Mathématiques

Correction du sujet de mathématiques du brevet 2013 (DNB)

Correction proposée par Monsieur MORICEAU - Collège MONTGAILLARD

27 **juin** 2013

☑ Exercice 1 :

Nous répondrons aux questions à l'aide d'une **lecture graphique** comme cela est demandé.

1) L'aire de MNPQ est égale à 10 cm^2 lorsque AM = 1 cm et lorsque AM = 3 cm.

2) Si AM = 0,5 cm alors L'aire de MNPQ est égale à 12,5 cm^2

3) L'aire de MNPQ est minimale lorsque AM = 2 cm. Et dans ce cas, l'aire de MNPQ est égale à 8 cm^2

Remarque :

Nous aurions pu trouver ces résultats par le calcul (ce qui n'était pas demandé, je rassure les candidats !) En effet, la figure et les informations nous permettent de déterminer l'expression de l'aire de MNPQ en fonction de x.

Aire de MNPQ $= 16 - 4 \times \dfrac{x(4-x)}{2} = 16 - 2x(4-x) = 2x^2 - 8x + 16$

La courbe représentée sur l'énoncé est la courbe représentative de la fonction $x \mapsto 2x^2 - 8x + 16$

☑ Exercice 2 :

1) En regardant le tableur, nous pouvons dire que l'image de -3 par f est 22 car $f(-3) = 22$.

2) $f(7) = -5 \times 7 + 7 = -28$

3) f(x) = - 5x + 7

4) La formule est : "=B1*B1+4"

☑ Exercice 3 :

1) Nous savons que le salaire moyen des hommes est de 1769 €. Nous devons maintenant déterminer le salaire moyen des femmes.

Notons S_m le salaire moyen des femmes.

$$S_m = \frac{1200 + 1230 + 1250 + 1310 + 1370 + 1400 + 1440 + 1500 + 1700 + 2100}{10}$$

$$S_m = \frac{14500}{10} = 1450$$

Le salaire moyen des hommes est donc **supérieur** au salaire moyen des femmes.

2)Il y a 10 femmes et 20 femmes, l'effectif total est égal à 30.

Notons p la probabilité que la personne tirée au sort dans l'entreprise soit une femme.

Nous pouvons écrire :

$$p = \frac{\text{nombre de femmes dans l'entreprise}}{\text{nombre total de personnes dans l'entreprise}} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

3) Le plus bas salaire (1000 euros) est celui d'un homme. Or, nous savons que l'étendue pour les salaires des hommes est égale à 2400 € donc $S_{max} - 1000 = 2400$ (S_{max} désigne le salaire le plus élevé).

Le salaire le plus élevé est de 3400 euros (le salaire maximum d'une femme est de 2100 euros)

4) Une seule femme gagne plus de 2000 €.

Nous devons maintenant savoir combien d'hommes gagnent plus de 2000 €.

Il y a 20 hommes dans l'entreprise, la médiane est donc comprise entre la dixième valeur et la onzième valeur (rangées dans l'ordre croissant) si l'on considère les salaires des hommes.

La médiane est égale à 2000 euros. Les salaires des hommes sont tous différents. Il y a 10 hommes qui ont un salaire supérieur à 2000 euros.

En conclusion, 11 personnes gagnent plus de 2000 euros.

☑ Exercice 4 :

Figure 1 :

Le triangle ABC est rectangle en A, nous pouvons donc appliquer les relations trigonométriques dans ce triangle rectangle.

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

On a :

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

Ainsi,

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{3}{6} = 0{,}5$$

Á l'aide de la touche $\boxed{\sin^{-1}}$ d'une calculatrice, on obtient : $\widehat{ABC} = \sin^{-1}(0{,}5) = 30^\circ$
En conclusion, l'angle $\widehat{ABC}$ mesure 30°

Figure 2 :

Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de diamètre [AB] et [AB] est l'un des trois côtés du triangle ABC (le plus grand côté) donc le triangle ABC est rectangle et admet pour hypoténuse le diamètre [AB]. Ainsi, le triangle ABC est rectangle en C. Nous pouvons donc dire que l'angle $\widehat{BCA}$ est droit (donc mesure 90°)

Dans le triangle ABC, nous pouvons écrire que :
$\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB} = 180^\circ$.

Comme l'angle $\widehat{BCA}$ mesure 90° et l'angle $\widehat{CAB}$ mesure 59°.

Ainsi,

$$\widehat{ABC} + \underbrace{90 + 59}_{149} = 180$$

En conclusion, l'angle $\widehat{ABC}$ mesure 31°.

Figure 3 :

Le polygone ABCDE est un polygone régulier à 5 côtés.

Considérons deux points consécutifs du cercle, par exemple : A et B. Nous pouvons affirmer que l'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure 72 degrés ($360 \div 5 = 72$)

Le triangle OAB est isocèle en O donc les angles à la base de ce triangle ont la même mesure, donc $\widehat{OBA} = \widehat{BAO}$.

Comme dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à 180 degrés, on peut donc écrire que :
$\widehat{OBA} + \widehat{BAO} + \widehat{AOB} = 180^\circ$.

Ainsi, $\widehat{OBA}$ mesure $\dfrac{180 - 72}{2}$ degrés c'est-à-dire 54°.

Nous pouvons faire un raisonnement analogue pour l'angle $\widehat{OBC}$.

En conclusion, l'angle $\widehat{ABC}$ mesure 108°.

☑ Exercice 5 :

1) Les 300 parpaings pèsent 3000 kilogrammes soit 3 tonnes. Le bricoleur transportera par exemple 1,5 tonnes (150 parpaings) au premier aller puis retourne à vide au magasin puis reprend 150 parpaings (charge 1,5 tonnes) puis retourne au magasin à vide pour rendre le fourgon loué.

Remarque : En deux allers, il peut transporter au maximum 3,4 tonnes ce qui suffisant (car $3{,}4 > 3$)

Le bricoleur devra donc faire deux aller-retour pour transporter les 300 parpaings jusqu'à sa maison.

2) Le bricoleur doit faire 40 kms avec le fourgon donc il payer 55 euros de location (hors carburant)

La consommation est de 8 litres pour 100 kms, donc pour 10 kms il faut 0,8 litre de carburant. Par conséquent, pour 40 kms, 3,2 litres de carburant sont nécessaires.

Le coût du carburant sera de 4,8 euros ($3{,}2 \times 1{,}5 = 4{,}8$)

En conclusion, le coût total du transport est de 59,80 euros ($55 + 4{,}80 = 59{,}80$)

3)

$$\left.\begin{array}{rcl} \dfrac{48}{30} & = & 1{,}6 \\[2ex] \dfrac{55}{50} & = & 1{,}1 \\[2ex] \dfrac{61}{100} & = & 0{,}61 \\[2ex] \dfrac{78}{200} & = & 0{,}39 \end{array}\right\} \text{donc } \frac{48}{30} \neq \frac{55}{50} \neq \frac{61}{100} \neq \frac{78}{200}$$

Les quotients sont différents, il n'y a pas de situation de proportionnalité. Les tarifs de location du fourgon ne sont pas proportionnels à la distance maximale autorisée par jour.

☑ Exercice 6 :

1) a) Les droites (BC) et (SO) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AL) donc les droites (BC) et (SO) sont parallèles.

- Les droites (AO) et (AS) sont sécantes en A.
- Les points A, B et O sont alignés.
- Les points A, C et S sont alignés.
- Les droites (BC) et (SO) sont parallèles.

Nous pouvons donc appliquer le théorème de THALES et écrire :

$$\frac{AB}{AO} = \frac{AC}{AS} = \frac{BC}{SO}$$

Pour calculer SO, utilisons

$$\frac{1}{SO} = \frac{3{,}2}{3{,}2 + 2{,}3 + 2{,}5}$$

Donc,

$$SO = \frac{8 \times 1}{3{,}2} = 2{,}5$$

Conclusion : La hauteur de ce cône est égale à 2,5 m

b) Notons $V_{\text{cône}}$ le volume du cône.

Nous savons que :

Volume d'un cône $= \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

Ainsi, $V_{\text{cône}} = \dfrac{\pi \times \text{rayon} \times \text{rayon} \times \text{hauteur}}{3}$

Nous pouvons écrire que :

$V_{\text{cône}} = \dfrac{\pi \times OE^2 \times SO}{3}$

$V_{\text{cône}} = \dfrac{\pi \times 2{,}5^2 \times 2{,}5}{3} \approx 16$

En conclusion, le volume de sel contenu dans ce cône est environ de 16 m^3.

3) Nous sommes amenés à résoudre $\dfrac{\pi \times R^2 \times 6}{3} \geq 1000$

$2\pi \times R^2 \geq 1000$

$\pi \times R^2 \geq 500$

$R \geq \sqrt{\dfrac{500}{\pi}}$

$R \geq 12{,}6$

En conclusion, le rayon qu'il faut prévoir au minimum pour la base est environ égal à 12,6 mètres.

☑ Exercice 7 :

Affirmation 1 :

Les trois quarts des adhérents sont mineurs donc un quart des adhérents est majeur.

Le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans donc les deux tiers des majeurs ont entre 18 ans et 25 ans.

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2 \times 1}{3 \times 4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Un adhérent sur six a donc entre 18 ans et 25 ans.

L'affirmation 1 est vraie.

Affirmation 2 :

Considérons au départ un article dont le prix est x euros

Le prix de cet article après la baisse de 30% est 0,7 x ($x - \dfrac{30}{100} \times x = x - 0{,}3x = 0{,}7x$)

Puis on fait subir à cet article une baisse de 20%. Son nouveau prix est 0,56 x ($0{,}7x - \dfrac{20}{100} \times 0{,}7x = 0{,}7x - 0{,}14x = 0{,}56x$)

Finalement, l'article est passé de x euros à 0,56 x.

$0{,}56 = 1 - 0{,}44 = 1 - \dfrac{44}{100}$

L'article a finalement subi une baisse de 44% et non de 50%

L'affirmation 2 est fausse

Affirmation 3 :

Soit n un entier

$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$ et $(n-1)^2 = n^2 - 2n + 1$

Ainsi,

$$(n+1)^2 - (n-1)^2 = n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1) = n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1 = 4n$$

Comme 4n est un multiple de 4, alors $(n+1)^2 - (n-1)^2$ est un multiple de 4.

L'affirmation 3 est vraie.