Correction du dnb proposée par M. Moriceau, 28 juin 2018

Exercice 1 :

1) La latitude et la longitude de Pyeongchang sont :

Latitude : environ 37 ° N Longitude : environ 128 ° E

2) Notons V_{boule} le volume de la boule du trophée

$$\begin{aligned} V_{\text{boule}} &= \frac{4}{3} \times \pi \times 11,5^3 \\ &\approx 6371 \end{aligned}$$

<u>Conclusion :</u> Le volume du globe de ce trophée est environ égal à 6371 cm^3.

3) Notons V_t le volume du trophée.

$$V_t = V_{\text{boule}} + V_{\text{cylindre}}$$

$$\begin{aligned} V_t &= \frac{4}{3} \times \pi \times 11,5^3 + \pi \times 3^2 \times 23 \\ &\approx 6371 + 650 \\ &\approx 7021 \end{aligned}$$

Le volume de ce trophée est environ égal à 7021 cm^3.

$\frac{6371}{7021} \approx 0,907$ et $0,907 = 90,7\%$

<u>Conclusion :</u> Marie a raison.

Exercice 2 :

1) Pour la ville de Lyon, la concentration moyenne est de 72,5 μg/cm^3.

Pour la ville de Grenoble :

$$\frac{32 + 39 + 52 + 57 + 78 + 63 + 60 + 82 + 82 + 89}{10} = \frac{634}{10} = 63,4$$

Or, $63,4 < 72,5$

<u>Conclusion :</u> Lyon est la ville qui a eu la concentration moyenne en PM10 entre le 16 janvier et le 25 janvier 2017 la plus forte.

2)

- Pour Lyon : Etendue $= 107 - 22 = 85$

- Pour Grenoble : Etendue $= 89 - 32 = 57$

Conclusion : Lyon est la ville qui a eu l'étendue des séries des relevés en PM10 entre le 16 janvier et le 25 janvier 2017 la plus forte.

Ce qui signifie qu'à Lyon il y a des variations de plus forte amplitude.

3) On sait qu'au moins 50% des valeurs de la série statistique sont supérieures à la médiane de cette série.

Donc cette affirmation est vraie car la médiane à Lyon est de $83,5\ \mu\text{g/m}^3$, ce qui nous informe qu'au moins pendant 5 jours la concentration a été supérieure au seuil d'alerte de $80\ \mu\text{g/m}^3$.

Exercice 3 :

Notons R l'événement : « Théo écoute du rap »

$$p(R) = \frac{\text{nombre de morceaux de rap}}{\text{nombre total de morceaux de musique}} = \frac{125}{375} = \frac{125}{125 \times 3} = \frac{1}{3}$$

2) Notons x le nombre de morceaux de rock.

On peut écrire : $\dfrac{x}{375} = \dfrac{7}{15}$

On a donc $x = \dfrac{375 \times 7}{15} = 175$

3) $\dfrac{7}{15} \approx 0,47$ et $40\% = \dfrac{40}{100} = 0,4$

$0,47 > 0,4$

Conclusion : Théo a le plus de chances d'écouter un morceau de rock.

Exercice 4 :

1) Comme le triangle BCD est rectangle en B, nous pouvons appliquer le théorème de Pythagore et écrire : $CD^2 = BC^2 + BD^2$.

$$\begin{aligned} CD^2 &= BC^2 + BD^2 \\ 8,5^2 &= BD^2 + 7,5^2 \\ BD^2 &= 8,5^2 - 7,5^2 \\ BD^2 &= 16 \\ BD &= \sqrt{16} \\ BD &= 4 \end{aligned}$$

La longueur BD est égale à 4 cm.

2) On a :

$\dfrac{3,2}{4} = 0,8$ puis $\dfrac{6}{7,5} = 0,8$ et enfin $\dfrac{6,8}{8,5} = 0,8$

donc

$$\frac{EF}{BD} = \frac{BF}{BC} = \frac{EB}{CD} = 0,8$$

<u>Conclusion :</u> Les triangles CBD et BFE sont semblables.

3) Calculons séparement BE^2 puis BF^2 + EF^2

$BE^2 = 6,8^2 = 46,24$ et $BF^2 + EF^2 = 6^2 + 3,2^2 = 36 + 10,24 = 46,24$

Donc $BF^2 + EF^2 = BE^2$

<u>Conclusion :</u> D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BFE est un triangle rectangle en F.
L'angle $\widehat{BFE}$ est droit, Sophie a raison.

4) $\widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD}$

Déterminons la mesure de l'angle $\widehat{BCD}$.

Le triangle BCD est rectangle en B, nous pouvons utliser la trigonométrie.

$$\tan \widehat{BCD} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle} \widehat{BCD}}{\text{longueur du côté adjacent à l'angle} \widehat{BCD}} = \frac{BD}{BC}$$

$tan\widehat{BCD} = \dfrac{4}{7,5}$.

A l'aide de la calculatrice, $\widehat{BCD} = tan^{-1}\left(\dfrac{4}{7,5}\right)$ ou $\widehat{BCD} = arctan\left(\dfrac{4}{7,5}\right)$

L'angle $\widehat{BCD}$ mesure environ 28 degrés.

$61 + 28 = 89 \neq 90$.

En conclusion, Max n'a pas raison. Cet angle $\widehat{ACD}$ n'est pas droit.

Exercice 5 :

1) On choisit au dpart le nombre -1.

-1 → -4 → 4 → 8

Si on choisit au départ le nombre -1, ce programme donne 8 comme résultat.

2) Le programme de calcul a pour résultat final 30 :
$30 \rightarrow 15 \rightarrow 7 \rightarrow \dfrac{7}{4}$

Or $\dfrac{7}{4} = 1,75$.
Pour que le résultat du programme de calcul soit 30, nous devons choisir au départ le nombre 1,75.

3) $A = 2(4x + 8)$ et $B = (x + 4)^2 - x^2$

Développons A et B.

$$\begin{aligned} A &= 2(4x+8) \\ &= 2 \times 4x + 2 \times 8 \\ A &= 8x + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (x+4)^2 - x^2 \\ &= x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2 - x^2 \\ &= x^2 + 8x + 16 - x^2 \\ &= 8x + 16 \end{aligned}$$

On a $A = B$, les deux expressions sont égales à $8x + 16$.

4) Affirmation 1 : L'affirmation 1 est fausse, pour cela donnons un contre-exemple :

Si le nombre choisi au départ est -3 :

-3 $\rightarrow$ -12 $\rightarrow$ -4 $\rightarrow$ -8

Si on choisit au départ le nombre -3, ce programme donne -8 comme résultat et -8 est un nombre négatif.

Affirmation 2 : L'affirmation 2 est vraie

Si le nombre choisi au départ est x :

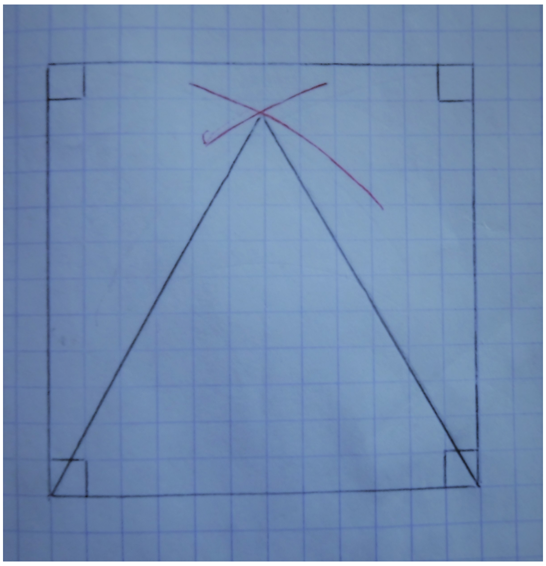
$x \rightarrow 4x \rightarrow 4x + 8 \rightarrow 8x + 16$

Si on choisit au départ le nombre x, ce programme donne $8x + 16$ comme résultat.

Or $8x + 16 = 8(x + 2)$
x est un nombre entier donc $x + 2$ est aussi un nombre entier. Donc $8x + 16$ est un multiple de 8.

Exercice 6 :

1) a) On prend comme échelle 1 cm pour 50 pixels.



b) Après l'éxécution de la ligne 7, le stylo est revenu à sa position initiale, orienté à 90 degrés. Ses coordonnées sont $(0;0)$

Ligne 8 : il avance, selon l'axe des abscisses, de 50 pixels $(300 \div 6)$. Ses coordonnées sont $(50;0)$

2) mettre longueur à 200

3) La transformation géométrique qui permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré est une **homothétie** de rapport $\dfrac{200}{300}$ c'est-à-dire une homothétie de rapport $\dfrac{2}{3}$.

Le rapport de la réduction est $\dfrac{2}{3}$

b) Le rapport des aires entre les deux carrés dessinés est $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2$.

Le rapport des aires entre les deux carrés dessinés est $\dfrac{4}{9}$.

Exercice 7 :

1) La représentation graphique représentant la vitesse de rotation du hand-spinner en fonction du temps n'est pas une droite passant par l'origine du repère.

Le temps et la vitesse de rotation du hand-spinner ne sont pas proportionnels.

2) Par **lecture graphique** :

a) la vitesse de rotation **initiale** du hand-spinner est de 20 tours par seconde.

b) 1 minute et 20 secondes = 80 secondes

La vitesse de rotation du hand-spinner au bout d'une minute et 20 secondes est de 3 tours par seconde.

c) Le hand-spinner va s'arrêter au bout d'environ 94 secondes, c'est-à-dire 1 minute et 34 secondes.

3) a) $V(t) = -0,214t + 20$.
Nous recherchons $V(30)$.

$V(30) = -0,214 \times 30 + 20 = 13,58$

La vitesse de rotation du hand-spinner au bout de 30 secondes est de 13,58 tours par seconde.

b) Pour déterminer au bout de combien de temps le hand-spinner va s'arrêter, résolvons $V(t) = 0$.
$V(t) = 0$ signifie que $-0,214t + 20 = 0$
on a donc $0,214t = 20$ et donc $t = \dfrac{20}{0,214} \approx 93$

Au bout d'environ 93 secondes, le hand-spinner va s'arrêter.

c) Si on double la vitesse intiale alors $V(t) = 0,214t + 40$

$V(t) = 0$ signifie que $-0,214t + 40 = 0$
on a donc $0,214t = 40$ et donc $t = \dfrac{40}{0,214} \approx 186,9$
Or $2 \times 93 = 186$.

On peut dire d'une manière générale que si l'on fait tourner le hand-spinner deux fois plus vite au départ, il tournera deux fois plus longtemps.