MATHÉMATIQUES

CORRECTION DU BREVET (DNB) MÉTROPOLE, RÉUNION, MAYOTTE, JUIN 2010

Correction proposée par Mr MORICEAU
Saint Denis (RÉUNION), le 01 juillet 2010

1° partie : Activités numériques

☑ Exercice 1 :

1. On utilise le programme de calcul :

a) On choisit **le nombre** 2.

- On multiplie ce nombre par (-2) : $2 \times (-2) = -4$
- On ajoute 5 : $-4 + 5 = 1$
- On multiplie par 5 : $1 \times 5 = 5$

Si on choisit le nombre 2 au départ, le résultat obtenu est 5 avec ce programme de calcul

b) On choisit **le nombre** 3.

- On multiplie ce nombre par (-2) : $3 \times (-2) = -6$
- On ajoute 5 : $-6 + 5 = -1$
- On multiplie par 5 : $(-1) \times 5 = -5$

Si on choisit le nombre 3 au départ, le résultat obtenu est -5 avec ce programme de calcul

2. On choisit **le nombre** x.

- On multiplie ce nombre par (-2) : $x \times (-2) = -2x$
- On ajoute 5 : $-2x + 5$
- On multiplie par 5 : $(-2x + 5) \times 5 = -10x + 25$

Pour que le résultat du programme de calcul soit 0, nous sommes amenés à résoudre l'équation $-10x + 25 = 0$

$$\begin{aligned} -10x + 25 &= 0 \\ -10x + 25 \mathbf{-25} &= 0 \mathbf{-\ 25} \\ -10x &= -25 \\ \frac{-10x}{\mathbf{-10}} &= \frac{-25}{\mathbf{-10}} \\ x &= 2,5 \end{aligned}$$

$2,5$ est la solution de l'équation $-10x + 25 = 0$.

Si on choisit le nombre $2,5$; le résultat obtenu est 0 avec ce programme de calcul

3. $(x-5)^2 - x^2 = (x - 5 - x) \times (x - 5 + x) = (-5) \times (2x - 5) = -10x + 25$.

Nous venons de voir que si x est le nombre de départ, le résultat de ce programme est $-10x + 25$. Or $(x-5)^2 - x^2 = -10x + 25$.

Arthur a raison, l'expression $(x-5)^2 - x^2$ permet d'obtenir le résultat de ce programme de calcul si on choisit au départ le nombre x.

✓ Exercice 2 :

1. Par lecture graphique :

a) A partir de 6 litres d'eau liquide, on peut obtenir $6,5$ litres de glace.

b) Pour obtenir 10 litres de glace, il faut mettre à geler environ $9,2$ litres d'eau liquide.

2. La représentation graphique du volume de glace obtenu (en litres) à partir d'un volume d'eau liquide (en litres) est **une droite qui passe par l'origine du repère**.

Nous pouvons dire que le volume de glace est **proportionnel** au volume d'eau liquide.

3. Notons p le pourcentage recherché.

$$p = \left(\frac{10,8 - 10}{10}\right) \times 100 = 8$$

Ce volume d'eau augmente de 8% en gelant.

2° partie : Activités géométriques

Exercice 1 **:**

1. Je vous laisse le soin de faire la figure en vraie grandeur.

2. a) $ABCD$ est un carré donc l'angle $\widehat{ABC}$ est un angle droit. Comme le point I appartient au segment $[AB]$ et le point K appartient au segment $[BC]$ alors l'angle $\widehat{JBK}$ est un angle droit.

D'autre part, $JB = BK = 9 \div 3 = 3$. Ainsi, $JB = BK = 3$ cm.

Le triangle JBK est rectangle en B, nous pouvons donc appliquer le théorème de Pythagore et écrire : $JK^2 = JB^2 + BK^2$.
On a donc :

$$JK^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$$

Par conséquent, $JK = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

La valeur exacte de JK est $3\sqrt{2}$ cm et une valeur arrondie au dixième près de JK est $4,2$ cm.

b) $IK \approx 4,2$ cm et $KL = 3$ cm. Donc, l'octogone $IJKLMNOP$ n'a pas tous ses côtés de la même longueur.

L'octogone $IJKLMNOP$ n'est pas un octogone régulier.

c) Avant de déterminer l'aire de l'octogone $IJKLMNOP$, remarquons que les triangles AIP, JBK, LCM et NDO sont tous des triangles rectangles. En appliquant le théorème de Pythagore dans ces quatre triangles, on obtient :

$$IK = LM = ON = IP = 3\sqrt{2}\,\text{cm}$$

Ces quatre triangles ont la même aire. Notons par exemple $\mathcal{A}_{JBK}$ l'aire du triangle JBK.

$$\mathcal{A}_{JBK} = \frac{JB \times BK}{2} = \frac{3 \times 3}{2} = 4,5$$

L'aire de chaque triangle rectangle est égale à $4,5$ cm^2

Notons $\mathcal{A}$ l'aire de l'octogone $IJKLMNOP$ et $\mathcal{A}_{ABCD}$ l'aire du carré $ABCD$. Nous pouvons écrire :

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{ABCD} - 4 \times \mathcal{A}_{JBK} = 9^2 - 4 \times 4,5 = 81 - 18 = 63$$

L'aire de l'octogone $IJKLMNOP$ est égale à 63 cm^2.

3. a) Je vous laisse le soin de tracer le cercle demandé.

b) Notons $\mathcal{A}_{\text{disque}}$ l'aire du disque de centre S et de diamètre 9 cm.

Le rayon de ce disque est $4,5$ cm.

Nous pouvons écrire : $\mathcal{A}_{\text{disque}} = \pi \times 4,5^2 = 20,25\pi \approx 63,6$

l'aire du disque de centre S et de diamètre 9 cm est environ égale à $63,6$ cm^2.

Comme $63,6 > 63$ alors l'aire du disque de centre S et de diamètre 9 cm est supérieure à l'aire de l'octogone $IJKLMNOP$.

☑ Exercice 2 :

1. Je vous laisse le soin de tracer le triangle ABC demandé.

2. Le côté le plus long de ce triangle ABC est le côté $[BC]$ qui mesure $5,2$ cm.

Calculons séparément BC^2 et $AB^2 + AC^2$.

$$\left.\begin{array}{rcl} BC^2 & = & 5,2^2 = 27,04 \\ AB^2 + AC^2 & = & 2^2 + 4,8^2 = 4 + 23,04 = 27,04 \end{array}\right\} \text{donc } BC^2 = AB^2 + AC^2$$

D'après la réciproque du théorème de PYTHAGORE, on peut dire que le triangle ABC est rectangle en A.

$\boxed{\text{le triangle } ABC \text{ est rectangle en } A}$

3. Calculons la longueur BS et la longueur CS

Le triangle ABS est rectangle en A, nous pouvons donc appliquer le théorème de Pythagore et écrire : $BS^2 = BA^2 + AS^2$.

On a donc :

$$BS^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

Par conséquent, $BS = \sqrt{13}$

La valeur exacte de BS est $\sqrt{13}$ cm et une valeur arrondie au dixième près de BS est $3,6$ cm.

Le triangle ACS est rectangle en A, nous pouvons donc appliquer le théorème de Pythagore et écrire : $CS^2 = CA^2 + AS^2$.

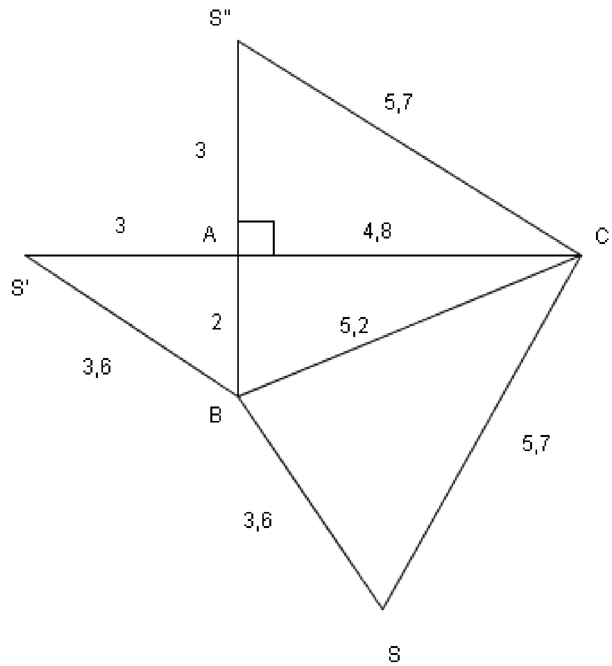
On a donc :

$$CS^2 = 4,8^2 + 3^2 = 32,04$$

Par conséquent, $CS = \sqrt{32,04}$

La valeur exacte de CS est $\sqrt{32,04}$ cm et une valeur arrondie au dixième près de CS est $5,7$ cm.

Patron (les longueurs ne sont pas en vraie grandeur sur ce dessin) :



4. Notons V_{SABC} le volume de la pyramide $SABC$.

$$V_{SABC} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

On peut écrire que :

$$V_{SABC} = \left(\frac{AB \times AC}{2} \times SA\right) \div 3 = \frac{AB \times AC \times SA}{6}$$

Donc,

$$V_{SABC} = \frac{2 \times 4,8 \times 3}{6} = 4,8$$

$\boxed{\text{le volume de la pyramide } SABC \text{ est égal à } 4,8 \text{ cm}^3}$

3° partie : Problème

Première partie : peinture des murs et du plafond

1. a) L'aire du plafond est : $\mathcal{A}_{\text{plafond}} = 6,40 \times 5,20 = 33,28$.

$$\boxed{\text{l'aire du plafond est égale à } 33,28 \text{ m}^2}$$

b) Il faut 1 litre de peinture pour peindre une surface de 4 m^2.

$$33,28 \div 4 = 8,32$$

$$\boxed{\text{Il faudra donc } 8,32 \text{ litres de peinture pour peindre le plafond}}$$

2. a) On note $\mathcal{A}_{\text{mur}}$ la surface de mur à peindre.

$$\mathcal{A}_{\text{mur}} = 2 \times 5,20 \times 2,80 + 2 \times 6,40 \times 2,80 - 0,8 \times 2 - 3 \times 2 \times 1,60 = 53,76 \approx 54$$

$$\boxed{\text{La surface de mur à peindre est d'environ } 54 \text{ m}^2}$$

b)

$$53,76 \div 4 = 13,44$$

$$\boxed{\text{Il faudra donc } 13,44 \text{ litres de peinture pour peindre les murs}}$$

3.

$$13,44 + 8,32 = 21,76$$

Comme un pot de peinture a une contenance de 5 litres de peinture, il faudra 5 pots de peinture pour ce chantier.

(avec 4 pots de peinture, on dispose de 20 litres de peinture et avec 5 pots on dispose de 25 litres de peinture)

Deuxième partie : pose d'un dallage sur le sol

1. Déterminons le plus grand diviseur commun à 640 et 520 à l'aide de l'algorithme d'Euclide. Pour cela, effectuons des divisions euclidiennes successives et nous arrêterons le procédé lorsque le reste sera nul. Le plus grand diviseur commun à ces deux nombres (noté $PGCD(640;520)$) sera alors le dernier reste non nul.

$$\begin{array}{rcl} 640 & = & 520 \times 1 + 120 \\ 520 & = & 120 \times 4 + 40 \\ 120 & = & 40 \times 3 + 0 \end{array}$$

Le dernier reste non nul est 40 donc $PGCD(640;520) = 40$

2. a) Le sol du local doit être entièrement recouvert par des dalles carrées de même dimension. On cherche un **diviseur commun** à 640 et 520 (on ne cherche pas forcément le plus grand !).

On peut choisir des dalles dont le côté mesure 20 cm ou 40 cm pour que les dalles puisent être posées sans découpe.

b) Premier cas : des dalles carrées dont le côté mesure 40 cm

$$640 \div 40 = 16 \qquad 520 \div 40 = 13$$

Et, $13 \times 16 = 208$

Si le côté d'une dalle mesure 40 cm, il faudra utiliser 208 dalles.

Premier cas : des dalles carrées dont le côté mesure 20 cm

$$640 \div 20 = 32 \qquad 520 \div 20 = 26$$

Et, $32 \times 26 = 832$

Si le côté d'une dalle mesure 20 cm, il faudra utiliser 832 dalles.

Troisième partie : coût du dallage

1. a) • Pour une commande de 9 paquets avec le grossiste A, le coût sera de :
432 € $(48 \times 9 = 432)$

b) • Pour une commande de 9 paquets avec le grossiste B, le coût sera de :
423 € $(42 \times 9 + 45 = 423)$

2. a) • Pour une commande de n paquets avec le grossiste A, le coût sera :

$$P_A = 48 \times n = 48n\,(€)$$

b) • Pour une commande de n paquets avec le grossiste B, le coût sera de :

$$P_B = 42 \times n + 45 = 42n + 45\,(€)$$

3. a)
• La fonction P_A qui à tout nombre n associe le nombre $48n$ est une ***fonction linéaire*** de coefficient 48.

$$P_A : n \mapsto 48n$$

On note D_A la droite représentative de la fonction P_A. Nous savons que cette droite passera par l'origine du repère.

• La fonction P_B qui à tout nombre n associe le nombre $42n+45$ est une ***fonction affine***.

$$P_B : n \mapsto 42n + 45$$

On note D_B la droite représentative de la fonction P_B. Nous savons que cette droite ne passera pas par l'origine du repère.

♣ Construction de la droite D_A : L'équation de cette droite D_A est $y = 48n$

Pour tracer une droite, il nous suffit de connaître les coordonnées de deux points.

si $n = 0$ alors $y = 48 \times 0 = 0$ et si $n = 5$ alors $y = 48 \times 5 = 240$

n	0	5
y	0	240

La droite D_A passe par les points de coordonnées $(0;0)$ et $(5;240)$.

♣ Construction de la droite D_B : L'équation de cette droite D_B est $y = 42n+45$

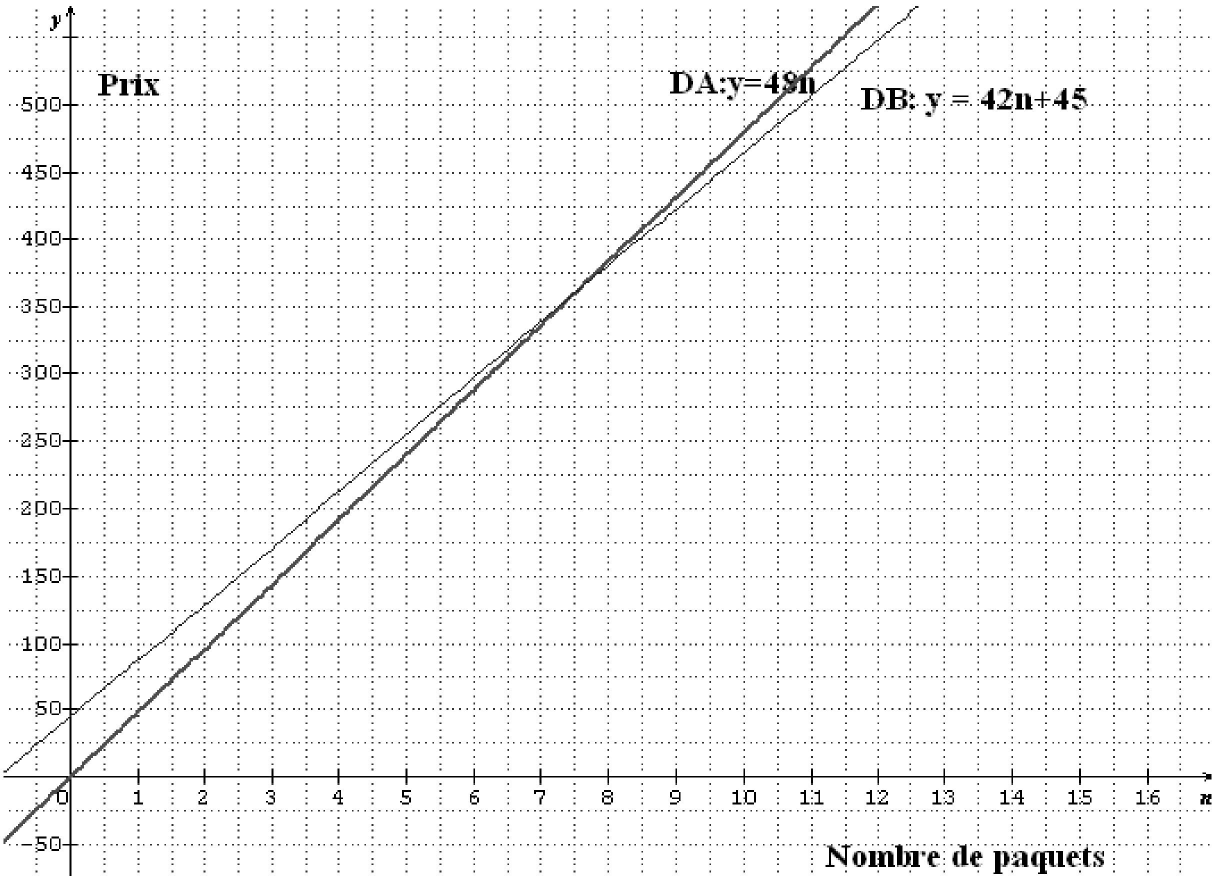
Pour tracer une droite, il nous suffit de connaître les coordonnées de deux points.

si $n = 0$ alors $y = 42 \times 0 + 45 = 45$ et si $n = 5$ alors $y = 42 \times 5 + 45 = 255$

n	0	5
y	45	255

La droite D_B passe par les points de coordonnées $(0; 45)$ et $(5; 255)$.

3. b) Par lecture graphique,
De 0 à 7 paquets, il est préférable de choisir le tarif A (avec le grossiste A) et à partir de 8 paquets, il est plus avantageux de choisir le tarif B (avec le grossiste B)


y
Prix
DA:y=48n
DB: y = 42n+45
Nombre de paquets
n