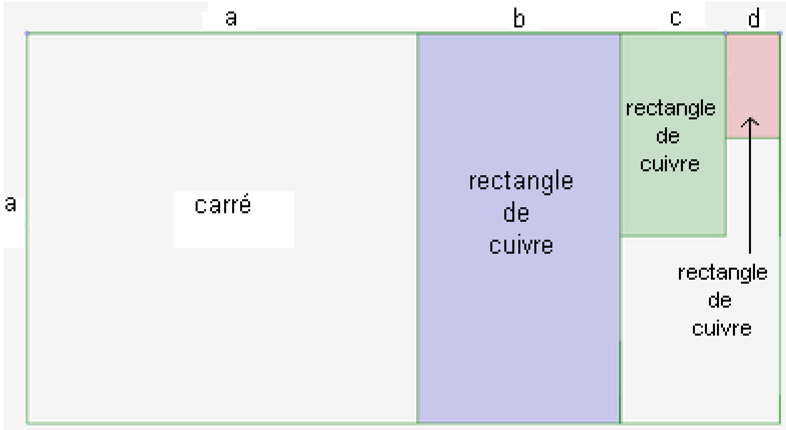
Notre rectangle d'argent est constitué uniquement de carrés et de rectangle d'argent !



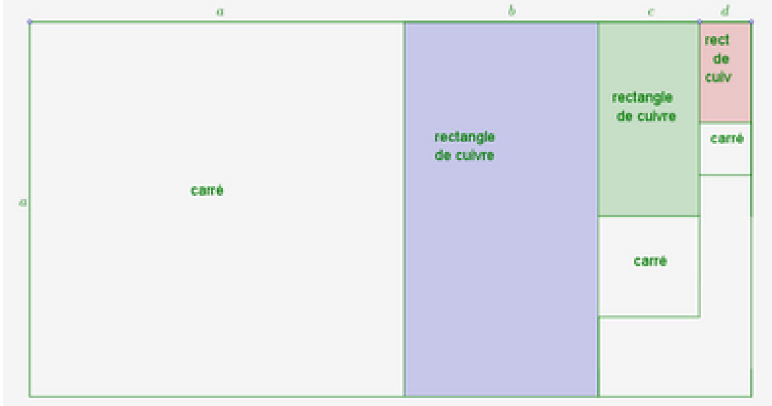
Le nombre de cuivre modélisé sur un segment et sur un rectangle de cuivre

$$\boxed{\gamma_{cu} = \frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}}$$





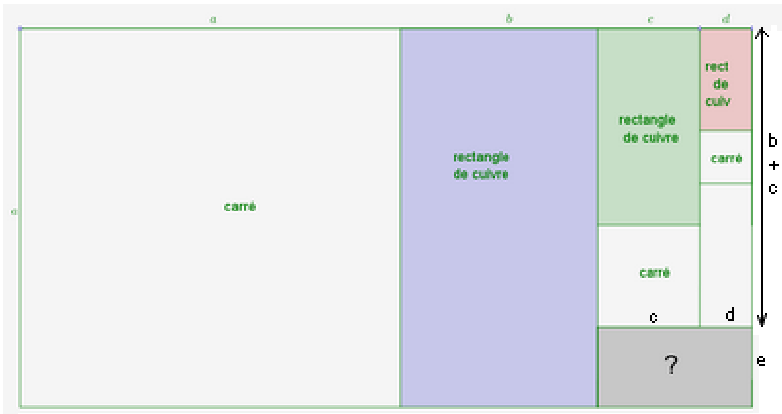
On commence par lui mettre des carrés de côté c et d



Le rectangle en bas à droite (?) semble un rectangle de cuivre

Il faut démontrer que $\frac{c+d}{\mathrm{e}} = \gamma_{Cu}$

soit $\frac{c+d}{\mathrm{e}} = \frac{a}{b}$ avec $\mathrm{e} = a-b-c$ ***(1)***



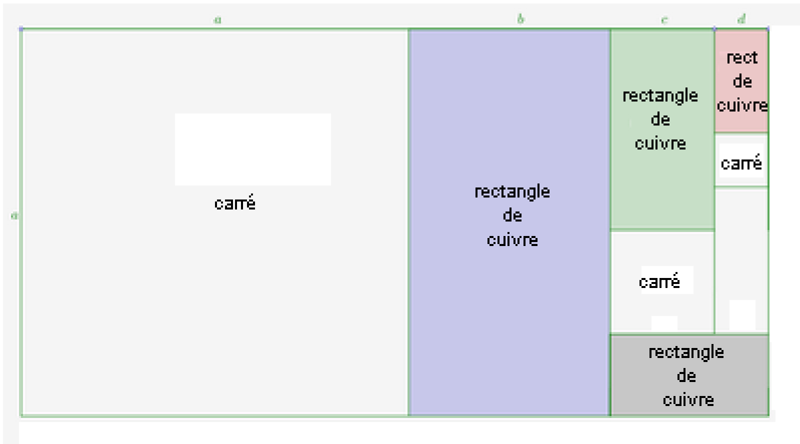
On cherche à démontrer que $\frac{c+d}{\mathrm{e}} = \frac{a}{b}$ soit $\frac{c+d}{\mathrm{a}-b-c} = \frac{a}{b}$ soit $a^2 - ab - ac = bc + bd$ **(*)**

$\boxed{\gamma_{cu} = \frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}}$ donc $b^2 = ac$ ***(2)*** $c^2 = bd$ ***(3)*** et $a^2 = ab + b^2 + bc + bd$ ***(4)***

$a^2 = ab + b^2 + bc + bd$ donc **(*)** $\Leftrightarrow$ $ab + b^2 + bc + bd - ab - ac = bc + bd$ $\Leftrightarrow$ $b^2 - ac = 0$ $\Leftrightarrow$ $b^2 = ac$

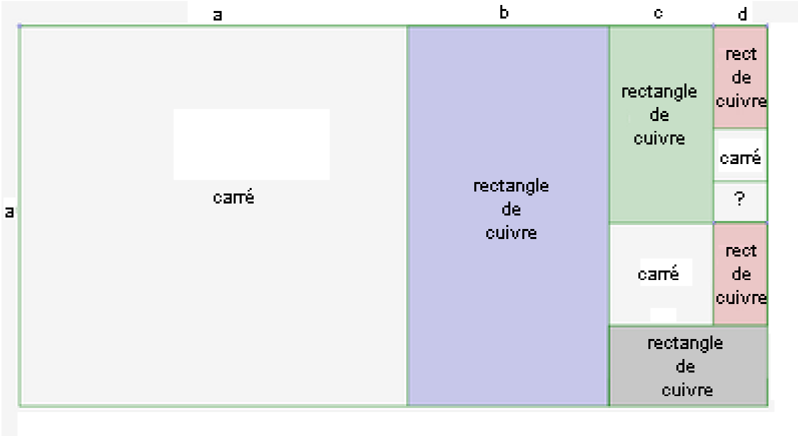
ce qui est vrai ***(2)*** On a bien $\frac{c+d}{\mathrm{e}} = \frac{a}{b}$

donc $\frac{c+d}{\mathrm{e}} = \gamma_{Cu}$. C.Q.F.D.



Le rectangle en bas à droite
est bien un rectangle de cuivre :)

Je peux rajouter un autre rectangle de cuivre de côté c et d .

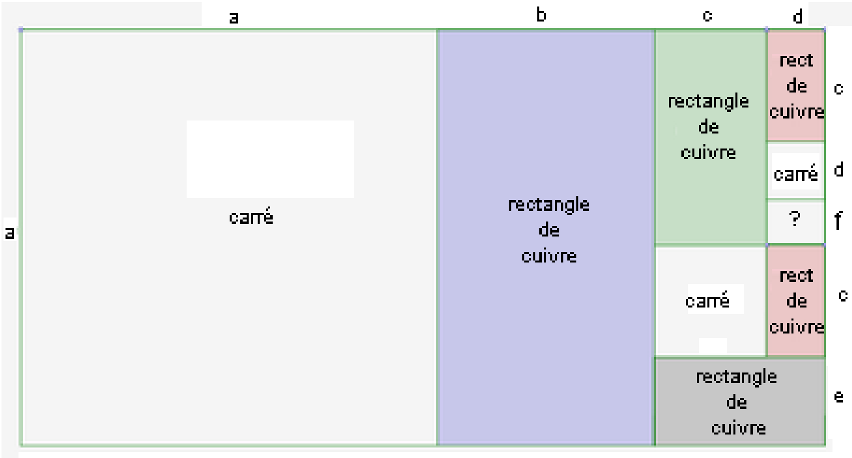


Il me reste donc un petit rectangle (?) qui n'a pas les proportions d'un rectangle de cuivre ....

Par contre, ses côtés respectent des proportions de cuivre ...

Nous allons découvrir pourquoi :

Ce rectangle (?) a pour côté d et f →



<u>Etudions cette nouvelle mesure f apparue</u>:

→ Nous allons démontrer que $\frac{e}{f} = \gamma_{Cu}$

Pour cela, nous allons déterminer toutes les longueurs b , c , d , e et f en fonction de a et de γ_{Cu} :

$$\frac{a}{b} = \gamma_{Cu} \text{ donc } \boxed{b = \frac{a}{\gamma_{Cu}}}$$

$$\frac{b}{c} = \gamma_{Cu} \text{ donc } \boxed{c = \frac{b}{\gamma_{Cu}}} \text{ donc } c = \frac{b}{\gamma_{Cu}} = \frac{\frac{a}{\gamma_{Cu}}}{\gamma_{Cu}} = \frac{a}{\gamma_{Cu}^2} \text{ donc } \boxed{c = \frac{a}{\gamma_{Cu}^2}}$$

$$\frac{c}{d} = \gamma_{Cu} \text{ donc } \boxed{d = \frac{c}{\gamma_{Cu}}} \text{ donc } d = \frac{c}{\gamma_{Cu}} = \frac{\frac{a}{\gamma_{Cu}^2}}{\gamma_{Cu}} = \frac{a}{\gamma_{Cu}^3} \text{ donc } \boxed{d = \frac{a}{\gamma_{Cu}^3}}$$

$$\mathrm{e} = a - b - c \text{ donc } \boxed{\mathrm{e} = a - \frac{a}{\gamma_{Cu}} - \frac{a}{\gamma_{Cu}^2}}$$

$$\mathrm{f} = a - e - 2c - d \text{ donc}$$

$$\mathrm{f} = a - \left(a - \frac{a}{\gamma_{Cu}} - \frac{a}{\gamma_{Cu}^2}\right) - 2 \times \frac{a}{\gamma_{Cu}^2} - \frac{a}{\gamma_{Cu}^3} = a - a + \frac{a}{\gamma_{Cu}} + \frac{a}{\gamma_{Cu}^2} - \frac{2a}{\gamma_{Cu}^2} - \frac{a}{\gamma_{Cu}^3}$$

$$\text{donc } \boxed{\mathrm{f} = \frac{a}{\gamma_{Cu}} - \frac{a}{\gamma_{Cu}^2} - \frac{a}{\gamma_{Cu}^3}}$$

$$\frac{\mathrm{e}}{f} = \frac{a - \frac{a}{\gamma_{Cu}} - \frac{a}{\gamma_{Cu}^2}}{\frac{a}{\gamma_{Cu}} - \frac{a}{\gamma_{Cu}^2} - \frac{a}{\gamma_{Cu}^3}} = \frac{a - \frac{a}{\gamma_{Cu}} - \frac{a}{\gamma_{Cu}^2}}{\frac{1}{\gamma_{Cu}}\left(a - \frac{a}{\gamma_{Cu}} - \frac{a}{\gamma_{Cu}^2}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_{Cu}}} = \gamma_{Cu} \text{ donc } \boxed{\frac{\mathrm{e}}{f} = \gamma_{Cu}} \quad \text{C. Q. F. D.}$$

Ainsi, f respecte bien des proportions de cuivre (par rapport à e) .

<u>Remarques</u> : $\frac{\mathrm{e}}{f} = \gamma_{Cu}$ donc $\boxed{f = \frac{e}{\gamma_{Cu}}}$ ce qui ressemble aux autres formules (par exemple $d = \frac{c}{\gamma_{Cu}}$)

→ Seul e ne correspond pas à ce type de formule ! Mais on peut s'en approcher .....

En effet, nous avons démontré que $\frac{c+d}{\mathrm{e}} = \gamma_{Cu}$ donc $e = \frac{c+d}{\gamma_{Cu}}$

Ou encore $e = \frac{c}{\gamma_{Cu}} + \frac{d}{\gamma_{Cu}} = d + \frac{d}{\gamma_{Cu}}$ => $e = d\left(1 + \frac{1}{\gamma_{Cu}}\right)$ => $\boxed{e = \frac{d}{\gamma_{Cu}}(1 + \gamma_{Cu})}$

1° piste ratée: rajouter un carré puis regarder le rectangle qui reste .

car métal permet de vérifier par calcul si on obtient un rectangle de cuivre ou pas ....

Je n'en ai pas trouvé en découpant ainsi .... Affaire à suivre ....